

Министерство науки и высшего образования  
Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Кузбасский государственный технический университет  
имени Т. Ф. Горбачева»

Кафедра технологии машиностроения

Составитель  
О. Н. Дегтярева

## **ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ МНОГОКРАТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ**

**Методические указания к практическому занятию № 1  
по дисциплине «Метрология, стандартизация  
и сертификация»**

Рекомендовано учебно-методической комиссией специальности  
23.05.01 Наземные транспортно-технологические средства  
в качестве электронного издания  
для использования в учебном процессе

Кемерово 2025

Рецензенты:

Кудреватых А. В., кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой эксплуатации автомобилей, председатель учебно-методической комиссии специальности 23.05.01 Наземные транспортно-технологические средства

Махалов М. С., кандидат технических наук, доцент кафедры технологии машиностроения ФГБОУ ВО «Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева»

**Дегтярева Ольга Николаевна**

**Обработка результатов многократных измерений** : методические указания к практическому занятию № 1 по дисциплине «**Метрология, стандартизация и сертификация**» для студентов специальности 23.05.01 Наземные транспортно-технологические средства / Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева ; кафедра технологии машиностроения ; составитель О. Н. Дегтярева. – Кемерово : КузГТУ, 2025. – 1 файл (486 Кб). – Текст : электронный.

В методических указаниях изложен теоретический материал по теме практического занятия, индивидуальные варианты задания, рассмотрен пример выполнения. Приведены контрольные вопросы.

Методические указания предназначены для студентов специальности 23.05.01 Наземные транспортно-технологические средства по дисциплине «Метрология, стандартизация и сертификация».

© Кузбасский государственный  
технический университет имени  
Т. Ф. Горбачева, 2025

© Дегтярева О. Н., составление,  
2025

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 1

### ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ МНОГОКРАТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

#### 1. ЦЕЛЬ И СОДЕРЖАНИЕ ЗАНЯТИЯ

Цель работы – научиться обрабатывать результаты многократных измерений.

Содержание работы – определить доверительные границы истинного значения результатов измерений величины с заданной вероятностью. Данные для расчетов выдает преподаватель каждому студенту индивидуально согласно номеру варианта.

#### 2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Случайная составляющая погрешности вызывает рассеяние результатов измерений, которое носит вероятностный характер.

**Рассеяние результатов измерений** – несовпадение результатов измерений одной и той же величины в ряду равноточных измерений, как правило, обусловленное действием случайных погрешностей.

Количественными оценками рассеяния результатов в ряду измерений могут быть: размах результатов измерений; среднее арифметическое значение погрешности (по модулю); среднее квадратическое значение погрешности или стандартное отклонение результатов измерений; доверительные границы погрешности.

**Размах результатов измерений** – оценка рассеяния результатов единичных измерений физической величины, образующих ряд (или выборку из  $n$  измерений).

**Средняя квадратическая погрешность результатов единичных измерений** – это оценка рассеяния единичных результатов измерений в ряду равноточных измерений одной и той же физической величины около среднего их значения.

В метрологической практике широко распространен термин среднее квадратическое отклонение (СКО) единичных результа-

тов в ряду измерений от их среднего арифметического значения.

Границы погрешности могут быть определены как предельные значения или как доверительные границы с указанием вероятности попадания погрешности в указанный интервал.

**Доверительные границы погрешности результата измерений** – наибольшее и наименьшее значение погрешности измерений, ограничивающее интервал, внутри которого с заданной вероятностью находится искомое значение погрешности результата измерений.

**Систематические погрешности** – погрешности, которые при повторных измерениях остаются постоянными или изменяются по какому-либо закону.

Такая погрешность исключается путем введения поправки. Величина поправки равна величине погрешности с противоположным знаком.

**Случайные погрешности** – погрешности, принимающие при повторных измерениях различные, независимые по знаку и величине значения, не подчиняющиеся какой-либо закономерности.

Влияние случайных погрешностей выражается в разбросе полученных результатов относительно математического ожидания, поэтому количественно наличие случайных погрешностей хорошо оценивается среднеквадратическим отклонением (СКО).

**Грубые погрешности (промахи)** – погрешности, не характерные для технологического процесса или результата, приводящие к явным искажениям результатов измерения.

Если при обработке результатов измерений нет возможности учесть все обстоятельства, при которых появились промахи, то прибегают к обычным методам проверки статистических гипотез.

Проверяемая гипотеза состоит в утверждении, что результат измерений  $x_i$  не содержит грубой погрешности, а является одним из значений случайной величины. Обычно проверяют наибольшее и наименьшее значения результатов измерений. Для проверки гипотез используют следующие критерии.

1. *Критерий Шовине* может быть использован, если число измерений  $n \leq 10$ . В этом случае грубой ошибкой (промахом)

считается результат  $x_i$ , если разность  $|\bar{x} - x|$  превышает значения  $\sigma_x$ , определяемые в зависимости от числа измерений:

$$\begin{aligned} |\bar{x} - x| &> 1,6 \sigma_x \text{ при } n = 3; & |\bar{x} - x| &> 1,7 \sigma_x \text{ при } n = 6; \\ |\bar{x} - x| &> 1,9 \sigma_x \text{ при } n = 8; & |\bar{x} - x| &> 2,0 \sigma_x \text{ при } n = 10, \end{aligned}$$

где  $\bar{x}$  – среднее значение серии измерений;  $n$  – число измерений;  $\sigma_x$  – среднеквадратическое отклонение (СКО).

2. *Критерий Романовского*, используемый при числе измерений  $10 < n < 20$ . При этом вычисляют отношение

$$\frac{\bar{x} - x}{\sigma_x} = \beta \tag{1}$$

и полученное значение  $\beta$  сравнивают с теоретическим значением  $\beta_T$  при выбираемом уровне значимости.

3. *Критерий  $3\sigma$*  – наиболее распространенный. Он используется, когда количество измерений  $n \geq 20 \dots 50$ . Результат  $x_i$  маловероятен, его можно квалифицировать как промах и исключить из измерений, если  $|\bar{x} - x| > 3\sigma_x$ .

Форма представления результата измерения обычно предполагает наличие: точечной оценки результата измерения; характеристики погрешности результата измерения (или ее статистической оценки); указания условий измерений, для которых действительны приведенные оценки результата и погрешностей.

Требования к оформлению результата измерений:

- в описании результата следует использовать узаконенные единицы физических величин;
- наименьшие разряды должны быть одинаковы у точечной оценки результата и у характеристик погрешностей;
- характеристики погрешностей (или их статистические оценки) выражают числом, содержащим не более двух значащих цифр, при этом для статистических оценок цифра второго разряда округляется в большую сторону, если последующая цифра

неуказываемого младшего разряда больше нуля.

### 3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ

3.1. Скорректировать результаты измерений с учётом систематической погрешности (если погрешность задана в условии задачи).

3.2. Рассчитать среднее арифметическое значение результатов измерений по формуле

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (2)$$

где  $\bar{x}$  – среднее значение серии измерений;  $n$  – число измерений;  $x_i$  – результат измерения.

3.3. Рассчитать отклонения результатов измерений от среднего арифметического (оформить в виде таблицы):

$$V_i = x_i - \bar{x}, \quad (3)$$

где  $V_i$  – отклонение результата измерения;  $x_i$  – результат измерения;  $\bar{x}$  – среднее значение серии измерений.

3.4. Рассчитать оценку СКО результатов измерений по формуле (при  $n < 20$ ):

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}, \quad (4)$$

где  $\sigma_x$  – среднеквадратическое отклонение;  $(\bar{x} - x)$  – отклонение результата измерения;  $n$  – число измерений.

3.5. Исключить грубые погрешности (промахи), используя подходящий критерий.

3.6. Записать результат в виде доверительного интервала:

$$\bar{x} - t_{\beta} \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \leq X \leq \bar{x} + t_{\beta} \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}; \quad (5)$$

3.7. Записать значение величины с допуском:

$$X = \bar{x} \pm t_{\beta} \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}; \quad (6)$$

где  $\bar{x}$  – среднее значение серии измерений;  $\sigma_x$  – среднеквадратическое отклонение;  $n$  – число измерений;  $t_{\beta}$  – коэффициент, определяемый из табл. 1 при заданной доверительной вероятности  $P$ ,  $X$  – величина для которой определяют результат.

Таблица 1

Распределение Стьюдента  $t_{\beta}$

$k$	$P, \%$						
	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99
4	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169

Примечание:  $k = n - 1$ , где  $n$  – количество измерений.

#### 4. ДАННЫЕ ДЛЯ ВЫБОРА ЗАДАНИЯ

Выбрать данные для решения задачи из табл. 2, 3 по номеру варианта.

Таблица 2

По <i>предпоследней</i> цифре номера варианта										
№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$\sigma$	-0,05	+0,05	-0,1	+0,15	-0,2	+0,25	-0,3	+0,35	-0,4	+0,45
$n$	6	8	10	6	8	10	6	8	10	6
$P, \%$	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99	0,8	0,7	0,95

Таблица 3

По <i>последней</i> цифре номера варианта											
№		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Количество измерений, <i>n</i>	1	10,15	20,05	30,1	40,15	50,1	59,55	70,1	80,65	90,2	100,15
	2	10,05	19,95	30,6	39,95	50,2	59,95	70,2	80,55	90,6	100,05
	3	9,75	20,15	29,9	40,45	50,0	59,85	70,6	80,05	90,1	99,95
	4	9,95	20,25	29,8	40,85	49,8	60,05	70,2	79,95	90,0	99,85
	5	10,45	20,05	30,0	40,05	49,7	60,25	69,8	79,85	89,9	99,45
	6	10,15	19,95	29,7	39,85	50,5	60,55	69,3	79,95	89,7	99,95
	7	9,85	19,65	29,6	39,95	50,2	60,45	69,5	79,45	89,8	100,05
	8	9,75	19,85	29,9	40,25	50,1	60,15	69,9	80,45	90,0	100,25
	9	10,05	20,25	30,2	40,35	50,0	59,95	69,7	80,35	90,1	100,35
	10	10,15	20,05	30,1	40,05	49,9	59,85	70,0	80,55	89,9	100,65
Задан- ный размер	10±0,2	20±0,2	30±0,3	40±0,3	50±0,4	60±0,4	70±0,5	80±0,5	90±0,6	100±0,6	



## 5. ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ

При измерении длины детали  $L = 80 \pm 0,3$  мм получены следующие результаты: 80,3; 80,0; 79,8; 80,0; 79,8; 80,5 мм. Систематическая погрешность показаний  $\sigma_L = +0,1$  мм. Записать результат измерения при доверительной вероятности  $P = 0,95$ .

1. Скорректировать результаты измерений с учетом систематической погрешности  $\sigma_L = +0,1$  мм, внести в табл. 4

Таблица 4

Сводная таблица

$i$	Результаты измерений $x_i$	Скорректированные значения $x$	$V = x - \bar{x}$
1	80,3	80,2	0,23
2	80,0	79,9	-0,07
3	79,8	79,7	-0,27
4	80,0	79,9	-0,07
5	79,8	79,7	-0,27
6	80,5	80,4	0,43

2. Рассчитать среднее арифметическое значение результатов измерений по формуле (2):

$$\bar{x} = \frac{80,2 + 79,9 + 79,7 + 79,9 + 79,7 + 80,4}{6} = 79,97.$$

3. Рассчитать отклонения результатов измерений от среднего арифметического по формуле 3 и внести в табл. 4.

4. Рассчитать оценку СКО результатов измерений по формуле (4):

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{(0,23)^2 + 2 \cdot (-0,07)^2 + 2 \cdot (-0,27)^2 + (0,43)^2}{5}} = 0,28.$$

5. Исключить грубые погрешности (промахи), используя подходящий критерий.

Заданный допуск размера по условию  $L = 80 \pm 0,3$  мм:

минимальный размер – 79,7 мм;

максимальный размер – 80,3 мм.

Размер 80,4 мм выходит за установленные пределы. Необходимо проверить, является ли размер промахом.

Поскольку количество измерений  $n = 6$ , применяется критерий Шовине, при котором  $|\bar{x} - x| > 1,7 \sigma_x$ :

$$|79,97 - 80,4| = 0,43 < 1,7 \cdot 0,28 = 0,476.$$

Результат выходит за заданный предельно допустимый размер, но его нельзя считать промахом. Деталь следует забраковать.

**Примечание:**

а) если размер является *браком*, то его оставляют для дальнейших расчетов в соответствии с приведенным алгоритмом;

б) если размер является *промахом*, то его исключают из дальнейших расчетов.

Необходимо рассчитать новое среднее арифметическое значение для оставшихся значений по формуле (2).

Далее в расчетах использовать полученное среднее арифметическое значение и оставшееся количество измерений.

6. Записать результат в виде доверительного интервала.

Определить:  $t_\beta = 2,571$  (табл. 1).

Границы доверительного интервала по формуле (5):

$$79,97 - 2,571 \cdot \frac{0,28}{\sqrt{6}} \leq L \leq 79,97 + 2,571 \cdot \frac{0,28}{\sqrt{6}};$$

$$79,68 \leq L \leq 80,26; P = 0,95.$$

7. Записать значение величины с допуском.

Значение величины с допуском по формуле (6):

$$L = 79,97 \pm 2,571 \cdot \frac{0,28}{\sqrt{6}}; \quad L = 79,97 \pm 0,29; P = 0,95.$$

## 6. ОФОРМЛЕНИЕ ОТЧЕТА

Результаты практической работы оформить на листах формата А4 с рамками по ГОСТ 2.105–2019. На титульном листе указать: фамилию, группу, номер варианта, номер задания.

## 7. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

7.1. Что называется погрешностью измерения?

7.2. В чем причины появления грубых промахов.

7.3. Последовательность обработки результатов многократных измерений.

7.4. Что такое доверительный интервал?

## 8. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

8.1. Метрология, стандартизация и сертификация : учебник для студентов вузов, обучающихся по машиностроительным направлениям подготовки и специальностям / А. И. Аристов [и др.]. – 3-е изд., перераб. – Москва : Академия, 2008. – 384 с. – (Высшее профессиональное образование : Машиностроение).