

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Кузбасский государственный технический
университет имени Т. Ф. Горбачева»

Кафедра информационных и автоматизированных
производственных систем

Составители

В.В. Зиновьев, А.Н. Стародубов,
П.И. Николаев, И.С. Кузнецов

ОБЕСПЕЧЕНИЕ ТОЧНОСТИ И ДОСТОВЕРНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Методические указания к лабораторной работе

Рекомендовано учебно-методической комиссией направления подготовки
15.04.04 «Автоматизация технологических процессов и производств»
в качестве электронного издания для использования в образовательном
процессе

Кемерово 2022

Рецензенты:

Чичерин И. В. – к.т.н., доцент кафедры информационных и автоматизированных производственных систем

Зиновьев Василий Валентинович

Стародубов Алексей Николаевич

Николаев Петр Игоревич

Кузнецов Игорь Сергеевич

Обеспечение точности и достоверности результатов моделирования: методические указания к лабораторной работе для обучающихся направления подготовки 15.04.04 Автоматизация технологических процессов и производств, всех форм обучения / сост. В. В. Зиновьев, А. Н. Стародубов, П. И. Николаев, И. С. Кузнецов; Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева. – Кемерово, 2022. – Текст : электронный.

В данных методических указаниях разработанных по дисциплине «Математическое моделирование» приведены : цель и задача, общие сведения об изучаемом материале, задания для выполнения, вопросы для самопроверки. Рекомендуемая литература для самостоятельной подготовки приведена в рабочей программе дисциплины.

© Кузбасский государственный
технический университет имени
Т. Ф. Горбачева, 2022

© В.В. Зиновьев, А.Н. Стародубов,
П.И. Николаев, И.С. Кузнецов,
составление, 2022

Содержание

1	Основные теоретические положения.....	4
2	Пример выполнения лабораторной работы	5
3	Задание на лабораторную работу.....	10
4	Требования к отчету	11
5	Контрольные вопросы	11
6	Список рекомендуемой литературы	11
	Приложение 1	13

Цель работы – приобретение практических навыков у магистров по обеспечению точности и достоверности результатов имитационного моделирования.

1 Основные теоретические положения

Обработка результатов имитационных экспериментов принципиально не может дать точных значений (т. к. моделируются случайные процессы и их можно только как-то оценить). Т. е. существует некая степень точности результатов – приближение к какому-то истинному значению. И эта степень точности в значительной мере определяется размером выборки, т. е. количеством прогонов модели. Задача определения такого размера выборки, который позволяет обеспечить желаемый уровень точности и в то же время минимальную стоимость моделирования, весьма трудна, но и весьма важна.

Итак, число прогонов N определяет точность получаемых результатов моделирования. Если необходимо оценить значение истинной случайной величины Y по результатам моделирования y_1, y_2, \dots, y_n , то за оценку берут величину y_{cp} . Но из-за случайности y_{cp} будет всегда отличаться от истинного значения случайной величины Y , т. е.

$$|Y - y_{cp}| \neq 0, \quad (1.1)$$

где Y – истинное значение случайной величины; y_{cp} – среднее значение по прогонам модели y_1, y_2, \dots, y_n .

Если необходимо достичь какой-то точности оценки, то должно выполняться неравенство

$$|Y - y_{cp}| < \varepsilon, \quad (1.2)$$

где ε – точность оценки величины случайного параметра Y (половина ширины доверительного интервала).

Вероятность того, что данное неравенство выполнится, называют достоверностью

$$P(|Y - Y_{cp}| < \varepsilon) = 1 - \alpha, \quad (1.3)$$

где $(1 - \alpha)$ – достоверность, α – уровень значимости.

Это выражение берется за основу при определении количества прогонов модели, которое нужно сделать, чтобы с необхо-

димой достоверностью получить результата с заданной точностью.

Для определения количества прогонов модели с целью оценки среднего значения случайной величины, используют формулу

$$N = \frac{t_a^2 \sigma^2}{\varepsilon^2} + 1 \quad (1.4)$$

где t_a – квантиль нормального распределения вероятностей. Находится из специальных таблиц распределения Стьюдента (t -распределения) на основе заданного уровня значимости и определенных степеней свободы (приложение 1); σ – дисперсия; ε – точность.

Число степеней свободы определяется как

$$v = k - l - m \quad (1.5)$$

где k – число значений или интервалов случайной величины; m – число определяемых параметров.

Величину дисперсии $-\sigma$ нужно либо знать, либо провести пробные прогоны модели и найти ее оценку.

Если дисперсия оцениваемой случайной величины неизвестна, и не имеется никакого представления о допустимом размахе отклика, то проводят предварительные (50...100) прогонов модели и определяют оценку дисперсии²

$$s^2 = \sigma^2 = \frac{1}{N-1} \left[\sum_{i=1}^N x_i^2 - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2 \right]. \quad (1.6)$$

Затем полученное значение оценки подставляют в формулу 1.4 для определения необходимого количества прогонов модели N .

2 Пример выполнения лабораторной работы

Описание объекта моделирования:

Изделия после сборки проходят серию испытаний на станции технического контроля. На последней из этих станций проверяют общее функционирование изделия. Если изделие не исправно, то его отправляют в цех наладки, где устраняют неисправность. По-

сле ремонта изделие возвращают на последнюю станцию контроля и снова проверяют. Изделия уходят с последней станции после одной или нескольких проверок в цех упаковки.

Изделия попадают на последнюю станцию с предыдущей каждые 5 ± 2 мин. На станции находятся два контролера. Каждому контролеру требуется на проверку 9 ± 3 мин. Примерно 85 % изделий проходят проверку успешно и попадают в цех упаковки. Остальные 15 % попадают в цех наладки, в котором находится 1 рабочий наладчик. Наладка изделия занимает 30 ± 10 мин.

Задание:

1. Разработайте имитационную модель станции технического контроля, используя среду компьютерного моделирования GPSS World.

2. На разработанной модели, промоделируйте работу станции технического контроля в течение 4800 минут, с точностью – 1 и доверительной вероятностью – 0,90 оцените, сколько мест на стеллажах необходимо предусмотреть на входе станции контроля и в цехе наладки.

Выполнение задания:

Отобразим работу станции технического контроля используя среду компьютерного моделирования GPSS World.

KONSTORAGE	2	Количество контролеров
GENERATE	5,2	Поступление изделий на контроль
BOXQUEUE	OCH1	Попадание изделия на стеллаж 1
ENTER	KON	Занятие цеха контроля
DEPART	OCH1	Снятие изделия со стеллажа 1
ADVANCE	9,3	Контроль
LEAVE	KON	Выход из цеха контроля
TRANSFER.	85,,OUT	Переход на наладку или на упаковку
QUEUE	OCH2	Попадание на стеллаж 2
SEIZE	CEXNAL	Занятие цеха наладки
DEPART	OCH2	Снятие со стеллажа 2
ADVANCE	30,10	Наладка
RELEASE	CEXNAL	Освобождение цеха наладки
TRANSFER	,BOX	Переход на контроль
OUT	TERMINATE	Попадание в цех упаковки

GENERATE 4800
TERMINATE 1
START 1

Таймер

Для имитации поступления изделий-транзактов используем блок GENERATE. Обслуживающими устройствами в модели являются контролеры (многоканальное устройство с именем KON), которых описываем цепью блоков ENTER-LEAVE и цех наладки (прибор с именем CEXNAL), который описываем цепью блоков SEIZE-RELEASE. Для моделирования продолжительности операций контроля и наладки используем блоки ADVANCE с распределением временных интервалов согласно заданию. Для перенаправления транзактов от контролеров в цех наладки используем блок TRANSFER в режиме статистической передачи. Для отображения ухода проверенного изделия в цех упаковки используем блок TERMINATE, который удаляет транзакты из модели. Моделирование работы станции в течении 4800 минут вводим в модель дополнительный сегмент, состоящий из двух блоков GENERATE и TERMINATE. Блоками QUEUE и DEPART вводим два регистратора очереди для сбора статистики о скопившихся изделиях перед контролерами и на входе цеха наладки.

По заданию необходимо при помощи имитационных экспериментов определить количество мест на стеллажах, которые необходимо предусмотреть на входе станции контроля и в цехе наладки. Значения этих параметров отображаются в столбце «Макс. содержимое очереди» для OCH1 и OCH2 (рис.2.3).

Имя / номер	Макс. содержимое очереди за	Текущее содержимое очереди	Общее кол-во входов	Общее кол-во входов тран. в очередь с
OCH1	55	53	1134	2
OCH2	23	15	173	2

Рис. 2.1 Раздел «Очереди» в стандартном файле отчета GPSS World

Для определения количества прогонов модели с целью оценки максимального содержимого в очередях OCH1 и OCH2

так, чтобы с вероятностью 0,90 отклонение от истинного значения составляло не более 1 изделия воспользуемся формулой 1.4.

Так как мы не знаем значение σ , то проведем серию пробных прогонов модели. Для проведения действительно случайных экспериментов будем в каждом прогоне изменять последовательность случайных чисел в генераторах. Для этого введем в модель управляющий оператор RMULT (рис.2.4)

Entity	Parameter	Value	Description
	RMULT	15	
KON	STORAGE	2	Количество контролеров
	GENERATE	5,2	Поступление изделий на контроль
BOX	QUEUE	OCH1	Попадание на стеллаж 1
	ENTER	KON	Занятие цеха контроля
	DEPART	OCH1	Снятие со стеллажа 1
	ADVANCE	9,3	Контроль
	LEAVE	KON	Выход из цеха контроля
	TRANSFER	.85, ,OUT	Переход на наладку или на упаковку
	QUEUE	OCH2	Попадание на стеллаж 2
	SEIZE	CEXNAL	Занятие цеха наладки
	DEPART	OCH2	Снятие со стеллажа 2
	ADVANCE	30,10	Наладка
	RELEASE	CEXNAL	Освобождение цеха наладки
	TRANSFER	,BOX	Переход на контроль
OUT	TERMINATE		Попадание в цех упаковки
	GENERATE	4800	Таймер
	TERMINATE	1	
	START	1	

Рис. 2.2 Использование RMULT для пробных прогонов модели

В результате 50 прогонов модели получены значения максимального содержимого для очередей OCH1 и OCH2. Для удобства обработки данных эти значения введены в Microsoft Excel (рис.2.5).

T23			
	A	B	C
1	ОСН1	ОСН2	
2	55	23	
3	54	21	
4	53	8	
5	40	21	
6	61	9	
7	49	19	
8	45	18	
9	58	13	
10	58	17	
11	50	22	
12	47	8	
13	40	18	
14	68	20	
15	34	12	
16	59	18	
17	57	18	
18	50	25	
19	31	8	
20	45	15	
21	72	20	

Рис. 2.3 Часть результатов пробных прогонов модели

При помощи встроенного в Microsoft Excel пакета анализа, используя инструмент «Описательная статистика» по формуле 1.5. находим оценку дисперсии для нашей случайной величины. Эта оценка составила для очереди ОСН1 – 109 изделий, а для очереди ОСН2 – 28 изделий (рис.2.6)

	ОСН1		ОСН2
Среднее	51	Среднее	17
Стандартная ошибка	2	Стандартная ошибка	1
Медиана	52	Медиана	18
Мода	40	Мода	18
Стандартное отклонение	10	Стандартное отклонение	5
Дисперсия выборки	109	Дисперсия выборки	28
Эксцесс	0	Эксцесс	-1
Асимметричность	0	Асимметричность	-1
Интервал	41	Интервал	17
Минимум	31	Минимум	8
Максимум	72	Максимум	25
Сумма	1026	Сумма	333
Счет	20	Счет	20

Рис. 2.4 Результаты статистического анализа

Затем по формуле 1.6 находим необходимое количество прогонов модели для оценки среднего значения случайной величины.

Для нашего случая:

$$\nu = 50 - 1 - 1 = 48.$$

На основе заданного уровня значимости ($\alpha=1-0,90=0,10$) и определенных степеней свободы ($\nu=48$) по таблице t-распределения (приложение 1) находим $t_\alpha = 1,68$.

Подставляя определенные значения в формулу (1.4) получаем для очереди ОСН1

$$N = \frac{1,68^2 \cdot 109^2}{1^2} + 1 = 11884,$$

а для очереди ОСН2

$$N = \frac{1,68^2 \cdot 28^2}{1^2} + 1 = 788.$$

Следовательно, для получения результатов с заданной точностью (1 изделие) и доверительной вероятностью (0,90) необходимо провести 11884 прогонов модели.

3 Задание на лабораторную работу

Описание объекта моделирования.

На обрабатывающий участок цеха поступают заготовки в среднем через 50 мин. Первичная обработка заготовок производится на одном из двух станков. Первый станок обрабатывает деталь в среднем 40 мин и имеет до 4% брака, второй – соответственно 60 мин и 8 % брака. Все бракованные детали возвращаются на повторную обработку на второй станок. Детали, попавшие в разряд бракованных дважды, считаются отходами. Вторичную обработку проводят также два станка в среднем 100 мин каждый. Все интервалы времени распределены по экспоненциальному закону.

Задание

1. Разработайте имитационную модель обрабатывающего участка, используя среду компьютерного моделирования GPSS World.

2. На разработанной модели, проведите имитационные эксперименты, с точностью – 0,1 и доверительной вероятностью - 0,90 определите количество изготовленных на участке деталей за 8-часовой рабочий день.

4 Требования к отчету

Отчет должен содержать:

- 1 Титульный лист, с названием лабораторной работы;
- 2 Описание объекта моделирования;
- 3 Имитационную модель в среде компьютерного моделирования GPSS World;
- 4 Результаты пробных прогонов модели в MS Excel;
- 5 Результаты расчета по определению необходимого количества прогонов модели для обеспечения заданной точности.
- 6 Вывод.

5 Контрольные вопросы

- 1 Как обеспечивают точность результатов имитационного моделирования?
- 2 Что такое уровень значимости и доверительная вероятность?
- 3 Как определяют требуемое количество прогонов модели для оценки среднего значения случайной величины по результатам имитационных экспериментов?
- 4 Как получить значение дисперсии, если оно заранее неизвестно?
- 5 Для чего используют управляющий оператор RMULT в GPSS World?

6 Список рекомендуемой литературы

- 1 Зиновьев В. В. Моделирование процессов и систем учебное пособие В. В. Зиновьев, А. Н. Стародубов, П.И. Николаев // – КузГТУ : Кемерово, 2016. – 146с.
- 2 Томашевский В. Имитационное моделирование в среде GPSS. Серия «Факультет» / В. Томашевский, И. Жданова. – Москва : Бестселлер, 2003.

3 Макарова Н. В. Статистика в Excel: Учеб. пособие / Н. В. Макарова, В. Я. Трофимец. – Москва : Финансы и статистика, 2002.

Приложение 1

Таблица критических точек распределения Стьюдента
(t-распределение)

к – число степеней свободы	Уровень значимости α					
	0,1	0,05	0,02	0,01	0,002	0,001
1	6,3138	12,7062	31,8205	63,6567	318,3088	636,6192
2	2,9200	4,3027	6,9646	9,9248	22,3271	31,5991
3	2,3534	3,1824	4,5407	5,8409	10,2145	12,9240
4	2,1318	2,7764	3,7469	4,6041	7,1732	8,6103
5	2,0150	2,5706	3,3649	4,0321	5,8934	6,8688
6	1,9432	2,4469	3,1427	3,7074	5,2076	5,9588
7	1,8946	2,3646	2,9980	3,4995	4,7853	5,4079
8	1,8595	2,3060	2,8965	3,3554	4,5008	5,0413
9	1,8331	2,2622	2,8214	3,2498	4,2968	4,7809
10	1,8125	2,2281	2,7638	3,1693	4,1437	4,5869
11	1,7959	2,2010	2,7181	3,1058	4,0247	4,4370
12	1,7823	2,1788	2,6810	3,0545	3,9296	4,3178
13	1,7709	2,1604	2,6503	3,0123	3,8520	4,2208
14	1,7613	2,1448	2,6245	2,9768	3,7874	4,1405
15	1,7531	2,1314	2,6025	2,9467	3,7328	4,0728
16	1,7459	2,1199	2,5835	2,9208	3,6862	4,0150
17	1,7396	2,1098	2,5669	2,8982	3,6458	3,9651
18	1,7341	2,1009	2,5524	2,8784	3,6105	3,9216
19	1,7291	2,0930	2,5395	2,8609	3,5794	3,8834
20	1,7247	2,0860	2,5280	2,8453	3,5518	3,8495
21	1,7207	2,0796	2,5176	2,8314	3,5272	3,8193
22	1,7171	2,0739	2,5083	2,8188	3,5050	3,7921
23	1,7139	2,0687	2,4999	2,8073	3,4850	3,7676
24	1,7109	2,0639	2,4922	2,7969	3,4668	3,7454
25	1,7081	2,0595	2,4851	2,7874	3,4502	3,7251
26	1,7056	2,0555	2,4786	2,7787	3,4350	3,7066
27	1,7033	2,0518	2,4727	2,7707	3,4210	3,6896
28	1,7011	2,0484	2,4671	2,7633	3,4082	3,6739
29	1,6991	2,0452	2,4620	2,7564	3,3962	3,6594
30	1,6973	2,0423	2,4573	2,7500	3,3852	3,6460
40	1,6839	2,0211	2,4233	2,7045	3,3069	3,5510
50	1,6759	2,0086	2,4033	2,6778	3,2614	3,4960
60	1,6706	2,0003	2,3901	2,6603	3,2317	3,4602
70	1,6669	1,9944	2,3808	2,6479	3,2108	3,4350
80	1,6641	1,9901	2,3739	2,6387	3,1953	3,4163

к – число степеней свободы	Уровень значимости α					
	0,1	0,05	0,02	0,01	0,002	0,001
90	1,6620	1,9867	2,3685	2,6316	3,1833	3,4019
100	1,6602	1,9840	2,3642	2,6259	3,1737	3,3905
110	1,6588	1,9818	2,3607	2,6213	3,1660	3,3812
120	1,6577	1,9799	2,3578	2,6174	3,1595	3,3735
200	1,6525	1,9719	2,3451	2,6006	3,1315	3,3398
	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001	0,0005
	Уровень значимости α					