

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кузбасский государственный технический университет
имени Т. Ф. Горбачева»

Институт профессионального образования
Кафедра теории и методики профессионального образования

Елена Вячеславовна Кабачевская

МАТЕМАТИКА

Методические материалы к практическим занятиям
и самостоятельной работе

Рекомендовано цикловой методической комиссией
математических и естественнонаучных дисциплин
в качестве электронного издания для использования
в образовательном процессе

Кемерово 2024

Рецензенты: Струкова Ю.В. – председатель цикловой методической комиссии математических и естественнонаучных дисциплин ИПО ФГБОУ ВО «Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева»

Кабачевская, Е.В. Математика: Методические материалы к практическим занятиям и самостоятельной работе для обучающихся II курса специальности СПО 11.02.16 «Монтаж, техническое обслуживание и ремонт электронных приборов и устройств» очной формы обучения / сост. Е. В. Кабачевская; Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева. – Кемерово, 2024. – Текст: электронный.

Приведены методические материалы к практическим занятиям и самостоятельной работе по дисциплине «Математика», позволяющие закрепить знания, полученные в ходе аудиторных занятий; способствующие закреплению теоретических положений; развитию навыков по их практическому применению.

© Кузбасский государственный
технический университет
имени Т. Ф. Горбачева, 2024
© Кабачевская Е. В.,
составление, 2024

Оглавление

Пояснительная записка	4
Практическое занятие 1 Действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной формах	5
Самостоятельная работа Основы теории комплексных чисел	6
Практическое занятие 2 Правила дифференцирования. Производные основных элементарных функций. Производная сложной функции. Дифференцирование функций	8
Практическое занятие 3 Неопределенный интеграл и его свойства. Нахождение неопределенного интеграла методами непосредственного интегрирования, подстановки и интегрирования по частям	10
Практическое занятие 4 Определенный интеграл, его свойства и геометрический смысл. Вычисление определенного интеграла с помощью формулы Ньютона-Лейбница, методами подстановки и интегрирования по частям.	12
Практическое занятие 5 Приложения определенного интеграла к решению геометрических и физических задач	13
Самостоятельная работа Интегральное исчисление	16
Практическое занятие 6 Линейные дифференциальные уравнения I порядка	16
Практическое занятие 7 Линейные однородные дифференциальные уравнения II порядка с постоянными коэффициентами	18
Самостоятельная работа Однородные дифференциальные уравнения	18
Практическое занятие 8 Исследование на сходимость рядов с положительными членами по признаку Даламбера и знакопеременных рядов по признаку Лейбница	19
Практическое занятие 9 Дискретная случайная величина, закон ее распределения. Вычисление числовых характеристик дискретной случайной величины	20
Самостоятельная работа Основные понятия математической статистики	22
Практическое занятие 10 Абсолютная и относительная погрешности приближенного числа. Учет погрешностей и правила действий с приближенными числами.	23

Самостоятельная работа Приближенные числа и действия с ними	24
Список источников	26

Пояснительная записка

Методические материалы содержат темы самостоятельных и практических работ, время на выполнение заданий, практические задания, контрольные вопросы к темам и литературу, необходимые для выполнения работ.

Требования к оформлению самостоятельных и практических работ

Самостоятельная работа выполняется в рабочей тетради, аккуратно, в полном объеме и должна содержать тему самостоятельной работы, дату выполнения.

По практическим работам составляется отчет, который выполняется в отдельной тетради, предназначенной для практических работ.

Отчет о практической работе должен содержать тему практической работы, ее номер, дату выполнения. В зависимости от задания отчет может включать расчеты, формулы, таблицы, графики и пр.

Практическое занятие 1

Действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной формах

Цель: закрепить навык выполнения арифметических действий над комплексными числами.

Литература: [2, гл. 14].

Материально-техническое оснащение: учебная аудитория, оборудованная учебно-наглядными устройствами (компьютер, проектор, доска).

Задания к практической работе

Задание 1. Решить уравнения:

1) $(3-i)(2+5i)-(i-4)=x+12i$

2) $(1-5i)(2-i)+(2i-3)=xi-6$

3) $(3-6i)(11+i)-(7i-3)=42+xi$

Задание 2. Выполнить действия:

1) $\frac{20+4i}{-4-4i}$

2) $\frac{9+i}{5-4i}$

3) $\frac{-13+35i}{3+5i}$

Задание 3

Вычислить:

1) $z=5(1-2i)^2(1+3i)$

2) $z=-(2-i)^3(31+2i)$

3) $z=\frac{(3-4i)(5-i)}{(1+2i)^2}$

4) $z=\frac{(2+2i)(8-i)}{(-1+i)(1+2i)}$

Задание 4. Изобразить числа на комплексной плоскости:

1) $z=1-5i$ 2) $z=-8-2i$ 3) $z=-7+3i$ 4) $z=4+10i$

Задание 5. Найти модуль комплексного числа:

1) $z=3-4i$ 2) $z=-6-8i$ 3) $z=-12+5i$ 4) $z=-9+12i$

Задание 6. Определить главное значение аргумента комплексного числа. Записать тригонометрическую и показательную форму комплексного числа.

1) $z=1-i$ 2) $z=-2-\sqrt{12}i$ 3) $z=-\sqrt{3}+i$

Задание 7. Вычислить корень из комплексного числа. Изобразить полученное решение на комплексной плоскости.

1) $z=\sqrt[4]{-28+96i}$ 2) $z=\sqrt[6]{-72+54i}$ 3) $z=\sqrt[5]{-1+\sqrt{3}i}$

Задание 8. Ответить на контрольные вопросы:

1. Как комплексные числа изображаются на плоскости?
2. Определение модуля комплексного числа.
3. Определение аргумента комплексного числа.
4. Тригонометрическая форма комплексного числа.
5. Показательная форма комплексного числа.
6. Формулы перехода из одной формы в другую.
7. Операции умножения и деления комплексных чисел в тригонометрической и показательной формах.
8. Операция возведения в степень комплексного числа.
9. Операция извлечения корня из комплексного числа. Сколько решений имеет данная задача?
10. Изображение корней $z_n = \sqrt[n]{z}$.

Самостоятельная работа

Основы теории комплексных чисел

Задание к самостоятельной работе

Задание 1. Изучить теоретический материал стр. 265–278, составить опорный конспект [2, гл. 14].

Задание 2. Ответить на контрольные вопросы:

1. Определение комплексного числа.
2. Определение действительной и мнимой частей комплексного числа.
3. Определение алгебраической формы комплексного числа.
4. Определение равенства комплексных чисел.
5. Определение противоположных комплексных чисел.
6. Операции сложения и вычитания комплексных чисел.
7. Правило выполнения операции умножения двух комплексных чисел.
8. Определение сопряженных комплексных чисел.
9. Правило выполнения операции деления двух комплексных чисел в алгебраической форме.
10. Как комплексные числа изображаются на плоскости?
11. Определение модуля комплексного числа.
12. Определение аргумента комплексного числа.
13. Тригонометрическая форма комплексного числа.

14. Показательная форма комплексного числа.
15. Формулы перехода из одной формы в другую.
16. Операции умножения и деления комплексных чисел в тригонометрической и показательной формах.
17. Операция возведения в степень комплексного числа.
18. Операция извлечения корня из комплексного числа. Сколько решений имеет данная задача?
19. Изображение корней $z_n = \sqrt[n]{z}$.

Задание 3. Выполнить индивидуальные задания по подготовке докладов по темам (на выбор):

- Развитие понятия комплексного числа в XVI-XVIII вв.,
- Жизнь и творчество Л.Эйлера,
- Вклад К. Гаусса в развитие теории комплексных чисел,
- Применение комплексных чисел в естествознании и технике,
- Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях,
- Ньютон и Лейбниц - творцы математического анализа,
- Применение производной в естествознании, экономике и технике,
- Истоки интегрального исчисления,
- От Кавальери до Ньютона и Лейбница,
- Применение дифференциальных уравнений в физике, технике и других науках,
- Исторический обзор развития теории рядов,
- Примеры практического применения степенных рядов,
- Г. Кантор – один из основателей теории множеств,
- Д. Буль – основоположник алгебры множеств,
- Примеры практического применения методов математической статистики.

Практическое занятие 2

Правила дифференцирования.

Производные основных элементарных функций.

Производная сложной функции.

Дифференцирование функций

Цель: отработать навык дифференцирования функций.

Литература: [1, гл. 5; 2, гл. 7].

Материально-техническое оснащение: учебная аудитория, оборудованная учебно-наглядными устройствами (компьютер, проектор, доска).

Задания к практической работе

Задание 1. Найти производные функций:

$$1) y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1; \quad 3) y = \frac{x^2 - 3x + 4}{x - 1};$$

$$2) y = \frac{2x - 5}{x + 1}; \quad 4) y = \log_2(x^2 - 5x + 14).$$

Задание 2. Вычислить производную данной функции:

$$1) y = (2x - 1)^2 \cdot \sin x; \quad 2) y = \frac{(3 - x)^6}{3 - 2x};$$

$$3) y = \frac{\sin x}{(2 - 3x)^2}; \quad 4) y = \frac{\sqrt{2 + x}}{\sqrt{3 - x}};$$

$$5) y = \left(2 - \frac{x}{2}\right)^{\frac{5}{4}}; \quad 6) y = e^{-\frac{x^2}{2}};$$

$$7) y = \frac{\operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} x}; \quad 8) y = \frac{e^{(2x+3)^2}}{11x - 7};$$

$$9) y = \frac{x + \sin x}{x - \sin x}; \quad 10) y = \sqrt[4]{\ln 2x}.$$

Задание 3. Найти производные второго порядка функций $y = f(x)$

1) $f(x) = \frac{(x-7)(3-x)}{x-10};$

2) $f(x) = x^2 - \ln(1-2x);$

3) $f(x) = \sqrt{4+3x-x^2};$

4) $f(x) = x^2 e^{x^2};$

5) $f(x) = \frac{e^x}{x};$

6) $f(x) = x + \frac{1}{x+1};$

7) $f(x) = \ln(x^2 + 3x);$

8) $f(x) = x^2 + \ln x.$

Задание 4. Найдите дифференциал dy функции

а) $y = 12x^2 - 3x + 9;$ б) $y = \frac{x^2 + 5x}{4x - 1}$

Задание 5. Найдите приближенные значения приращений функций:

а) $f(x) = 3x^2 + 5x + 1$ при $x = 3$ и $\Delta x = 0,001;$

б) $y = x^3 + x - 1$ при $x = 2$ и $\Delta x = 0,01;$

с) $y = \ln x$ при $x = 10$ и $\Delta x = 0,01.$

Задание 6. Вычислите приближенно с помощью дифференциала

1) $(3,93)^5;$ 2) $\sqrt[3]{8,09}.$

Задание 7. На сколько увеличится при нагревании объем куба с ребром 10 см, если удлинение ребра равно 0,02 см?

Задание 8. Найдите приближенные значения функций:

а) $f(x) = 2x^2 - x + 1$ при $x = 2,01;$

б) $f(x) = x^2 + 3x + 1$ при $x = 3,02;$

с) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x + 4$ при $x = 1,1.$

Практическое занятие 3

Неопределенный интеграл и его свойства. Нахождение неопределенного интеграла методами непосредственного интегрирования, подстановки и интегрирования по частям

Цель: отработать навык интегрирования методами замены переменной и по частям.

Литература: [2, гл. 11].

Материально-техническое оснащение: учебная аудитория, оборудованная учебно-наглядными устройствами (компьютер, проектор, доска).

Задания к практической работе

Задание 1. Вычислить интегралы.

- 1) $\int x\sqrt{3-4x^2} dx$; 2) $\int \frac{3xdx}{(5x^2-1)}$; 3) $\int x\sqrt[3]{3x^2-4} dx$;
4) $\int x^2(3x^3-1)dx$; 5) $\int 7x \cos(3-14x^2)dx$; 6) $\int xe^{2x^2-1} dx$.

Задание 2. Вычислить интегралы, используя предложенные подстановки.

- 1) $\int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} \quad (x=t^6)$;
2) $\int \frac{x+1}{x\sqrt{x-1}} dx \quad (\sqrt{x-1}=t)$;
3) $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2} dx \quad (x=\sin t \text{ или } x=\cos t)$;
4) $\int \frac{dx}{3-\sqrt{x+1}} \quad (\sqrt{x+1}=t)$;
5) $\int \sqrt{e^x-1} dx \quad (\sqrt{e^x-1}=t)$.

Задание 3. Найти интегралы.

- 1) $\int x \cos(3x-2)dx$; 2) $\int x \sin(5-x)dx$; 3) $\int x \cos(3-6x)dx$;
4) $\int 2x \ln x dx$; 5) $\int (3-2x)e^x dx$; 6) $\int e^x \cos x dx$.

Задание 4. Выполнить интегрирование простейших рациональных дробей

$$\begin{aligned}
 &1) \int \frac{dx}{2x+5}; \quad 2) \int \frac{dx}{(2x+5)^4}; \quad 3) \int \frac{dx}{x^2+1}; \quad 4) \int \frac{x dx}{x^2+1}; \\
 &5) \int \frac{dx}{x^2-4x+8}; \quad 6) \int \frac{7x dx}{3x^2+1}; \quad 7) \int \frac{2x^2-x+3}{x(x-1)(x+2)} dx; \\
 &8) \int \frac{x^2}{(x+1)(x+2)^2} dx; \quad 9) \int \frac{3x^2+x+3}{(x-1)^2(x^2+1)} dx.
 \end{aligned}$$

Задание 5. Вычислить интегралы.

$$1) \int \frac{\sqrt{3x+1}+2}{\sqrt{3x+1}+2\sqrt[3]{3x+1}} dx.$$

$$\begin{aligned}
 \text{ОТВЕТ: } &\frac{1}{3}(3x+1) - \frac{4}{5}\sqrt[6]{(3x+1)^5} + 2\sqrt[3]{(3x+1)^2} - 4\sqrt{3x+1} + \\
 &+ 12\sqrt[3]{3x+1} - 48\sqrt[6]{3x+1} + 96 \ln \left| \sqrt[6]{3x+1} + 2 \right| + C.
 \end{aligned}$$

$$2) \int \frac{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[6]{x} - 1} dx.$$

$$\begin{aligned}
 \text{ОТВЕТ: } &\frac{6}{7}\sqrt[6]{x^7} + \frac{6}{5}\sqrt[6]{x^5} + \frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2} + 4\sqrt{x} + 9\sqrt[3]{3} + \\
 &+ 30\sqrt[6]{x} + \frac{54}{\sqrt{5}} \ln \left| \frac{2\sqrt[6]{x}-1-\sqrt{5}}{2\sqrt[6]{x}-1+\sqrt{5}} \right| + \\
 &+ 24 \ln \left| \sqrt[3]{x} - \sqrt[6]{x} - 1 \right| + C.
 \end{aligned}$$

$$3) \int \frac{x^2+3x-6}{(x+1)(x^2+6x+13)} dx.$$

$$\text{ОТВЕТ: } \ln |x^2+6x+13| - \ln |x+1| + \frac{1}{2} \arctg \frac{x+3}{2} C.$$

$$4) \int \frac{\ln(\cos x)}{\cos^2 x} dx.$$

$$\text{ОТВЕТ: } \operatorname{tg} x \ln(\cos x) + \operatorname{tg} x - x + C.$$

$$5) \int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx.$$

$$\text{ОТВЕТ: } 2\sqrt{x} \ln x - 4\sqrt{x} + C.$$

6) $\int x^2 \ln(x+1) dx$.

Ответ: $\frac{x^3}{3} \ln(x+1) - \frac{x^3}{9} + \frac{x^2}{6} - \frac{x}{3} + \frac{1}{3} \ln(x+1) + C$.

Практическое занятие 4

Определенный интеграл, его свойства и геометрический смысл. Вычисление определенного интеграла с помощью формулы Ньютона-Лейбница, методами подстановки и интегрирования по частям.

Цель: отработать навык вычисления определенных интегралов.

Литература: [1, гл. 9; 2, гл. 12; 3, гл. 4].

Материально-техническое оснащение: учебная аудитория, оборудованная учебно-наглядными устройствами (компьютер, проектор, доска).

Задания к практической работе

Задание 1. Ответить на контрольные вопросы:

1. Сформулировать понятие определенный интеграл.
2. Записать формулу Ньютона–Лейбница и объясните ее смысл.
3. Запишите формулы для вычисления определенного интеграла методами подстановки и интегрирования по частям.
4. Объяснить, в чем заключается геометрический смысл определенного интеграла.
5. Записать формулу для вычисления пройденного пути.
6. Записать формулу для вычисления работы переменной силы.
7. Записать формулу для вычисления давления жидкости на вертикальную пластинку.

Задание 2. Вычислить интегралы, используя метод подстановки.

$$1) \int \frac{8x dx}{3\sqrt{1+x}}. \quad \text{Ответ: } \frac{32}{3}.$$

$$2) \int_0^1 \frac{x^2 dx}{(1+x^2)^3}. \quad \text{Ответ: } \frac{\pi}{32}.$$

$$3) \int_0^{\pi/2} \frac{x^2 dx}{2\cos x + 3}. \quad \text{Ответ: } \frac{2}{\sqrt{5}} \arctg \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

$$4) \int_0^{\ln 5} \frac{e^x \sqrt{e^x - 1} dx}{e^x + 3}. \quad \text{Ответ: } 4 - \pi.$$

$$5) \int_1^2 x \sqrt{2x^2 - 1} dx. \quad \text{Ответ: } \frac{1}{6} (7\sqrt{7} - 1).$$

Задание 3. Вычислить интегралы, используя метод интегрирования по частям.

$$1) \int_1^5 x \ln x dx; \quad 2) \int_0^{\pi/4} x \cos x dx; \quad 3) \int_0^1 x e^x dx.$$

Практическое занятие 5

Приложения определенного интеграла к решению геометрических и физических задач

Цель: отработать навык решения задач на вычисление объемов тел вращения и приближенных вычислений интегралов.

Литература: [1, гл. 9; 2, гл. 12].

Материально-техническое оснащение: учебная аудитория, оборудованная учебно-наглядными устройствами (компьютер, проектор, доска).

Задания к практической работе

Задание 1. Построить графики функций в одной системе координат и вычислить площадь плоской фигуры ограниченной этими графиками.

- 1) $y = 2x + 6, \quad x = 2, \quad y = 0;$
- 2) $y = 2x^2, \quad x = 6, \quad y = 0;$
- 3) $y = x^2 - 5x, \quad y = -2x + 18, \quad y = 0.$

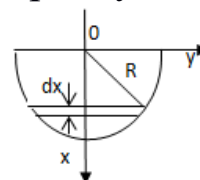
Задание 4. Решить задачи:

1.1 Тело движется со скоростью $v(t) = t + 2$ (м/с). Найти путь, который пройдет тело за 2 с после начала движения.

1.2 Тело движется с ускорением 2 м/с^2 . Найти в общем виде функции, задающие изменение скорости и пройденный путь.

1.3 Найти работу, которую необходимо затратить, чтобы выкачать через край жидкость из вертикального цилиндрического резервуара высоты H м и радиусом основания R м.

1.4 Определите величину давления воды на полукруг, вертикально погруженный в жидкость, если его радиус R , а центр O



находится на свободной поверхности воды.

Задание 2. Вычислить (с точностью до двух знаков после запятой) площадь фигуры, ограниченной указанными линиями.

- 1) $y = x^2, y = 3 - x.$ Ответ: 10,97.
- 2) $y = \sqrt{x}, y = x^3.$ Ответ: 0,42.
- 3) $y^2 = x + 1, y^2 = 9 - x.$ Ответ: 29,87.
- 4) $y^2 = x^3, x = 0, y = 4.$ Ответ: 6,05.
- 5) $x = 3 \cos t, y = 2 \sin t.$ Ответ: 18,84.
- 6) $y^2 = 9x, y = 3x.$ Ответ: 0,50.
- 7) $y^2 = 4x, x^2 = 4y.$ Ответ: 5,33.
- 8) $y^2 = x^3, x = 2.$ Ответ: 4,51.
- 9) $y = x^2, y = 2 - x^2.$ Ответ: 2,67.
- 10) $y^2 = (4 - x^3), x = 0.$ Ответ: 25,60.
- 11) $y = x^3, y = 1, x = 0.$ Ответ: 0,75.
- 12) $xy = 6, x + y - 7 = 0.$ Ответ: 6,76.

13) $y = 2^x, y = 2x - x^2, x = 0, x = 2$. Ответ: 3, 02.

Задание 3. Вычислить (с точностью до двух знаков после запятой) площадь поверхности, образованной вращением дуги кривой L вокруг указанной оси.

1) $L: y = x^3/3 (-1/2 \leq x \leq 1/2), Ox$. Ответ: 4,25.

2) $L: y = x^2/2$, отсеченная прямой $y = 3/2, Oy$.
 Ответ: 14,65.

3) $L: 3y = x^2 (0 \leq x \leq 2), Ox$. Ответ: 24,09.

4) $L: y = \sqrt{x}$, отсеченная прямой $y = x, Ox$.
 Ответ: 5,34.

5) $L: x = \cos t, y = 3 + \sin t, Ox$. Ответ: 118,32.

6) $L: x^2 = 4 + y$, отсекаемая прямая $y = 2, Oy$.
 Ответ: 259,57.

Задание 4. Вычислить (с точностью до двух знаков после запятой) объем тела, полученного вращением фигуры Φ вокруг указанной оси координат.

1) $\Phi: y^2 = 4 - x, x = 0, Oy$. Ответ: 107,17.

2) $\Phi: \sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2}, x = 0, y = 0, Ox$. Ответ: 1,68.

3) $\Phi: x^2/9 + y^2/4 = 1, Oy$. Ответ: 150,72.

4) $\Phi: y = \sin x, y = 0 (0 \leq x \leq \pi), Ox$. Ответ: 4,93.

5) $\Phi: xy = 4, 2x + y - 6 = 0, Ox$. Ответ: 4,19.

6) $\Phi: y = -x^2 + 8, y = x^2, Ox$. Ответ: 535,89.

Самостоятельная работа Интегральное исчисление

Литература: [1, гл. 8–9; 2, гл. 11–12].

Задание к самостоятельной работе

Задание 1. Найдите неопределенные интегралы:

- | | |
|---|---------------------------------------|
| 1) $\int \sqrt{x} dx;$ | 2) $\int x\sqrt{x} dx;$ |
| 3) $\int 10^x dx;$ | 4) $\int (\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1);$ |
| 5) $\int \frac{(1-x)^2}{x\sqrt{x}} dx;$ | 6) $\int \frac{dx}{\sqrt{3-3x^2}}.$ |

Задание 2. Вычислите определённые интегралы:

- | | |
|--|------------------------------------|
| 1) $\int_1^{\frac{3}{2}} \frac{4x+3}{(x-2)^2} dx;$ | 2) $\int_0^{\pi} x \sin x dx;$ |
| 3) $\int_{\ln 3}^{\ln 8} \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}};$ | 4) $\int_3^4 \frac{dx}{x^2-3x+2}.$ |

Задание 3. Найдите площадь, ограниченную графиками функций:

- | | |
|--|---------------------------------------|
| 1) $y = \frac{1}{x}, y = x, x = 2;$ | 2) $y = x^2, y = 1 + \frac{3}{4}x^2;$ |
| 3) $y = x^2 + 2, y = 1 - x^2, x = 0, x = 1.$ | |

Практическое занятие 6

Линейные дифференциальные уравнения I порядка

Цель: отработать навык решения дифференциальных уравнений.

Литература: [3, гл. 7].

Материально-техническое оснащение: учебная аудитория, оборудованная учебно-наглядными устройствами (компьютер, проектор, доска).

Задания к практической работе

Задание 1. Найти общее решение уравнений

- 1) $(x+y)dx - xdy = 0.$
- 2) $(x+y)dx + xdy = 0.$
- 3) $(x+y)dx + (y-x)dy = 0.$

$$4) (x-y)dx + (x+y)dy = 0.$$

$$5) (x-y)dx + xdy = 0.$$

$$6) (2\sqrt{xy} - x)dy + ydx = 0.$$

$$7) x \cos \frac{y}{x} dy - y \cos \frac{y}{x} dx + xdx = 0.$$

Задание 2. Решить задачу Коши при начальных условиях $y(x_0) = y_0$

$$1) y' - \frac{y}{x} = x^2, \quad y(1) = 0.$$

$$2) y' - \frac{y}{x} = x^2 \arctg x, \quad y(1) = 0.$$

$$3) y' + y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x, \quad y(0) = 0.$$

$$4) y' + y \tg x = \cos^2 x, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}.$$

Задание 3. Найти общее решение линейного уравнения:

$$1) \frac{dy}{dx} - 2y - 3 = 0;$$

$$2) \frac{dy}{dx} - y - 1 = 0;$$

$$3) \frac{dy}{dx} - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^3;$$

$$4) x \frac{dy}{dx} - x^2 + 2y = 0;$$

$$5) y' + 2xy = 2x^2 e^{-x^2}$$

Задание 4. Найти частное решение дифференциального уравнения:

$$1) xy' + 2y = x^3, \quad y(1) = \frac{1}{5};$$

$$2) (x^2 + 1)y' + 4xy = 3, \quad y(0) = 0;$$

$$3) y' - y = e^x, \quad y(0) = 1.$$

Практическое занятие 7

Линейные однородные дифференциальные уравнения

II порядка с постоянными коэффициентами

Цель: отработать навык решения дифференциальных уравнений.

Литература: [3, гл. 7].

Материально-техническое оснащение: учебная аудитория, оборудованная учебно-наглядными устройствами (компьютер, проектор, доска).

Задания к практической работе

Задание 1. Найти общие решения дифференциальных уравнений:

1) $y'' - 2y' - 2y = 0$;

2) $y'' + 6y' + 13y = 0$;

3) $y'' - 6y' + 9y = 0$.

Задание 2. Найти частные решения дифференциальных уравнений:

1) $y'' - 5y' + 4y = 0$, $y(0) = y'(0) = 1$;

2) $y'' - 2y' + y = 0$, $y(2) = 1$, $y'(2) = -2$;

3) $y'' = xe^x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$;

4) $y'' = \frac{y'}{x} + \frac{x^2}{y'}$, $y(2) = 0$, $y'(2) = 4$.

Самостоятельная работа

Однородные дифференциальные уравнения

Литература: [3, гл. 7].

Задания к самостоятельной работе

Задание 1. Решить уравнения:

1) $y' = -\frac{y}{x}$;

2) $x^2 y^2 y' + 1 = y$;

3) $\frac{dy}{dx} = xy^2 + 2xy$;

4) $3ydx - x^2 dy = 0$;

5) $x(y+1)dx - (x^2+1)dy = 0$;

6) $e^x dx - (1+e^x)dy = 0$.

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{3n-5};$$

$$2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3n-1}{2^n};$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}};$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n-1}{2n+1} \right)^n;$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{5n-1}{6n+2} \right)^n;$$

$$6) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(n+2)!}{n^3}.$$

Практическое занятие 9

Дискретная случайная величина, закон ее распределения.

Вычисление числовых характеристик

дискретной случайной величины

Цель: отработать навык исследования рядов на сходимость

Литература: [5, гл. 7; 4, гл. 3].

Материально-техническое оснащение: учебная аудитория, оборудованная учебно-наглядными устройствами (компьютер, проектор, доска).

Задания к практической работе

Задание 1. Закон распределения случайной величины X имеет вид:

x_i	-2	-1	0	1	2
p_i	0,2	0,1	0,2	p_4	p_5

Найти вероятности p_4 , p_5 и дисперсию $D(X)$, если математическое ожидание $M(X) = 0,1$.

Задание 2. Дискретная случайная величина X задана законом распределения:

x_i	-2	-1	3	8	9
p_i	$4p$	0,2	0,3	p	0,4

Найти:

а) p ;

б) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины;

с) интегральную функцию распределения $F(x)$ и начертить ее график;

д) $P(-5 < x < 2)$.

Задание 3. Дискретная случайная величина X задана законом распределения:

x_i	-4	-2	x
p_i	0,3	0,5	p

Известно, что $M(X) = -1,8$. Найти: p , $D(X)$, $P(-3 \leq X < x)$.

Задание 4. Дискретная случайная величина X имеет распределение вероятностей, заданное таблицей:

x_i	10	12	15	17	21
p_i	0,2	0,2	0,4	0,1	a

Требуется:

а) найти число a ;

б) построить многоугольник распределения;

с) найти функцию распределения случайной величины X на промежутках $[-1; 10)$, $[11; 15]$, $[12; 21)$;

д) найти математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.

Задание 5. Найти $M(X)$, $D(X)$ и $\sigma(X)$, если:

x_i	2	12	32	47	60
p_i	0,1	0,1	0,5	0,2	?

Найти $F(x)$ и построить ее график.

Самостоятельная работа

Основные понятия математической статистики

Литература: [5, гл. 7; 4, гл. 3].

Задания к самостоятельной работе

Задание 1. Используя данные таблицы 1, выполнить следующие задания:

1. построить и проанализировать вариационные ряды
 - признака X,
 - признака Y;
2. подобрать теоретический закон распределения признаков X, Y;
3. вычислить эмпирические числовые характеристики
 - точные (числовые характеристики) признаков X, Y,
 - интервальные оценки параметров распределения признаков X, Y

Таблица 1

Статистические данные

№	X	Y	№	X	Y	№	X	Y
1	4	3,71	23	4	4	45	3	2,29
2	4	4,43	24	4	3,57	46	3	2,86
3	4	4,57	25	3	3,57	47	3	2,71
4	3	3,43	26	4	3,57	48	3	3
5	3	4	27	5	3,71	49	3	2,33
6	4	4,71	28	5	4	50	3	2,33
7	4	3,57	29	4	3,43	51	3	
8	4	3,57	30	3	3,71	52	3	2,71
9	3	4,43	31	5	3,57	53	3	3
10	3	3,71	32	4	3,29	54	3	2,57
11	4	4	33	3	3,71	55	3	3,14
12	3	4,14	34	3	3,57	56	3	2,83
13	4	3,57	35	3	4,29	57	3	2,83
14	3	3,33	36	4	3,86	58	3	2,86
15	3	3,86	37	3	3,43	59	3	2,29
16	4	3,43	38	3	4	60	3	2
17	4	4,57	39	5	3,71	61	3	2,5
18	4	3,57	40	3	3,86	62	3	2,17
19	3	3,57	41	3	3	63	3	2,71
20	3	3,14	42	4	3	64	3	2,71
21	3	3,29	43	3		65	2	
22	4	3,57	44	3	3			

Задание 2

Ответить на вопросы:

- Что называется вариационным рядом?
- Что такое математическое ожидание?
- Что такое дисперсия и среднее квадратическое отклонение случайной величины?

Задание 3

Составить выступления по темам: «Дисперсия и среднее квадратическое отклонение случайной величины», «Понятие о корреляциях и регрессиях».

Практическое занятие 10

Абсолютная и относительная погрешности приближенного числа. Учет погрешностей и правила действий с приближенными числами.

Цель: отработать навык исследования рядов на сходимость

Литература: [2, гл. 1; 4, гл. 3].

Материально-техническое оснащение: учебная аудитория, оборудованная учебно-наглядными устройствами (компьютер, проектор, доска).

Задания к практической работе

Задание 1. Требуется: а) Определить, какое равенство точнее.

б) Округлить сомнительные цифры числа, оставив верные знаки.

Определить абсолютную погрешность результата. в) Найти предельные абсолютную и относительную погрешности приближенного числа, все цифры которого по умолчанию верные.

1. а) $\frac{14}{17} = 0,824$, $\sqrt{53} = 7,28$; б) $23,3748$, $\delta = 0,27\%$; в) $0,645$.

2. а) $\frac{7}{3} = 2,33$, $\sqrt{58} = 7,62$; б) $13,5726 \pm 0,0072$; в) $4,8556$.

3. а) $\frac{27}{31} = 0,871$, $\sqrt{43} = 6,48$; б) $0,088748$, $\delta = 0,56\%$; в) $71,385$.

Задание 2.

1. Число X , все цифры верны в строгом смысле, округлите до трех значащих цифр. Для полученного числа $X_1 \approx X$ найдите предельную абсолютную и предельную относительную погрешности. В записи числа X_1 укажите количество верных цифр (в узком и широком смысле).

2. Вычислите с помощью калькулятора значение величины Z при заданных значениях параметров a, b и c , используя «ручные» расчетные таблицы для пошаговой регистрации результатов вычислений двумя способами: 1) по правилам подсчета цифр; 2) по методу строгого учета границ абсолютных погрешностей.

Данные приведены в таблице.

№	X	Z	a	b	c
1	7,32147	$\frac{\ln(b+c)}{b-ac}$	0,2399	4,893	1,172
2	0,007275	$\frac{(a-c)^2}{\sqrt{a+3b}}$	11,437	0,60937	8,67081
3	45,548	$\frac{a-bc}{\ln a+3b}$	10,589	0,5894	0,125
4	10,7818	$\frac{b^2 - \ln c}{\sqrt{c-a}}$	2,038	3,91253	5,0075

Самостоятельная работа

Приближенные числа и действия с ними

Литература: [2, гл. 1; 4, гл. 3].

Задания к самостоятельной работе

Задание 1

1. Число X , все цифры верны в строгом смысле, округлите до трех значащих цифр. Для полученного числа $X_1 \approx X$ найдите предельную абсолютную и предельную относительную погрешности. В записи числа X_1 укажите количество верных цифр (в узком и широком смысле).

2. Вычислите с помощью калькулятора значение величины Z при заданных значениях параметров a , b и c , используя «ручные» расчетные таблицы для пошаговой регистрации результатов вычислений двумя способами: 1) по правилам подсчета цифр; 2) по методу строгого учета границ абсолютных погрешностей.

№	X	Z	a	b	c
1	1,005745	$\frac{a - \cos b}{13c + b}$	3,149	0,85	0,007
2	35,3085	$\frac{\sqrt{a + b}}{3a - c}$	9,6574	1,404	1.126

Список источников

Основная литература

1. Богомолов, Н. В. Математика : учебник для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 401 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07878-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/536607>.

Дополнительная литература

2. Богомолов, Н. В. Практические занятия по математике : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 571 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-18419-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/534966>.

3. Баврин, И. И. Математика для технических колледжей и техникумов : учебник и практикум для среднего профессионального образования / И. И. Баврин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 397 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08026-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/537727>.

4. Гисин, В. Б. Математика. Практикум : учебное пособие для вузов / В. Б. Гисин, Н. Ш. Кремер. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 204 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-8785-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/536732>.

5. Баврин, И. И. Дискретная математика. Учебник и задачник : для вузов / И. И. Баврин. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 193 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07065-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/536249> (дата обращения: 14.05.2024). Гусева, А. И. Дискретная математика. Сборник задач : Учебное пособие / А. И. Гусева, В. С. Тихомирова А. Н. Киреев. — Москва : НИЦ ИНФРА-М, 2021. — 224 с. — ISBN 978-5-

906818-72-0. – URL: <https://znanium.com/catalog/document?id=364300> – Текст : электронный.

6. Григорьев В.П. Элементы высшей математики: учеб. для студ. учреждений сред. проф. образования / В.П. Григорьев, Ю.А. Дубинский, Т.Н. Сабурова. – 4-е изд., стер. – М.: Образовательно-издательский центр «Академия», 2023. – 400 с.

Интернет-ресурсы

7. Единое окно доступа к образовательным ресурсам
http://window.edu.ru/catalog/?p_rubr=2.2.74.12

8. Сайт для помощи студентам, желающим самостоятельно изучать и сдавать экзамены по высшей математике, и помощи преподавателям в подборке материалов к занятиям и контрольным работам. Режим доступа: <http://mathportal.net/>

9. Формулы, уравнения, теоремы, примеры решения задач. Режим доступа: <http://matematika.electrichelp.ru/matricy-i-opredeliteli/>

10. Изучение математики онлайн. Режим доступа: <https://ru.onlinemschool.com/math/library/>

11. Доступная математика. Режим доступа: <http://www.cleverstudents.ru/>

12. Собрание учебных онлайн калькуляторов, теории и примеров решения задач. Режим доступа: <http://ru.solverbook.com/>