

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кузбасский государственный технический университет
имени Т. Ф. Горбачева»

Кафедра теории и методики профессионального образования

Составитель
Е. В. Кабачевская

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА С ЭЛЕМЕНТАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

Методические указания к практическим занятиям
и самостоятельной работе
для студентов 2 курса специальности СПО
09.02.07 «Информационные системы и программирование»

Рекомендовано цикловой методической комиссией
математических и естественнонаучных дисциплин
в качестве электронного издания
для использования в образовательном процессе

Кемерово 2023

Рецензент:

Хивинцева М. А. – председатель цикловой методической комиссии математических и естественнонаучных дисциплин СПО

Кабачевская Елена Вячеславовна

Дискретная математика с элементами математической логики : методические указания к практическим занятиям и самостоятельной работе для студентов 2 курса специальности СПО 09.02.07 «Информационные системы и программирование» очной формы обучения / сост. Е. В. Кабачевская; Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева. – Кемерово, 2023. – Текст : электронный.

Приведено содержание самостоятельных и практических работ, материал, необходимый для успешного изучения дисциплины.

© Кузбасский государственный
технический университет
имени Т. Ф. Горбачева, 2023

© Кабачевская Е. В.,
составление, 2023

Оглавление

Пояснительная записка	3
Практическое занятие 1 Формулы логики	5
Практическое занятие 2 Упрощение формул логики с помощью равносильных преобразований	7
Самостоятельная работа Решение логических задач по теме "Алгебра высказываний"	8
Практическое занятие 3 Представление булевой функции в виде СДНФ и СКНФ, минимальной ДНФ и КНФ	9
Практическое занятие 4 Множества и основные операции над ними	11
Практическое занятие 5 Графическое изображение множеств на диаграммах Эйлера-Венна	13
Самостоятельная работа Основы теории множеств	16
Самостоятельная работа Предикаты	17
Практическое занятие 6 Графы	19
Самостоятельная работа Основы теории графов	22
Список источников	26

Пояснительная записка

Методические материалы содержат темы самостоятельных и практических работ, время на выполнение заданий, практические задания, контрольные вопросы к темам и литературу, необходимые для выполнения работ.

Требования к оформлению самостоятельных и практических работ

Самостоятельная работа выполняется в рабочей тетради, аккуратно, в полном объеме и должна содержать тему самостоятельной работы, дату выполнения.

По практическим работам составляется отчет, который выполняется в отдельной тетради, предназначенной для практических работ.

Отчет о практической работе должен содержать тему практической работы, ее номер, дату выполнения. В зависимости от задания отчет может включать расчеты, формулы, таблицы, графики и пр.

Критерии оценки практической работы

Отметка	Критерии	Показатели по шкале от 0 до 100 баллов
5 (отлично)	работа выполнена в полном объеме, приведены все шаги решения и получены верные ответы.	100 баллов
	работа выполнена в полном объеме, приведены все шаги решения, но имеется одна–две вычислительные ошибки.	[90; 100) баллов
4 (хорошо)	работа выполнена в полном объеме, но есть пропуски в последовательности решения, которые обучающийся не может восстановить и объяснить.	[86; 90) баллов
	выполнено верно не менее 85 % от объема работы, приведена верная последовательность всех шагов решения.	85 баллов

	выполнено 80–85 % от объема работы, приведена верная последовательность всех шагов решения, но имеется одна вычислительная ошибка или недочет в выкладках, рисунках, чертежах, графиках (если эти виды работы не являются специальным объектом проверки).	[80; 85) баллов
3 (удовлетворительно)	выполнено 75–79 % от объема работы, приведена верная последовательность всех шагов решения, но допущены одна–две вычислительные ошибки или два–три недочета в чертежах, графиках	[65; 80)
	выполнено 60–74 % от объема работы допущено не более одной вычислительной ошибки или двух недочетов в выкладках, чертежах графиках, но обучающийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме	
	выполнено верно не менее 50 % от объема работы, приведена верная последовательность всех шагов решения	[60; 65)
2 (неудовлетворительно)	выполнено менее 50 % работы.	менее 60 баллов

Практическое занятие 1

Формулы логики

Цель: закрепить навык выполнения основных логических операций, составления таблиц истинности.

Продолжительность работы: 2 часа.

Литература: [1, гл. 4; 3, гл. 10; 5, гл. V].

Материально-техническое оснащение: учебная аудитория, оборудованная учебно-наглядными устройствами (компьютер, проектор, доска).

Задания к практической работе

Задание 1

Запишите высказывания с помощью формул логики высказываний, если а – «Петр любит петь», b – «Иван любит танцевать», с – «На улице хорошая погода», d – «Все пошли гулять», e – «идет дождь»

1) «Все пошли гулять, если на улице хорошая погода и не идет дождь»;

2) «Либо Иван любит танцевать, либо Петр любит петь, либо на улице плохая погода»;

3) «На улице хорошая погода тогда и только тогда, когда не идет дождь или все пошли гулять»;

4) «Либо Иван любит танцевать, либо Петр любит петь, либо на улице плохая погода»

5) «На улице хорошая погода тогда и только тогда, когда не идет дождь или все пошли гулять»;

6) «Если Петр любит петь, а Иван любит танцевать, то либо все пошли гулять, либо идет дождь»;

7) «На улице хорошая погода тогда и только тогда, когда не идет дождь или все пошли гулять»;

8) «Если Петр любит петь, а Иван любит танцевать, то либо все пошли гулять, либо идет дождь»;

9) «Иван любит танцевать тогда и только тогда, когда Петр не любит петь, а Петр любит петь тогда и только тогда, когда Иван не любит танцевать»;

10) «Если Петр любит петь, а Иван любит танцевать, то либо все пошли гулять, либо идет дождь».

Задание 2

Составить таблицы истинности для следующих формул логики высказываний:

1. $(A \wedge B) \rightarrow (B \vee \bar{A})$;
2. $(A \rightarrow B) \wedge C \vee (\overline{A \leftrightarrow \bar{C}})$;
3. $(A \rightarrow B) \leftrightarrow (C \vee \bar{B})$;
4. $(A \wedge B \wedge \bar{C}) \leftrightarrow (\overline{C \vee B})$;
5. $(\bar{X} \vee Y) \leftrightarrow \overline{\bar{Y} \rightarrow X}$;
6. $(X \rightarrow Y \rightarrow \bar{Z}) \leftrightarrow ((Y \rightarrow \bar{X}) \vee \bar{Z})$;
7. $\bar{B} \vee (\bar{A} \rightarrow (C \wedge B))$;
8. $(\overline{Z \wedge (\bar{X} \leftrightarrow Y) \vee (X \rightarrow \bar{Y})}) \wedge (\bar{Y} \rightarrow Z)$;
9. $\overline{\bar{X} \vee \left(\left(X \leftrightarrow ((Y \rightarrow Z) \wedge (Z \rightarrow \bar{Y})) \right) \right) \leftrightarrow Y}$.

Задание 3

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Что такое алгебра логики?
2. Каким бывает высказывание?
3. Какое высказывание называют простым?
4. Какое высказывание называют составным?
5. Как определить истинность или ложность составного высказывания?
6. Что такое конъюнкция? Ее обозначение.
7. Что такое дизъюнкция? Ее обозначение.
8. Что такое инверсия? Ее обозначение.
9. Что такое импликация? Ее обозначение.
10. Что такое эквиваленция? Ее обозначение.
11. Приоритет логических операций.
12. Запишите основные законы и тождества алгебры логики.

13. Что содержат таблицы истинности и каков порядок их построения?

Практическое занятие 2 **Упрощение формул логики**

с помощью равносильных преобразований

Цель: закрепить навык выполнения операций над высказываниями, применения законов алгебры логики к преобразованию формул.

Продолжительность работы: 2 часа.

Литература: [1, гл. 4; 3, гл. 10; 4, гл. 2; 5, гл. V].

Материально-техническое оснащение: учебная аудитория, оборудованная учебно-наглядными устройствами (компьютер, проектор, доска).

Задания к практической работе

Задание 1

Составить таблицу истинности

1. $\left(\bar{x} \wedge \bar{y} \wedge z\right) \rightarrow \left(\bar{x} \wedge y \wedge \bar{z}\right) \vee \left(\bar{x} \wedge \bar{y} \wedge \bar{z}\right);$

2. $\left(x \wedge y \wedge \bar{z}\right) \vee \left(\bar{x} \wedge y \wedge \bar{z}\right) \rightarrow \left(\bar{x} \wedge y \wedge z\right);$

3. $\left(\left(\left(A \wedge (\bar{C})\right) \rightarrow (B \vee D)\right) \vee \left((A \rightarrow (D \vee C)) \rightarrow (\bar{B})\right)\right).$

Задание 2

Упростить выражения:

1. $xy \vee x\bar{y}z \vee \bar{y}x\bar{z} \vee x\bar{z};$

2. $y \vee \overline{x \vee y \vee \bar{y}x};$

3. $\overline{(\bar{x} \wedge \bar{y}) \vee (\bar{x} \wedge y)};$

4. $(x \wedge y \vee x \wedge \bar{y}) \wedge \overline{(\bar{x} \wedge \bar{y})};$

5. $(y \vee x \wedge \bar{x} \vee x) \wedge (y \vee y);$

6. $\overline{\left(\left((x \wedge \bar{y}) \vee \bar{z}\right) \wedge x\right) \wedge \bar{y}};$

7. $\left((x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow x)\right) \rightarrow (x \vee y);$

8. $(x \rightarrow y) \rightarrow ((x \rightarrow y) \rightarrow \bar{x});$

9. $\left((\bar{x} \leftrightarrow \bar{y}) \rightarrow (\bar{x} \vee \bar{y})\right) \wedge x;$

10. $\overline{(x \vee y) \rightarrow (y \vee z)}.$

Задание 3

Доказать тождественную истинность формул

1. $x \rightarrow (y \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow y \rightarrow (x \rightarrow z))$;
2. $x \rightarrow y \rightarrow (y \rightarrow z) \rightarrow (x \vee y \rightarrow z)$;
3. $x \rightarrow z \rightarrow (y \rightarrow z \rightarrow (x \vee y \rightarrow z))$;
4. $x \rightarrow (y \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow y \rightarrow (x \rightarrow z))$;
5. $(x \rightarrow z) \wedge (y \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow z)$.

Задание 4

Доказать равносильность двух данных формул

$$A(x, y, z) \equiv \bar{x} \vee \left(\left(\bar{y} \vee z \right) \rightarrow z y \right)$$

$$B(x, y, z) \equiv \left(\bar{x} \vee y \vee z \right) \wedge \overline{x \wedge y \wedge z}$$

Задание 5

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Что содержат таблицы истинности и каков порядок их построения?
2. Какие преобразования называются равносильными?
3. Каким образом можно установить равносильность формул?
4. Запишите основные законы и тождества алгебры логики.

Самостоятельная работа

Решение логических задач по теме "Алгебра высказываний"

Цель: закрепить навык выполнения арифметических действий над числами.

Продолжительность работы: 2 часа.

Литература: [1, гл. 4; 3, гл. 10; 4, гл. 2; 5, гл. V].

Задание к самостоятельной работе

Задание 1

Доказать равносильность двух данных формул

$$A(x, y, z) \equiv x \rightarrow \left(xy \rightarrow \left((x \rightarrow y) \rightarrow y \right) \rightarrow z \right)$$

$$B(x, y, z) \equiv y \rightarrow (x \rightarrow z)$$

Задание 2

Установить, является ли формула тождественно истинной или тождественно ложной

$$x \vee (y \vee z) \leftrightarrow (x \vee y) \vee z$$

Задание 3

С помощью равносильных преобразований упростите формулу $\bar{Y} \rightarrow \left((\bar{Y} \rightarrow X) \wedge (X \rightarrow Y) \right)$

Задание 4

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Что такое формула?
2. Какие формулы называются равносильными?
3. Что такое тавтология?
4. Какая формула называется противоречием?

Практическое занятие 3

Представление булевой функции в виде СДНФ и СКНФ, минимальной ДНФ и КНФ

Цель: закрепить навык представления булевой функции в виде СДНФ и СКНФ, минимальной ДНФ и КНФ.

Продолжительность работы: 2 часа.

Литература: [1, гл. 4; 3, гл. 10; 4, гл. 2; 5, гл. V].

Материально-техническое оснащение: учебная аудитория, оборудованная учебно-наглядными устройствами (компьютер, проектор, доска).

Задания к практической работе

Задание 1

Привести к ДНФ и КНФ функции:

- a) $f(x, y, z) = (x \rightarrow y) \rightarrow z$;
- b) $f(x, y, z) = (\overline{x \vee z}) \vee (x \rightarrow y)$;
- c) $f(x, y, z) = (x \rightarrow y) \left((\bar{y} \rightarrow z) \rightarrow \bar{x} \right)$;
- d) $f(x, y, z) = (x \leftrightarrow y)(z \rightarrow t)$;
- e) $f(x, y, z) = x \vee \overline{yz}(x \vee y)$.

Задание 2

Для функций построить СДНФ и СКНФ

а.

x	y	z	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

б.

x	y	z	f
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

в.

x	y	z	f
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

г.

x	y	z	f
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

д.

x	y	z	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

е.

x	y	z	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

Задание 3

Аналитически построить СДНФ и СКНФ для функций:

а) $f(x, y, z) = (x \rightarrow y) \rightarrow \bar{z}$;

б) $f(x, y, z) = x \vee \bar{y} \bar{x} \bar{z}$;

в) $f(x, y, z) = \overline{x \rightarrow yz \wedge (y \rightarrow (x \rightarrow z))}$.

Задание 3

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Сформулируйте понятие булевой функции

2. Перечислите способы заданий булевой функции
3. Сформулируйте определение Булевой функции, перечислите Булевы функции одной переменной
4. Перечислите Булевы функции двух переменных
5. Сформулируйте понятие совершенной дизъюнктивной и конъюнктивной нормальных форм.
6. Каким образом осуществляется приведение к СДНФ и СКНФ аналитическим способом?
7. Каким образом осуществляется приведение к СДНФ и СКНФ табличным способом?

Практическое занятие 4

Множества и основные операции над ними

Цель: закрепить навык выполнения операций над множествами.

Продолжительность работы: 2 часа.

Литература: [1, гл. 1; 4, гл. 1; 5, гл. I].

Материально-техническое оснащение: учебная аудитория, оборудованная учебно-наглядными устройствами (компьютер, проектор, доска).

Задания к практической работе

Задание 1

Даны множества

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}, \quad B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\},$$

$$C = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}, \quad D = \{2, 3, 4, 5, 6\}.$$

Задайте списками множества

1. $A \cup B \cup C \cup D$; 2. $A \cap B \cap C \cap D$;
3. $(A \cap B) \cup (C \cap D)$; 4. $(A \cup B) \cap (C \cup D)$;
5. $(A \setminus B) \cap (B \setminus A)$.

Задание 2

Определить мощность булеана множества

$$1. A = \{1, 2, 3, 4\}; \quad 2. B = \{3, 4\}; \quad 3. C = \{1, 2, 3, 4, 5\}.$$

Задание 3. Даны множества

$$U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\};$$

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}; \quad B = \{3, 4, 7, 8, 9, 10\}; \quad C = \{0, 4, 5, 6, 9, 10\}.$$

Запишите множества

1. $M = (A \setminus B) \cup (A \cap C);$
2. $M = (A \setminus B) \setminus (\bar{A} \cap C);$
3. $M = (B \cap C) \setminus (\overline{C \setminus A});$
4. $M = (B \cup A \cup C) \setminus (\bar{A} \cap C);$
5. $M = \overline{(A \setminus B)} \cup (A \cap C);$
6. $M = (A \setminus \bar{B}) \cap (A \cup C \cup B).$

Задание 4

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Понятие множества, обозначение.
2. Определение элементов множества. Обозначение.
3. Какие множества называются конечными?
4. Какое множество называется пустым?
5. Какие множества называются числовыми?
6. Что называют мощностью множества. Обозначение мощности множества.
7. Какие множества называются равными?
8. Отношение включение множеств.
9. Сформулируйте определение подмножества.
10. Сформулируйте определение булеана множества. Обозначение булеана.
11. Сформулируйте теорему о мощности булеана.
12. Перечислите операции над множествами.
13. Сформулируйте определение операции пересечения множеств. Обозначение пересечения множеств.
14. Сформулируйте определение операции объединения множеств. Обозначение объединения множеств.
15. Сформулируйте определение операции разности множеств. Обозначение разности множеств.
16. Сформулируйте определение операции дополнения множества. Обозначение дополнения множества.
17. Сформулируйте определение операции симметрической разности множеств. Обозначение симметрической разности множеств.

Практическое занятие 5

Графическое изображение множеств на диаграммах Эйлера-Венна

Цель: научить графически, на диаграммах Эйлера-Венна, иллюстрировать операции над множествами.

Продолжительность работы: 2 часа.

Литература: [1, гл. 1; 3, гл.1; 4, гл. 1; 5, гл. I].

Материально-техническое оснащение: учебная аудитория, оборудованная учебно-наглядными устройствами (компьютер, проектор, доска).

Задания к практической работе

Задание 1. Решите задачу, иллюстрируя решение диаграммой Эйлера-Венна.

1. Некоторые ребята из нашего класса любят ходить в кино. Известно, что 15 ребят смотрели фильм «Обитаемый остров», 11 человек – фильм «Стиляги», из них 6 смотрели и «Обитаемый остров», и «Стиляги». Сколько человек смотрели только фильм «Стиляги»?

2. Каждый из 35 семиклассников является читателем, по крайней мере, одной из двух библиотек: школьной и районной. Из них 25 человек берут книги в школьной библиотеке, 20 – в районной.

Сколько семиклассников

- a.** являются читателями обеих библиотек;
- b.** не являются читателями районной библиотеки;
- c.** не являются читателями школьной библиотеки;
- d.** являются читателями только районной библиотеки;
- e.** являются читателями только школьной библиотеки?

3. На полке стояло 26 волшебных книг по заклинаниям, все они были прочитаны. Из них 4 прочитал и Гарри Потер, и Рон. Гермиона прочитала 7 книг, которых не читал ни Гарри Потер, ни Рон, и две книги, которые читал Гарри Потер. Всего Гарри Потер прочитал 11 книг. Сколько книг прочитал только Рон?

4. Среди 70 сотрудников фирмы 27 побывали во Франции, 32 – в Сербии, 22 – в Китае. При этом Францию и Сербию посетили 10 сотрудников, Сербию и Китай – 6, Китай и Францию – 8. Во всех трёх странах побывали только трое. Сколько сотрудников не посещали ни одну из этих стран?

5. Антон, Яков и Инна решили вместе 100 задач по математике. Каждый из них решил 60 задач. Назовем задачу трудной, если ее решил только один человек, и легкой, если ее решили все трое. Насколько отличается количество трудных задач от количества легких? Задачи, которые решили только двое, тоже бывают!

6. Аня, Боря и Вася составляли слова из заданных букв. Все составили разное число слов: больше всех — Аня, меньше всех — Вася. Затем ребята просуммировали очки за свои слова. Если слово есть у двух игроков, за него даётся 1 очко, у одного игрока — 2 очка, слова, общие у всех трёх игроков, вычёркиваются. Могло ли так случиться, что больше всех очков набрал Вася, а меньше всех — Аня?

Задание 2

Если $A = \{\text{четные числа}\}$, $B = \{\text{числа, которые делятся на 4}\}$, $C = \{\text{натуральные числа меньше 10}\}$.

Найдите: $A \cap B$, $A \cap B \cap C$, $B \cap C$, $A \cup B$.

Задание 3

Верно ли, что:

а) $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$;

б) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$;

в) $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup B$;

г) $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap B$.

Проверьте на диаграммах Эйлера-Венна

Задание 4

На полу площадью 12 м^2 лежат три ковра. Площадь одного ковра 5 м^2 , другого — 4 м^2 , третьего — 3 м^2 . Каждые два ковра перекрываются на площади $1,5 \text{ м}^2$. Все три ковра перекрываются на площади $0,5 \text{ м}^2$.

а) Какова площадь пола, не покрытая коврами?

б) Какова площадь, покрытая только первым ковром?

Задание 5

Сколько существует натуральных чисел, меньших 1000, которые не делятся ни на 3, ни на 5, ни на 7?

Задание 6

Запишите формулы для диаграмм, изображенных на рисунках 1–6.

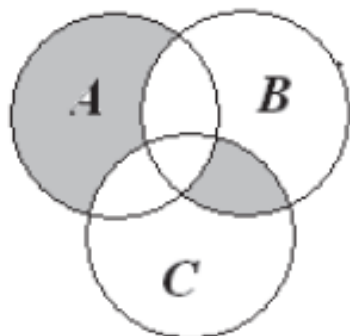


Рис. 1

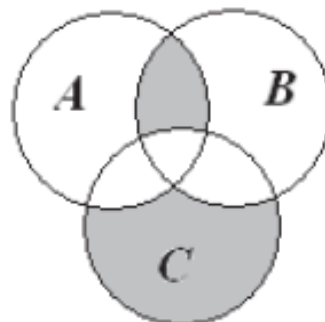


Рис. 2

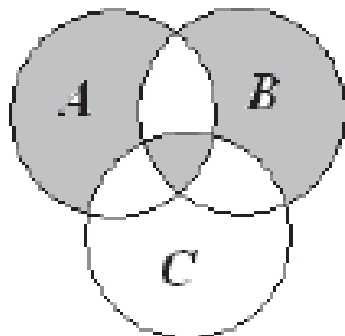


Рис. 3

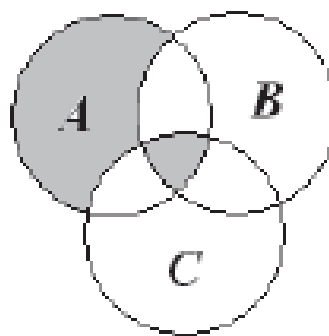


Рис. 4

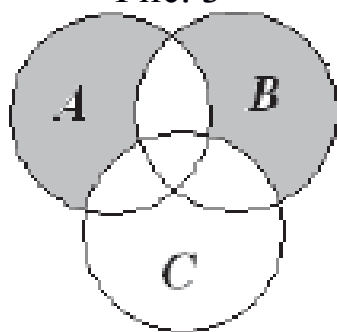


Рис. 5

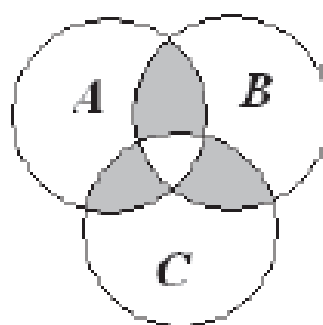


Рис. 6

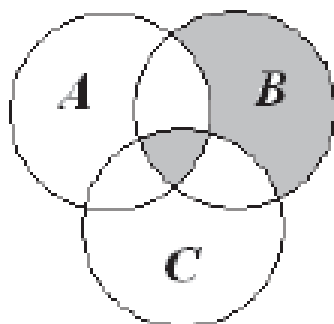


Рис. 7

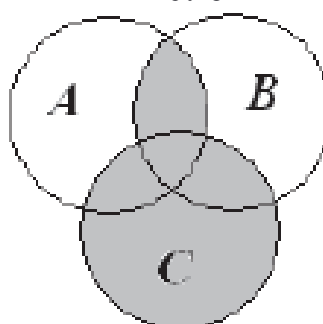


Рис. 8

Самостоятельная работа

Основы теории множеств

Цель: закрепить навык исследования бинарных отношений на свойства рефлексивности (антирефлексивности), симметричности (анти симметричности, асимметричности), транзитивности (антитранзитивности).

Продолжительность работы: 2 часа.

Литература: [1, гл. 1; 3, гл.1; 4, гл. 1; 5, гл. I].

Задание к самостоятельной работе

Задание 1

На множестве $M \{1, 2, 3, 4\}$ задано бинарное отношение

1. $\{(1,4), (2,1), (2,2), (2,4), (3,1), (4,3)\};$
2. $\{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (2,4), (3,1), (4,3)\};$
3. $\{(1,2), (2,1), (2,3), (3,4), (4,4), (4,3)\};$
4. $\{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (2,4), (3,3), (4,2), (4,4)\};$
5. $\{(2,1), (1,2), (2,1), (2,3), (3,2), (1,3), (3,1)\}.$

Составить матрицу отношения. Определить вид отношения.

Задание 2

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Дайте определение бинарного отношения на множестве X .
2. Как записать утверждение о том, что элементы x и y находятся в отношении R ?
3. Перечислите способы задания отношений.
4. Сформулируйте свойства, которыми могут обладать отношения. Как данные свойства отражаются на матрице отношения?
5. Какими свойствами должно обладать отношение, чтобы оно являлось отношением эквивалентности?
6. Как отношение эквивалентности связано с разбиением множества на классы?
7. Какими свойствами должно обладать отношение, чтобы оно являлось отношением порядка?

Самостоятельная работа

Предикаты

Цель: закрепить навык выполнения операций над предикатами.

Продолжительность работы: 2 часа.

Литература: [1, гл. 5; 3, гл. 33; 4, гл. 3, п. 3.3].

Задание к самостоятельной работе

Задание 1

Найдите множество истинности предикатов, заданных над указанными множествами.

1. « x кратно 3», $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$;

2. « x кратно 3», $M = \{3, 6, 9, 12\}$;

3. « x кратно 3», $M = \{2, 4, 8\}$;

4. « $x^2 + 4 > 0$ », $M = R$;

5. « $\sin x > 1$ », $M = R$;

6. « $x^2 + x - 6 = 0$ », $M = R$;

Задание 2

Изобразите на координатной прямой множество истинности следующих предикатов:

1. $(x > 2) \wedge (x < 2)$; 2. $(x > 1) \rightarrow (x < 12)$;

3. $(x > -2) \vee (x < 2)$; 4. $(x > 1) \rightarrow (x > -2)$;

5. $(x > 2) \rightarrow (x < 2)$; 6. $(x > -3) \wedge (x < 4)$;

7. $(x > 1) \wedge (x < 2)$; 8. $(x > 1) \rightarrow (x > -2)$.

Задание 3

Запишите следующие высказывания и определите, какие из них истинные, а какие ложные, считая, что все переменные пробегают множество действительных чисел:

1. $(\forall x)(\exists y)(x + y = 7)$; 2. $(\exists x)(\forall y)(x + y = 7)$;

3. $(\forall x)(\forall y)(x + y = 7)$; 4. $(\forall y)(\exists x)(x + y = 7)$;

5. $(\exists y)(\forall x)(x + y = 7)$; 6. $(\exists x)(\exists y)(x + y = 7)$.

Задание 4

Рассмотрите все случаи навешивания кванторов на предикат $P(x, y)$ и опишите в словесной форме полученные высказывания. Определите истинность полученного высказывания.

$P(x, y)$ определен на множестве людей.

1. « x является родителем y »;
2. « x является дочерью y »;
3. « x живет в одном городе с y »;
4. « x является отцом для y »;
5. « x является родственником y »;
6. « x живет в одной стране с y ».

Задание 5

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Что называется высказывательной формой или предикатом?
2. Какие различают предикаты по числу входящих в них переменных? Приведите примеры.
3. Как можно предикат превратить в высказывание?
4. Какое множество называют областью определения предиката?
5. Какое множество называют множеством истинности предиката?
6. Что называют конъюнкцией предикатов? Докажите равенство, связывающее область истинности конъюнкции предикатов с областями истинности этих предикатов.
7. Дайте определения дизъюнкции, отрицания, импликации предикатов. Запишите равенства, связывающие области истинности конъюнкции предикатов с областями истинности этих предикатов.
8. Приведите примеры слов, которые используются в качестве кванторов общности и существования.
9. Укажите способы установления значения истинности высказываний, содержащих кванторы?
10. Как построить отрицание высказываний, содержащих кванторы?

Практическое занятие 6

Графы

Цель: научить задавать графы различными способами. Строить матрицы смежности и инцидентности для графа.

Продолжительность работы: 2 часа.

Литература: [1, гл. 2; 3, гл.17; 4, гл. 6].

Материально-техническое оснащение: учебная аудитория, оборудованная учебно-наглядными устройствами (компьютер, проектор, доска).

Задания к практической работе

Задание 1

Изобразить неориентированный граф, удовлетворяющий условиям:

- 1) число вершин $n > 6$;
- 2) число ребер $m > 9$.

Составить матрицу смежности, соответствующую данному графу.

Задание 2

Изобразить орграф, удовлетворяющий условиям:

- 1) число вершин $n > 8$;
- 2) число дуг $m > 10$.

Составить матрицу смежности, соответствующую данному графу.

Задание 3

Задайте разными способами граф на рис. 1. Является ли бинарное отношение, соответствующее заданному орграфу, рефлексивным, антирефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным?

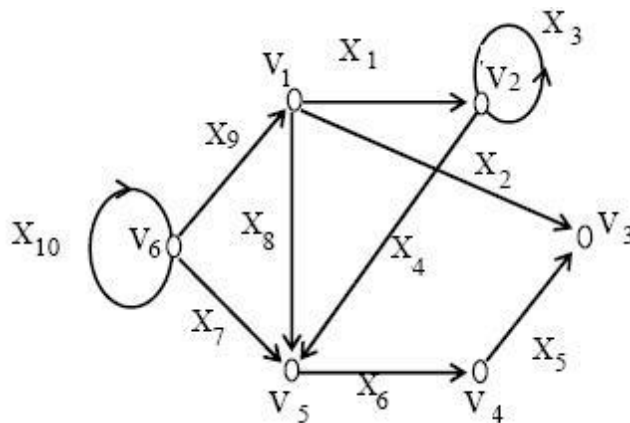


Рис. 1

Задание 3

По матрице инцидентности определите степени вершин

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Задание 4

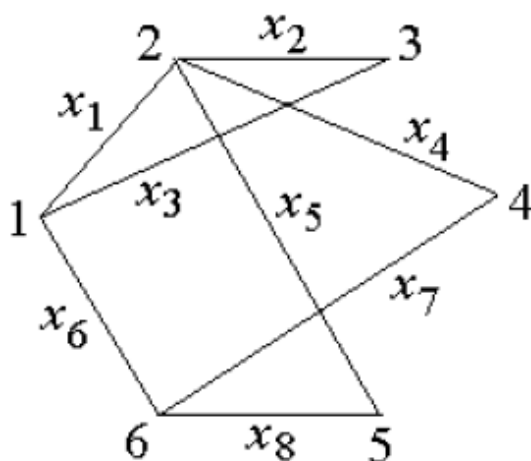
По матрице инцидентности нарисуйте граф. Составьте список его вершин и ребер, а также матрицу смежности.

$$I(G) = \begin{matrix} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Задание 5

Составьте для каждого из графов G и H (рис. 2) множества вершин и ребер. Задайте графы G и H матрицами инцидентности и смежности, а также списком ребер.

G



H

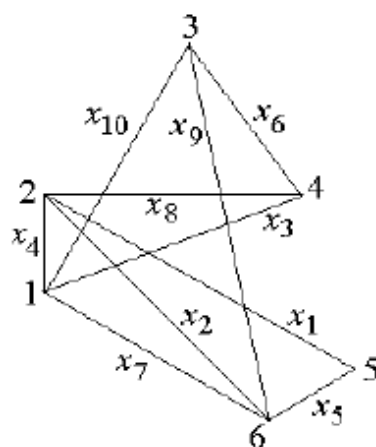


Рис. 2

Задание 6

Для графов, изображенных на рисунках 1 – 5, методом Дейкстры найти кратчайший путь от стартовой до конечной вершины.

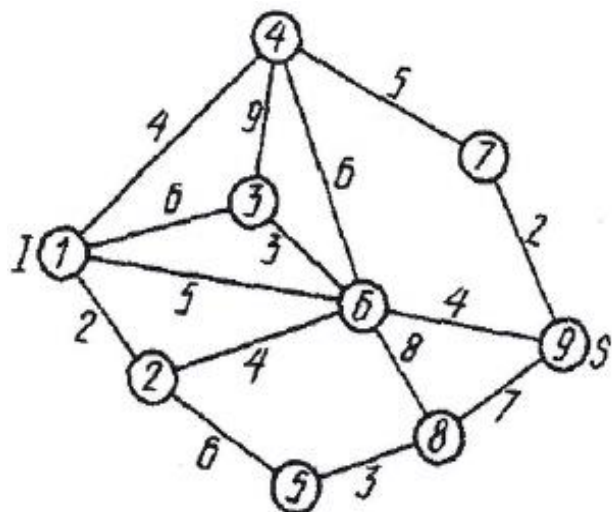


Рис. 1

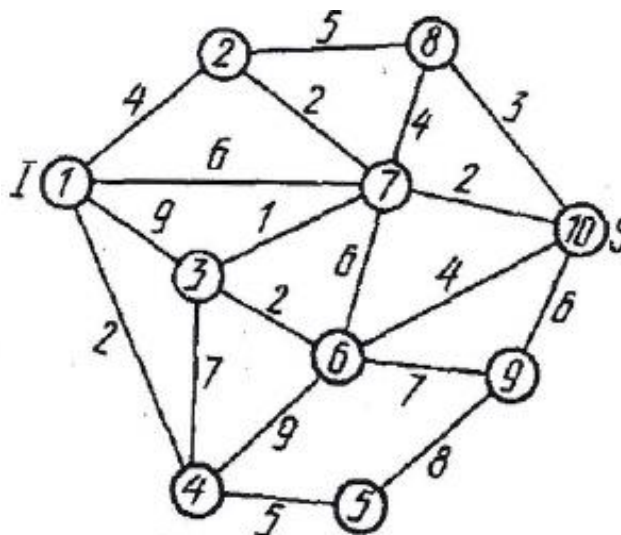


Рис. 2

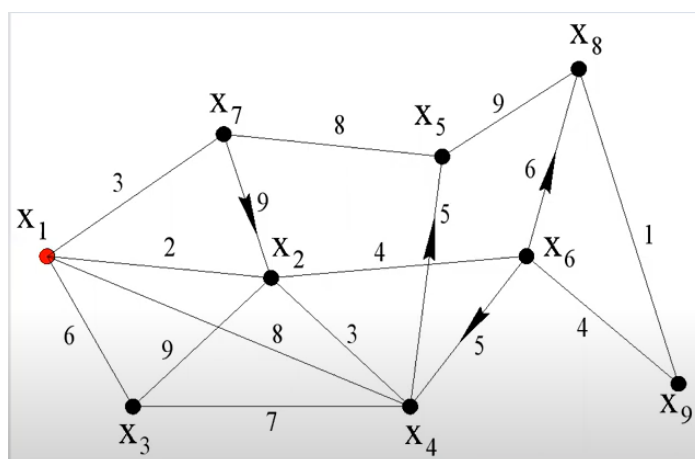


Рис. 3

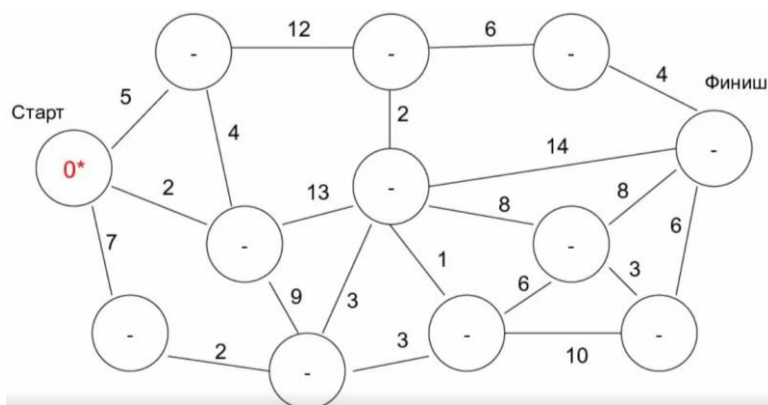


Рис. 4

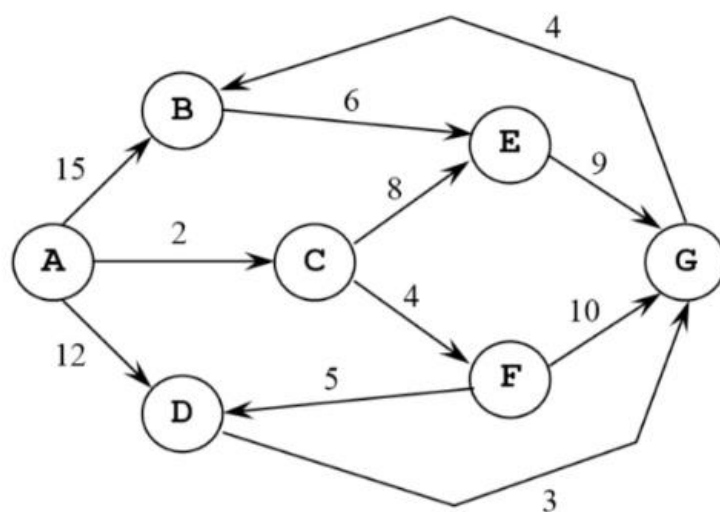


Рис. 5

Самостоятельная работа Основы теории графов

Цель: закрепить навык решения задач по теме «Графы».

Продолжительность работы: 2 часа.

Литература: [1, гл. 2; 3, гл.17; 4, гл. 6].

Задание к самостоятельной работе

Задание 1

Построить графы, матрицы смежности для которых указаны:

$$M_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad M_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad M_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix};$$

$$M_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad M_5 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Задание 2

Между населенными пунктами A, B, C, D, E, F, G построены дороги, протяженность которых приведена в таблице 1. Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет.

Таблица 1

	A	B	C	D	E	F	G
A		5		12			25
B	5			8			
C				2	4	5	10
D	12	8	2				
E			4				
F			5				
G	25		10		5	5	

Определить длину кратчайшего пути между пунктами A и G .

Задание 3

На рисунке 6 задан орграф, представляющий схему дорог, связывающий города $A, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К, Л, М$. Сколько существует различных путей из города A в город M , проходящих через город $В$?

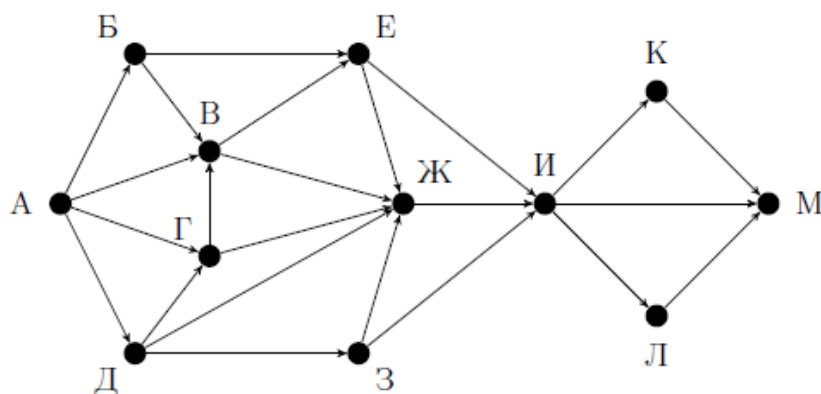


Рис.6 Схема дорог.

Задание 4

Неориентированный граф задан в виде рисунка 7 и таблицы 2. Установите соответствие между вершинами этих представлений графа.

Таблица 2

	1	2	3	4	5	6	7
1					1	1	
2				1	1		1

3				1			1
4		1	1		1	1	
5	1	1		1			
6	1			1			1
7		1	1			1	

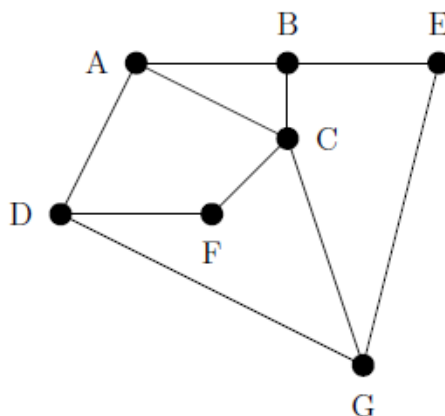


Рис.7

Задание 5

Неориентированный граф задан таблицей 3. Найдите длину кратчайшего пути из вершины A в вершину D .

Таблица 3

	A	B	C	D	E	F	G
A		10	12				
B	10		7				1
C	12	7		9	1		
D			9			4	
E			1			3	2
F				4	3		7
G		1			2	7	

Задание 6

Ориентированный граф задан рисунком 8.

- Сколько существует различных путей из A в N ?
- Сколько существует различных путей из A в N , проходящих через E , но не проходящих через L ?
- Сколько существует путей из A в N , проходящих и через F , и через K ?

- d. Какова длина самого длинного пути из A в N ? Сколько существует таких путей?

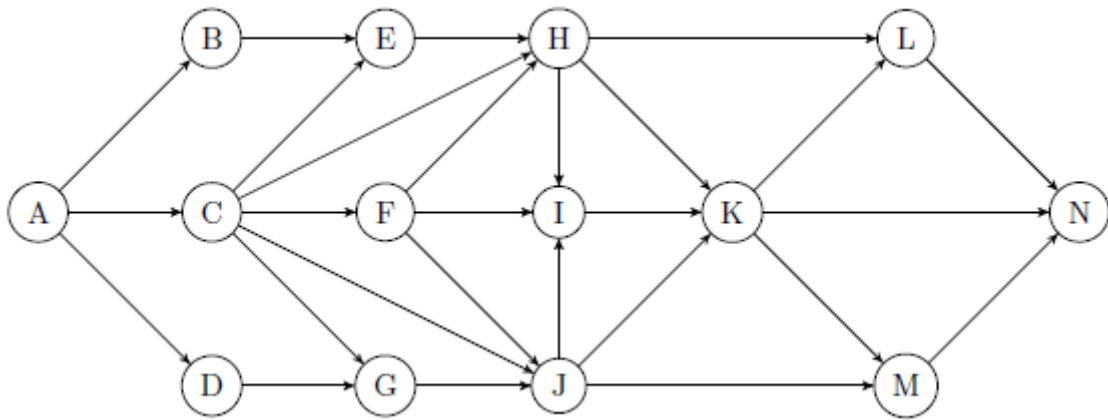


Рис.8

Задание 7

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Сформулируйте определения графа, псевдографа, мультиграфа и орграфа.
2. Понятие смежности вершин и ребер.
3. Подграфы.
4. Перечислите способы задания графов. Приведите примеры.
5. Поиск минимального пути. Алгоритм Дейкстры.

Список источников

1. Спирина, М. С. Дискретная математика : учебник для студентов среднего профессионального образования, обучающихся по специальностям 09.02.07 "Информационные системы и программирование", 09.02.06 "Сетевое и системное администрирование" / М. С. Спирина, П. А. Спирин ; М. С. Спирина, П. А. Спирин. – 4-е изд., стер. – Москва : Академия, 2019. – 368 с. с. – (Профессиональное образование). – URL: <https://academia-moscow.ru/reader/?id=416572>. – Текст : электронный.
2. Спирина, М. С. Дискретная математика. Сборник задач с алгоритмами решений : учебное пособие для студентов среднего профессионального образования, обучающихся по специальностям 09.02.07 "Информационные системы и программирование", 09.02.06 "Сетевое и системное администрирование" / М. С. Спирина, П. А. Спирин ; М. С. Спирина, П. А. Спирин. – 4-е изд., стер. – Москва : Академия, 2020. – 288 с. с. – (Профессиональное образование). – URL: <https://academiamoscow.ru/reader/?id=474856>. – Текст : электронный.
3. Палий, И. А. Дискретная математика и математическая логика: учебное пособие для СПО / Палий И. А.. – 3-е изд., испр. и доп. – Москва : Юрайт, 2020. – 370 с. – ISBN 978-5-534-13522-0. – URL: <https://urait.ru/book/diskretnaya-matematika-463448>. – Текст : электронный.
4. Гусева, А. И. Дискретная математика. Сборник задач : Учебное пособие / А. И. Гусева, В. С. Тихомирова А. Н. Киреев. – Москва : НИЦ ИНФРА-М, 2021. – 224 с. – ISBN 978-5-906818-72-0. – URL: <https://znanium.com/catalog/document?id=364300> (дата обращения: 26.09.2023). – Текст : электронный.
5. Баврин, И. И. Дискретная математика. Учебник и задачник : для среднего профессионального образования / И. И. Баврин. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 193 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07917-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/511780>. – Текст : электронный