

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кузбасский государственный технический университет
имени Т. Ф. Горбачёва»

Кафедра физики

ФИЗИКА
МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ, МАЯТНИКИ

Лабораторный практикум К-402.3

Методические указания по выполнению лабораторных работ
по разделу физики «Механические колебания, маятники»
для студентов технических специальностей и направлений

Составитель И. С. Ёлкин

Утверждены на заседании кафедры
Протокол № 4 от 11.12.2025
Рекомендованы к печати
учебно-методической комиссией
направления 20.03.01
Протокол № 38 от 26.05.2026

Электронная копия находится
в библиотеке КузГТУ

Кемерово 2026

Содержание

Предисловие.....	2
1. Лабораторная работа № 1 Определение момента инерции физического маятника	3
2. Лабораторная работа № 2 Определение момента инерции методом качаний.....	7
3. Лабораторная работа № 3 Определение постоянной кручения нити баллистическим методом	11
4. Лабораторная работа № 4 Изучение колебаний физического маятника.....	16
5. Лабораторная работа № 5 Изучение механических колебаний в упруго связанных системах	22
6. Лабораторная работа № 6 Изучение вынужденных колебаний в упруго связанных системах	30
7. Вопросы для самоподготовки.....	35
8. Список рекомендуемой литературы.....	37

ПРЕДИСЛОВИЕ

Комплекс К-402.3 представляет собой необходимый перечень лабораторных работ, предусмотренных образовательным стандартом и рабочей программой по разделу «Механические колебания, маятники» дисциплины «Физика». Он включает в себя описание лабораторных установок, порядок измерений и расчёта физических величин.

Лабораторный практикум по физике призван помочь студентам усвоить основные физические явления и законы, ознакомиться с методами физических исследований, приобрести навыки экспериментальных измерений и оценки их результатов, анализировать полученные погрешности измерений и делать выводы о соответствии ожидаемых и полученных результатов при использовании фундаментальных законов физики.

При подготовке к работе студент должен прочитать методические указания к выполнению лабораторной работы, прочитать указанные разделы в учебном пособии или учебнике, составить конспект в соответствии с общепринятыми требованиями. В лаборатории кафедры физики студент должен получить допуск на выполнение лабораторной работы, провести необходимые измерения, результаты которых записать в таблицы. Для допуска к выполнению работы на установке студент должен: знать устройство установки; уметь определять цену деления измерительного прибора; знать последовательность измерений; уметь обрабатывать результаты измерений; оценивать погрешность; отвечать на контрольные вопросы, помещённые в конце методических указаний.

После всех расчётов в конце отчёта студент записывает вывод по проделанной работе. В выводе представляются основные результаты по исследованию физических закономерностей и соответствия их теоретическим представлениям, указывается применённый способ, приводятся основные полученные результаты по измеренным физическим величинам, а также погрешности.

На выполнение каждой из представленных в данном комплексе лабораторных работ отводится 2–4 часа аудиторных занятий и как минимум два часа для самостоятельной работы при подготовке.

1. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

1. Цель работы

Освоение метода экспериментального определения момента инерции физического маятника.

2. Подготовка к работе

Прочитать в учебниках следующие параграфы: [1] – § 49–54; [2] – § 16, 140–142; [3] – § 40, 41. Для выполнения работы необходимо знать: а) основной закон динамики вращательного движения твёрдого тела; б) уметь пользоваться измерительными приборами; в) уметь рассчитывать погрешность измерений.

3. Выполнение работы

3.1. Описание лабораторной установки

На рис. 1.1 представлена схема используемого в работе физического маятника. Он состоит из цилиндра (массой m_1 и радиусом основания R), стержня (длиной L и массой m_2) и двух грузов в виде дисков (массой m_3 каждый), которые можно закреплять на стержне в нужном положении. Ось колебаний маятника проходит через точку O перпендикулярно оси OX . Грузы m_3 располагают на стержне симметрично на расстоянии a от центра масс стержня C .

3.2. Методика измерений и расчёта

Рассчитаем величину m и определим положение центра масс маятника:

$$m = m_1 + m_2 + 2m_3.$$

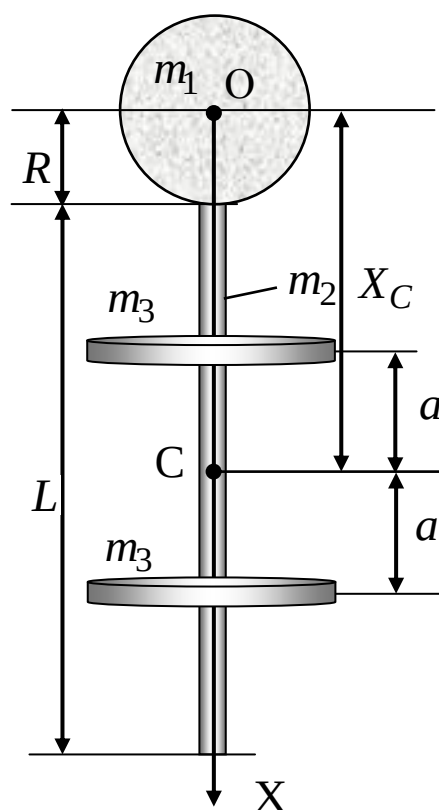


Рис. 1.1. Схема установки

Для нахождения расстояния от оси колебаний до центра масс маятника проведём ось OX с началом в точке O . Координата центра масс механической системы находится по формуле

$$X_C = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}, \quad (1.1)$$

где x_i – координата центра масс i -го тела. В нашем случае центр масс цилиндра находится в точке O , поэтому

$$\begin{aligned} X_1 &= 0, & X_2 &= \frac{L}{2} + R, \\ X_3 &= \frac{L}{2} + R - a, & X_4 &= \frac{L}{2} + R + a. \end{aligned}$$

Подставляя в (1.1), получаем для нашей системы тел

$$X_C = \frac{(m_2 + 2m_3) \left(\frac{L}{2} + R \right)}{m}. \quad (1.2)$$

Отсюда видно, что положение центра масс маятника не зависит от положения грузов $m_3(a)$ при их симметричном расположении относительно середины стержня.

Подставляя в формулу периода колебаний физического маятника $T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgX_C}}$ координату центра масс X_C (1.2), получаем формулу для экспериментального определения момента инерции физического маятника:

$$J_{\text{эксп}} = \frac{gT^2}{4\pi^2} (m_2 + 2m_3) \left(\frac{L}{2} + R \right). \quad (1.3)$$

Для удобства расчётов обозначим через K следующее выражение:

$$K = \frac{g(m_2 + 2m_3) \left(\frac{L}{2} + R \right)}{4\pi^2}, \quad (1.4)$$

где K – постоянная для данного физического маятника величина.

Тогда экспериментальное значение момента инерции маятника равно

$$J^{\text{эксп}} = KT^2. \quad (1.5)$$

Период колебаний физического маятника, а значит и его момент инерции зависят от положения грузов m_3 на стержне, т. е. от значения величины a . Найдём эту зависимость. Для этого рассчитаем момент инерции физического маятника теоретически. Так как момент инерции механической системы – величина аддитивная, то момент инерции маятника равен сумме моментов инерции всех составляющих его тел:

$$J^{\text{теор}} = J_1 + J_2 + J_3 + J_4,$$

где

$$J_1 = \frac{1}{2} m_1 R^2 \quad \text{– момент инерции цилиндра;}$$

$$J_2 = \frac{1}{12} m_2 L^2 + m_2 \left(\frac{L}{2} + R \right)^2 \quad \text{– момент инерции стержня,}$$

определённый по теореме Штейнера относительно оси колебаний;

$$J_3 = m_3 \left(\frac{L}{2} + R - a \right)^2 \quad \text{– моменты инерции тонких дисков } m_3,$$

$$J_4 = m_3 \left(\frac{L}{2} + R + a \right)^2 \quad \text{которые в первом приближении можно}$$

принять за материальные точки.

Тогда

$$J^{\text{теор}} = \frac{1}{2} m_1 R^2 + \frac{1}{12} m_2 L^2 + (m_2 + 2m_3) \left(\frac{L}{2} + R \right)^2 + 2m_3 a^2 \quad (1.6)$$

или

$$J^{\text{теор}} = J_1^0 + 2m_3 a^2, \quad (1.7)$$

где $J_1^0 = \frac{1}{2} m_1 R^2 + \frac{1}{12} m_2 L^2 + (m_2 + 2m_3) \left(\frac{L}{2} + R \right)^2$ – момент инерции маятника при $a=0$, т. е. при расположении грузов m_3 в точке С.

Из формулы (1.7) видно, что момент инерции физического маятника линейно зависит от a^2 . Эта зависимость проверяется в работе экспериментально.

3.3. Измерение момента инерции маятника

3.3.1. Заполните табл. 1.1 и рассчитайте по формуле (1.4) постоянную физического маятника K .

Таблица 1.1

Основные характеристики установки

m_2	m_3	L	R	K
кг	кг	м	м	кг·м ² ·с ⁻²

3.3.2. Поместите оба груза m_3 в середину стержня ($a = 0$). Отклоните маятник на угол 5–6° и определите время t десяти полных колебаний маятника. Повторите опыт 5 раз, рассчитайте $\langle t \rangle$ и период колебаний $T = \langle t \rangle / 10$. По формулам (1.5), (1.6) рассчитайте моменты инерции маятника. Экспериментальное и теоретическое значения занесите в табл. 1.2.

Таблица 1.2

Определение момента инерции маятника

a	a^2	t					$\langle t \rangle$	T	$J_{\text{эксп}}$	$J_{\text{теор}}$
м	м ²	с					с	с	кг·м ²	кг·м ²
0										
0,05										
0,10										
0,15										
0,20										
0,25										

3.3.3. Измените положения грузов m_3 на стержне и для четырёх указанных в таблице значений a повторите измерения

и расчёты, описанные в п. 3.3.2. Оцените погрешность измерений.

3.3.4. Постройте график зависимости $J^{\text{эксп}} = f(a^2)$. Здесь же постройте график по формуле (1.7): $J^{\text{теор}} = f(a^2)$.

3.4. Сделайте вывод об изученном методе определения момента инерции физического маятника.

2. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МЕТОДОМ КАЧАНИЙ

1. Цель работы

Освоение метода экспериментального определения момента инерции диска с вырезом.

2. Подготовка к работе

Прочитать в учебниках следующие параграфы: [1] – § 49–54; [2] – § 16, 140–142; [3] – § 40, 41. Для выполнения работы необходимо знать: а) основной закон динамики вращательного движения твёрдого тела; б) уметь пользоваться измерительными приборами; уметь рассчитывать погрешность измерений.

3. Выполнение работы

3.1. Описание лабораторной установки

Установка для определения момента инерции твёрдого тела методом качаний (рис. 2.1) состоит из призмы 1, прикрепленной с помощью штифта к вертикальной стойке 2. Стойка установлена в литой чугунной треноге 3, две ножки которой снабжены винтами 4. Это позволяет регулировать установку по уровню нивелира 5 так, чтобы опорное ребро призмы приняло горизон-

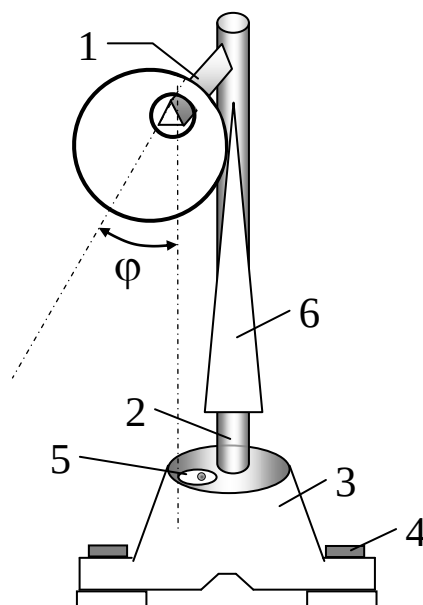


Рис. 2.1. Схема установки

тальное положение. Грань призмы является осью качаний тела, имеющего отверстие. К стойке прикреплена планка 6 клиновидной формы с углом при вершине 6° , которая является визиром, позволяющим следить за тем, чтобы размах колебаний не превышал $\varphi \approx 7^\circ$.

На опорную призму 1 устанавливается диск с вырезом, колебания которого исследуются в данной работе.

3.2. Методика измерений и расчёта

Момент инерции тела может быть определён экспериментально по методу качаний. В данной работе тело представляет собой однородный диск радиусом R , в котором вырезано отверстие радиусом R_0 (рис. 2.2). Диск с вырезом может совершать колебания под действием силы тяжести относительно оси (опора D), не проходящей через центр масс (точка C). Такое тело называется физическим маятником. Период колебаний T физического маятника

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}}. \quad (2.1)$$

Из формулы (2.1) выразим момент инерции диска J относительно оси колебаний:

$$J_{\text{эксп}} = \frac{mglT^2}{4\pi^2}, \quad (2.2)$$

где l – расстояние от оси колебаний до центра масс маятника; T – период колебаний.

Если начало отсчёта по оси Y взять в точке D (рис. 2.2), тогда координата центра инерции

$$y_C = \frac{\sum m_i y_i}{m} \text{ или}$$

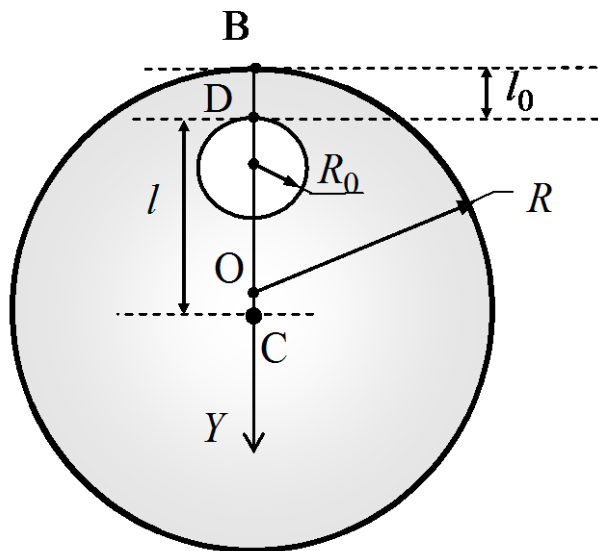


Рис. 2.2. Диск с вырезом

$$y_C = \frac{m_1 y_1 - m_2 y_2}{m},$$

где $m_1 = (m + m_0)$ – масса сплошного диска; $y_1 = (R - l_0)$ – координата центра сплошного диска; $m_2 = m_0$ – масса вынутой части диска; $y_2 = R_0$ – координата центра вынутой части диска.

Подставляя значения масс и координат в формулу для y_C , получим

$$l = y_C = \frac{(m + m_0)(R - l_0) - m_0 R_0}{m}. \quad (2.3)$$

Массу вырезанной части можно определить косвенно:

$$m + m_0 = \rho v = \rho \pi R^2 h,$$

$$m_0 = \rho v_0 = \rho \pi R_0^2 h.$$

Выражая из нижнего соотношения h и подставляя в верхнее, получим

$$m_0 = \frac{m R_0^2}{R^2 - R_0^2}. \quad (2.4)$$

Подставляя (2.4) в (2.3), получим

$$l = \frac{[R^2(R - l_0) - R_0^3]}{R^2 - R_0^2}. \quad (2.5)$$

Рассчитав l и экспериментально определив период колебаний T , вычисляют момент инерции диска с вырезом. Момент инерции диска с вырезом можно рассчитать и теоретически по формуле (2.1), используя свойство аддитивности момента инерции:

$$J^{\text{теор}} = J_1 - J_2, \quad (2.6)$$

где J_1 – момент инерции сплошного диска (без выреза) относительно оси, проходящей через точку D; J_2 – момент инерции вырезанной части относительно той же оси.

№ П/П	t	T	$\langle T \rangle$	m	R	R_0	l	l_0	$J_{\text{эксп}}$	$J_{\text{теор}}$	ε
	с	с	с	кг	м	м	м	м	кг·м ²	кг·м ²	%
1											
2											
...											
10											

3.3.4. По формуле (2.5) рассчитайте расстояние l от центра масс диска до оси качаний.

3.3.5. По полученным значениям l и $\langle T \rangle$ вычислите момент инерции диска $J^{\text{эксп}}$, по формуле (2.2).

3.3.6. По формуле (2.9) рассчитайте момент инерции $J_{\text{теор}}$ диска с вырезом.

3.3.7. Рассчитайте относительное расхождение между теоретическими и экспериментальными значениями момента инерции диска с вырезом

$$\varepsilon = \frac{|J_{\text{теор}} - J^{\text{эксп}}|}{J_{\text{теор}}} \cdot 100 \, \%.$$

3.4. Сделайте вывод о возможностях данного метода определения момента инерции.

3. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОСТОЯННОЙ КРУЧЕНИЯ НИТИ БАЛЛИСТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

1. Цель работы

Освоение экспериментального метода определения постоянной кручения металлической нити.

2. Подготовка к работе

Прочитать в учебниках следующие параграфы: [1] – § 29, 49–54; [2] – § 13, 19; [4] – § 79. Для выполнения работы студент должен знать: а) основной закон динамики вращательного движения твёрдого тела; б) уметь пользоваться измерительными приборами; в) уметь рассчитывать погрешность измерений.

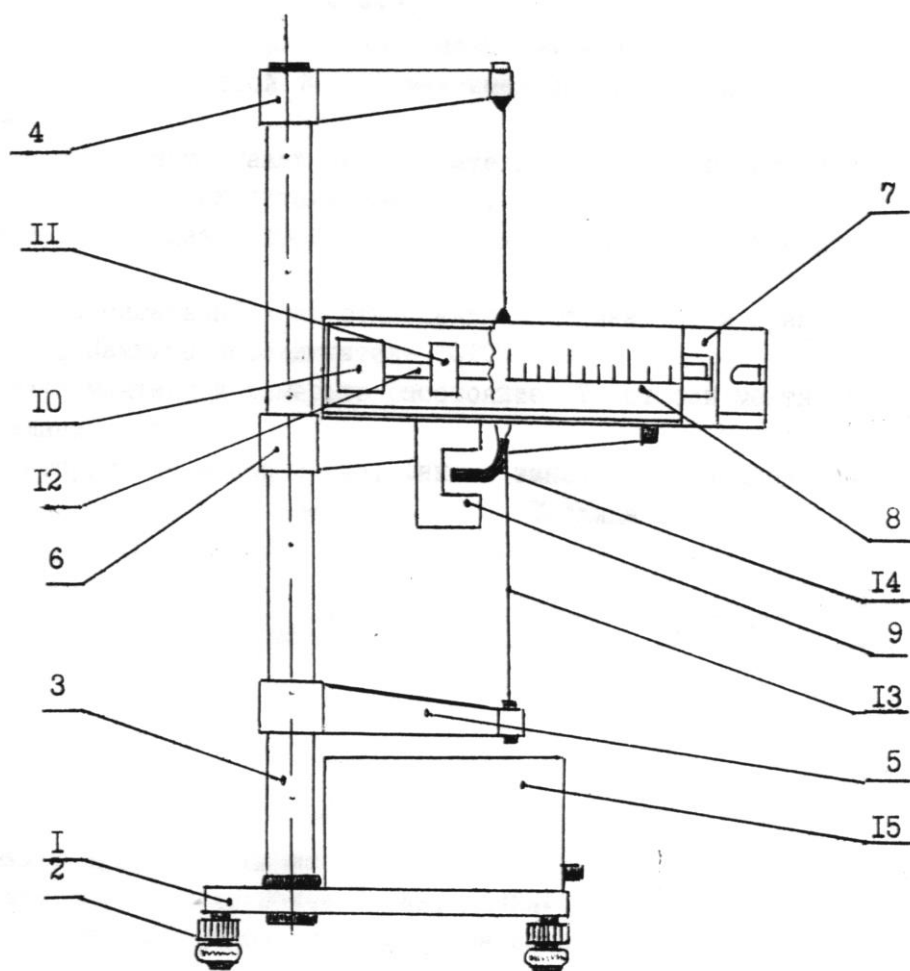
3. Выполнение работы

3.1. Описание лабораторной установки

Общий вид баллистического крутильного маятника представлен на рис. 3.1.

Основание 1 оснащено регулируемыми ножками 2, которые позволяют выравнивать прибор. В основании закреплена колонна 3, на которой крепятся верхний кронштейн 4, нижний кронштейн 5 и средний кронштейн 6. К среднему кронштейну прикреплён пружинный пистолет 7, а также прозрачный экран с нанесённой

на него угловой шкалой 8 и фотоэлектрический датчик 9. Кронштейны 4 и 5 имеют зажимы, служащие для крепления стальной проволоки 13, на которой подвешен маятник, состоящий из двух мисочек (мишеней) 10, наполненных пластилином, двух перемещаемых грузов 11 и штанги 14. Фотоэлектрический датчик соединён специальным разъёмом с привинченным к основанию универсальным миллисекундомером 15. Миллисекундомер после нажатия клавишных переключателей «сеть» и «сброс» фиксирует число и время колебаний маятника. В конце измерений нажать клавишу «стоп».



*Рис. 3.1. Баллистический крутильный маятник
(вид сбоку)*

На приборной панели размещены (рис. 3.2): табло секундомера, табло счётчика периодов колебаний, кнопки «сеть», «стоп», «сброс». Начало отсчёта начинается автоматически. При нажатии

кнопки «стоп» отсчёт времени прекращается по окончании последнего периода.

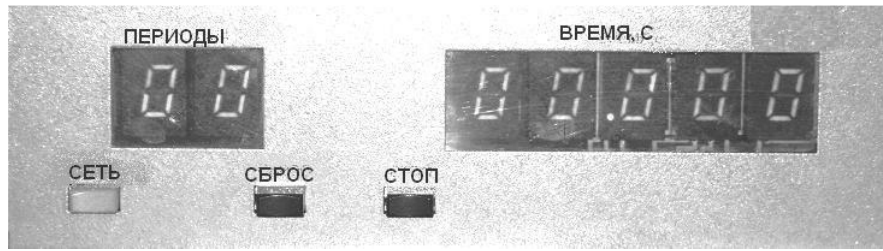


Рис. 3.2. Приборная панель блока управления

3.2. Методика измерений и расчёта

Важными упругими характеристиками твёрдого тела при его деформациях являются модуль упругости, модуль сдвига и другие параметры, которые определяются экспериментально. Рассмотрим экспериментальный метод определения модуля кручения.

Моменты инерции крутильного маятника для двух различных положений грузов 3 (рис. 3.3) относительно оси колебаний 4 можно представить в виде

$$\begin{cases} J_1 = J_0 + 2m_0 R_1^2 \\ J_2 = J_0 + 2m_0 R_2^2 \end{cases}, \quad (3.1)$$

где J_0 – момент инерции крутильного маятника с мишенями 2 (рис. 3.3), но без грузов 3; m_0 – масса груза; R_1 , R_2 – расстояния от оси вращения маятника до центра масс грузов.

Период колебаний крутильного маятника равен

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{J_1}{\tau}} = 2\pi\sqrt{\frac{J_0 + 2m_0 R_1^2}{\tau}} \\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{J_2}{\tau}} = 2\pi\sqrt{\frac{J_0 + 2m_0 R_2^2}{\tau}} \end{cases}, \quad (3.2)$$

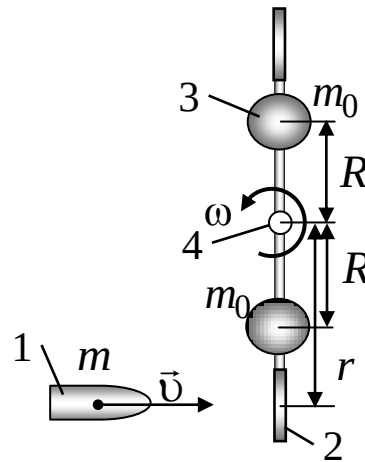


Рис. 3.3. Взаимодействие тел в системе «пуля – маятник» (вид сверху)

где τ – модуль кручения, который численно равен вращающему моменту, приходящемуся на единичный угол поворота [3].

Решая совместно систему уравнений (3.2), получим выражение для нахождения модуля кручения:

$$\tau_{\text{эксп}} = \frac{8\pi^2 m_0 (R_1^2 - R_2^2)}{T_1^2 - T_2^2}. \quad (3.3)$$

С другой стороны, из системы уравнений (3.2) можно найти момент инерции маятника без грузов:

$$J_0 = 2m_0 \frac{R_1^2 T_2^2 - R_2^2 T_1^2}{T_1^2 - T_2^2}. \quad (3.4)$$

Подставив полученное выражение в (3.2), получим выражения для J_1 и J_2 :

$$J_1 = \frac{2m_0 T_1^2 (R_1^2 - R_2^2)}{T_1^2 - T_2^2}, \quad (3.5)$$

$$J_2 = \frac{2m_0 T_2^2 (R_1^2 - R_2^2)}{T_1^2 - T_2^2}.$$

Согласно [3] модуль кручения τ связан с модулем сдвига G и зависит геометрических размеров тела:

$$d\tau = \frac{2\pi G}{l} r^3 dr, \quad (3.6)$$

где l – длина тела; r – его радиус.

Для однородного стержня (проволоки) радиусом $r_{\text{ст}}$ из последней формулы после интегрирования получаем

$$\tau_{\text{теор}} = \frac{\pi G}{2l} r_{\text{ст}}^4. \quad (3.7)$$

3.3. Определение периода колебаний маятника

3.3.1. Установите грузы массой m_0 на максимальном расстоянии R_1 от оси вращения.

3.3.2. Включите установку, нажав переключатель «сеть». Деблокируйте миллисекундомер (переключатель «сброс»).

3.3.3. Зарядите пружинный пистолет пулей массой m и произведите выстрел.

3.3.4. Измерьте максимальный угол отклонения маятника α и время t десяти полных колебаний. Нажмите кнопку «стоп».

3.3.5. Измерьте расстояние r от оси маятника до места падения пули.

Таблица 3.1

Результаты измерения периода колебаний маятника

№ опыта	R , м	α		r , м	t , с	$T = \frac{t}{n}$, с
		град	рад			
1						
2						
3						
4						
5						
Средние значения						

3.3.6. Опыт повторите не менее 5 раз. Данные занесите в табл. 3.1.

3.3.7. Установите грузы на минимальном расстоянии R_2 от оси вращения. Повторите пп. 3.3.3–3.3.5 не менее 5 раз. Данные занесите в табл. 3.2, составленную самостоятельно аналогично табл. 3.1.

3.4. Определение модуля упругости кручения нити

3.4.1. Средние значения измеренных величин из табл. 3.1 и 3.2 занесите в табл. 3.3.

3.4.2. Рассчитайте модуль упругости кручения τ по формуле (3.3), а также начальную угловую скорость $\omega = \alpha_{\max} \sqrt{\frac{\tau}{J}}$, момент инерции маятника J рассчитайте по формуле (3.5). Результаты расчётов занесите в табл. 3.3.

3.4.3. Постройте график зависимости $J = f\left(\frac{T^2}{4\pi^2}\right)$. Найдите тангенс угла β наклона прямой к оси ОХ. Покажите, что $\operatorname{tg}\beta = \tau$.

3.4.4. Полученное значение $\tau_{\text{эксп}}$ сравните с результатом расчёта $\tau_{\text{теор}}$ по формуле (3.7). Длина нити $l = 0,2$ м, радиус нити $r_{\text{ст}} = 0,2$ мм, модуль сдвига $G = 5 \cdot 10^{10}$ Па.

Таблица 3.3

Определение основных характеристик маятника

№ п/п	m , кг	m_0 , кг	R , м	T , с	α , рад	r , м	ω , 1/с	τ , $\frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{рад}}$	J , кг·м ²
1									
2									

3.5. Сделайте вывод о практичности используемого метода для определения модуля упругости кручения.

4. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4.

ИЗУЧЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

1. Цель работы

Определение параметров механических колебаний физического маятника в виде махового колеса.

2. Подготовка к работе

Прочитать в учебниках следующие параграфы: [1] – § 49–54; [2] – § 16, 140–142; [3] – § 40, 41. Для выполнения работы студент должен знать: а) законы динамики вращательного движения твёрдого тела; б) формулы расчёта механической энергии; в) уметь пользоваться измерительными приборами.

3. Выполнение работы

3.1. Описание лабораторной установки

Лабораторный комплекс «Механика» выполнен в виде панели 1 (рис. 4.1), на которой размещена универсальная вращающаяся подвеска 2 для крепления на ней сменных модулей и таймера 3.

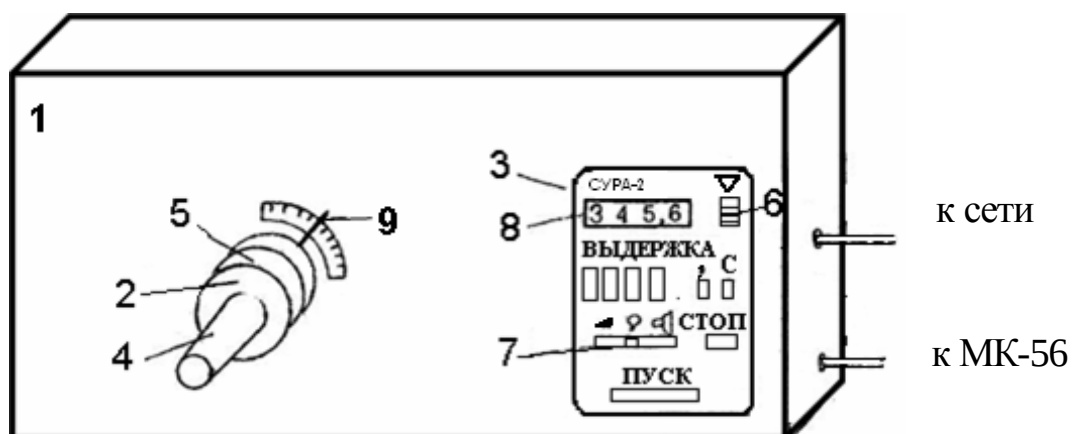


Рис. 4.1. Лабораторный механический комплекс

Вращающаяся подвеска представляет собой вал, имеющий форму конусной втулки 4, со шкивом 5 на подшипниках. В данной работе на конусную втулку надевается маховое колесо. Комплекс оснащён системой автоматической регистрации измеряемых параметров (числа колебаний и времени колебаний). Время фиксируется электронным секундомером, измеряемые параметры вносятся в память программируемого микрокалькулятора МК-56 и высвечиваются на его табло. Для автоматического запуска таймера и счётчика числа импульсов (колебаний) в корпус вала вмонтирован магнит, а на неподвижной панели укреплен магнитоуправляемый контакт.

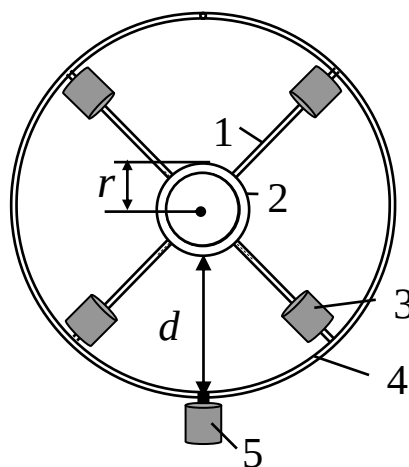


Рис. 4.2. Маховое колесо установки

Работа может выполняться и в ручном режиме (без МК-56).

Маховое колесо состоит из четырёх взаимно перпендикулярных стержней (спиц) 1, закреплённых на втулке 2 (рис. 4.2). На стержнях находятся грузы одинаковой массы 3 (по одному на каждом стержне). Положение стержней дополнительно фиксируется ободом 4. Такая центрированная система тел характеризуется безразличным равновесием. Если на ободу махового колеса

укрепить с помощью винта вспомогательный груз 5, тогда безразличное равновесие системы заменится устойчивым. В результате этого маховое колесо приобретает способность совершать колебательные движения относительно положения равновесия, т. е. становится физическим маятником. Угол отклонения φ системы от положения равновесия фиксируется стрелкой 9 по шкале, имеющейся на панели комплекса (см. рис. 4.1).

3.2. Методика измерений и расчёта

Физический маятник совершает гармонические колебания с периодом

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \sqrt{\frac{J}{mgl_C}}, \quad (4.1)$$

где l_C – расстояние от оси подвеса до центра масс маятника (точка С (рис. 4.3)); J – момент инерции физического маятника; m – масса маятника; ω – частота колебаний маятника.

Для махового колеса (см. рис. 4.2) момент инерции J равен

$$J = J_{\text{к}} + J_{\text{гр}}, \quad (4.2)$$

где $J_{\text{к}}$ – момент инерции махового колеса без вспомогательного груза; $J_{\text{гр}}$ – момент инерции вспомогательного груза.

Положение центра масс маятника определяется по формуле

$$l_C = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} = \frac{m_{\text{гр}} l}{m}, \quad (4.3)$$

где l – расстояние от оси подвеса до центра масс вспомогательного груза (точка В), равно

$$l = R + \frac{b}{2} = r + d + \frac{b}{2}, \quad (4.4)$$

где R – радиус колеса; b – высота груза; r – радиус втулки; d – расстояние от втулки до груза.

Подставляя (4.3) в (4.1) и преобразуя, для махового колеса с дополнительным грузом получим

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \sqrt{\frac{J_k + J_{гр}}{m_{гр}gl}}. \quad (4.5)$$

Откуда можно выразить момент инерция махового колеса:

$$J_k = \frac{m_{гр}gl}{4\pi^2} T^2 - J_{гр}. \quad (4.6)$$

Вспомогательный груз представляет собой цилиндр высотой b и радиусом основания R_0 . Используя теорему Штейнера, для момента инерции груза относительно оси (рис. 4.3), проходящей через O перпендикулярно чертежу, будем иметь формулу

$$J_{гр} = m_{гр} \left[\frac{b^2}{12} + \frac{R_0^2}{4} + \left(r + d + \frac{b}{2} \right)^2 \right], \quad (4.7)$$

где $m_{гр}$ – его масса; r – радиус втулки махового колеса; d – расстояние от поверхности втулки до вспомогательного груза.

Если размеры вспомогательного груза невелики по сравнению с расстоянием l от его до оси вращения (более чем в 10 раз), то этот груз можно принять за материальную точку и момент инерции рассчитать по формуле

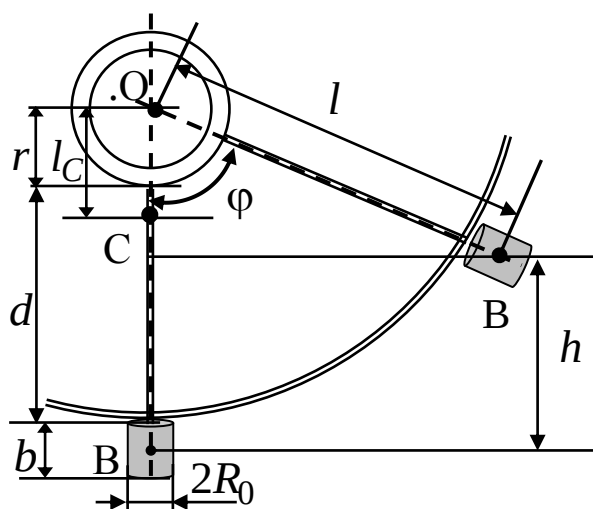


Рис. 4.3. Колебание махового колеса

$$J_{гр} = ml^2, \quad (4.8)$$

где $l = r + d + b/2$ (см. рис. 4.3).

3.3. Порядок работы с таймером СУРА-2

3.3.1. Перед включением таймера в сеть выключатель питания 6 (рис. 4.1) должен находиться в нижнем положении, переключатель режимов 7 – в положении « ⏏ ».

3.3.2. Включив питание, установите переключатель 6 в положение « ∇ ».

3.3.3. Для приведения таймера в исходное состояние нажмите первые три клавиши выдержки, затем клавишу «9» и четвёртую клавишу выдержки. На табло высветятся четыре произвольно набранные цифры, например 345,6. При таком наборе время измеряется с точностью до десятых долей секунды. Перенесение запятой влево повышает точность измерений на порядок.

3.3.4. При запуске таймера с 345,6 отсчёт времени начинается после нажатия клавиши «пуск». При этом на индикаторе 8 идёт отсчёт времени в обратном счёте. При нажатии клавиши «стоп» счёт времени прекращается. Пусть новое показание на табло будет 324,1. Тогда искомое время равно

$$\Delta t = 345,6 - 324,1 = 21,5 \text{ (с)}.$$

3.4. Определение момента инерции вспомогательного груза

3.4.1. Рассчитайте момент инерции вспомогательного груза $J_{\text{гр}}$ по формулам (4.7) и (4.8). Для этого произведите соответствующие измерения параметров махового колеса с грузом и занесите их в табл. 4.1.

3.4.2. Рассчитайте относительное отклонение расчёта момента инерции груза, полученное по формулам (4.7) и (4.8):

$$\delta_I = \frac{|J_{\text{гр}(4.7)} - J_{\text{гр}(4.8)}|}{J_{\text{гр}(4.8)}} \cdot 100\%.$$

Таблица 4.1

Результаты измерений параметров махового колеса с грузом и расчёта момента инерции вспомогательного груза

m	r	d	b	R_0	l	$J_{\text{гр}}$ по формулам	
						(4.7)	(4.8)
кг	м	м	м	м	м	кг·м ²	кг·м ²

3.5. Определение момента инерции махового колеса

3.5.1. Определите момент инерции махового колеса. Грузы на стержнях укрепите в крайних и строго симметричных положениях относительно оси подвеса. Подготовьте к работе таймер. Отведите маховое колесо от положения равновесия на небольшой угол (не более 15°). Отпуская колесо, одновременно включите таймер. При первом возвращении колеса в исходное состояние начните счёт числа колебаний. При совершении 10–20 полных колебаний N выключите таймер. Вычислите период T одного колебания:

$$T = \frac{t}{N}.$$

3.5.2. Опыт повторите 5 раз и определите среднее значение периода колебаний $\langle T \rangle$. Рассчитайте момент инерции махового колеса с грузом по формуле (4.5), а значение момента инерции груза взять по формуле (4.8). Результаты измерений и вычислений занесите в табл. 4.2.

Таблица 4.2

Результаты измерения периода колебаний махового колеса

№ опыта	1	2	3	4	5	$\langle J_{\text{к}} \rangle$, кг·м ²
t , с						
T , с						
$\langle T \rangle$, с						
$J_{\text{к}}$, кг·м ²						

3.5.3. Передвиньте грузы на стержнях махового колеса ближе к оси вращения, не нарушая их симметрии и равновесия при отсутствии добавочного груза. Повторите измерения и вычисления 3.5.1 и занесите их в табл. 4.3, составленную аналогично табл. 4.2.

3.5.4. Рассчитайте теоретическое значение момента инерции махового колеса $J^{\text{теор}}$ по формуле

$$J^{\text{теор}} = m_{\text{к}} R_{\text{к}}^2 + 4 \frac{1}{3} m_{\text{ст}} l_{\text{ст}}^2 + 4 m_{\text{грст}} r_{\text{грст}}^2, \quad (4.9)$$

где $m_{\text{к}}$, $m_{\text{ст}}$, $m_{\text{грст}}$ – массы обода махового колеса, стержня и груза на стержне соответственно; $R_{\text{к}}$ – радиус обода; $l_{\text{ст}}$ – длина стержня; $r_{\text{грст}}$ – расстояние от оси вращения до центра груза на стержне.

Сравните результаты расчёта с экспериментально измеренными значениями моментов инерции махового колеса по формуле

$$\varepsilon = \frac{|J^{\text{теор}} - J^{\text{эксп}}|}{J^{\text{теор}}} \cdot 100 \, \%.$$

3.5.5. Сделайте вывод о практичности данного метода определения момента инерции махового колеса.

5. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.

ИЗУЧЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В УПРУГО СВЯЗАННЫХ СИСТЕМАХ

1. Цель работы

Измерение параметров свободных колебаний системы упруго связанных маятников.

2. Подготовка к работе

Прочитать в учебниках следующие параграфы: [1] – § 49–56; [2] – § 140–143. Для выполнения работы студент должен знать: а) законы динамики поступательного и вращательного движения; б) расчёт параметров колебаний физического маятника; в) уметь пользоваться измерительными приборами.

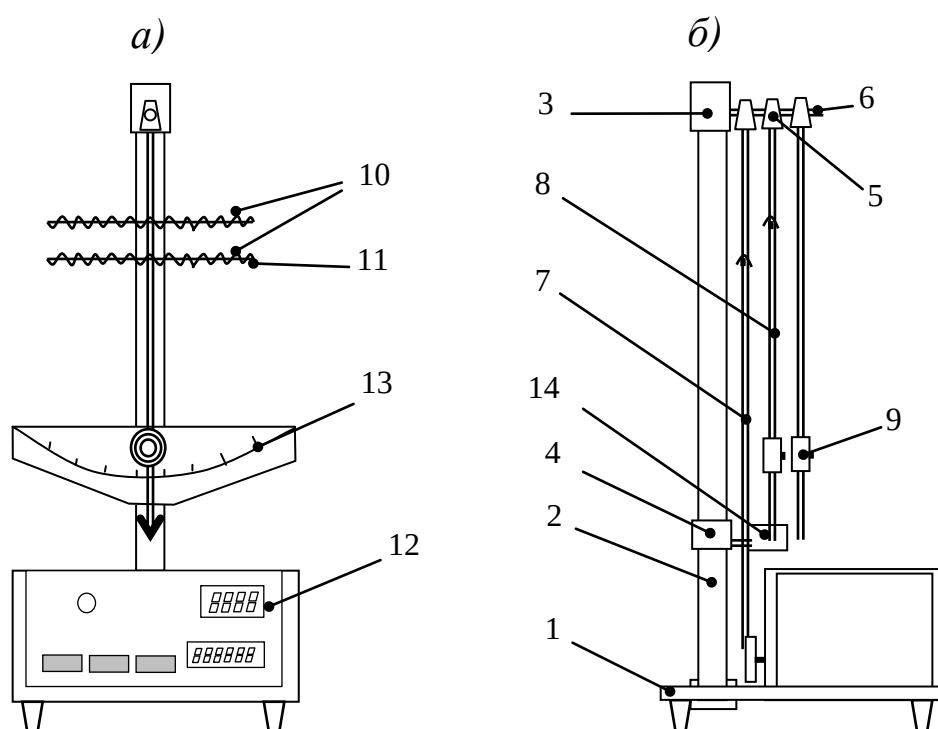
3. Выполнение работы

3.1. Описание лабораторной установки

Общий вид лабораторной установки FPM-13 для выполнения данной лабораторной работы представлен на рис. 5.1.

На основании 1 закреплена колонка 2, на которой закреплены втулка 3 и кронштейн 4. На стержне 5 втулки находятся три подвески 6, на которых крепятся два маятника 8 и стержень 7,

посредством которого возбуждаются колебания. Маятники 8 состоят из стержня и перемещаемого груза 9. Маятники упруго связаны между собой при помощи двух пружин 10, закреплённых в скобообразной обойме 11, которую можно перемещать вдоль стержней маятников. Возбуждение колебаний осуществляется при помощи приводного диска, закреплённого на вале электродвигателя. Диск двигает стержень 7, связанный двумя пружинами 10 со стержнем одного из маятников, и тем самым вызывает его колебания. Электродвигатель находится в блоке управления и измерений 12.



*Рис. 5.1. Лабораторная установка:
а – вид спереди; б – вид сбоку*

Угловая амплитуда колебаний маятников определяется с помощью шкалы 13. К нижнему кронштейну прикреплен фотоэлектрический датчик 14, с помощью которого определяется число полных колебаний.

Лицевая панель блока управления 12 представлена на рис. 5.2.

Включение установки осуществляется кнопкой «сеть». Кнопкой «стоп» ограничивается число полных колебаний. Нажа-

тием клавиши «сброс» блок подготавливается к новому измерению.

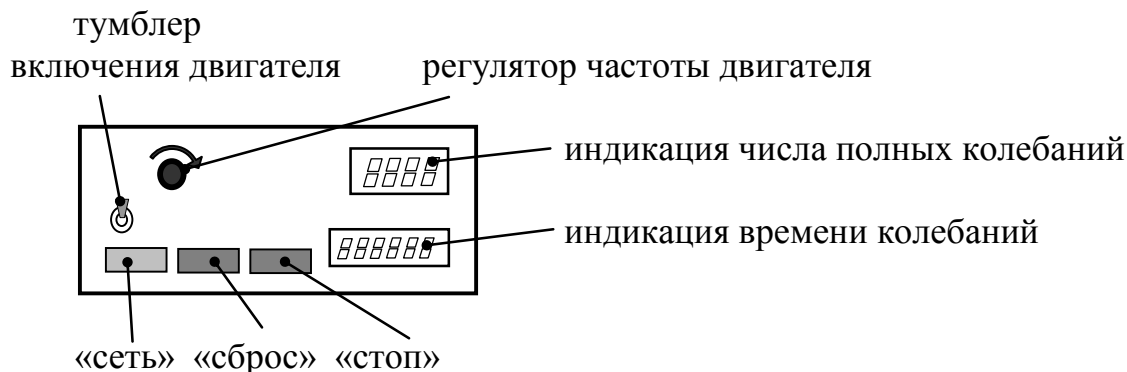


Рис. 5.2. Приборная панель лабораторной установки

3.2. Методика измерений и расчёта

Рассмотрим колебательную систему, состоящую из двух математических маятников, упруго связанных между собой через пружину. Для такой системы маятников парциальные частоты (частота колебания одного маятника при неподвижном втором маятнике) определяются:

$$\omega_{p1}^2 = \omega_{01}^2 + K_1 = \frac{g}{l_1} + \frac{ka^2}{m_1 l_1^2}; \quad (5.1)$$

$$\omega_{p2}^2 = \omega_{02}^2 + K_2 = \frac{g}{l_2} + \frac{ka^2}{m_2 l_2^2}, \quad (5.2)$$

где m_1 , m_2 – массы маятников; l_1 , l_2 – длина первого и второго маятников соответственно; $g = 9,81$ м/с², $\omega_{01}^2 = g/l_1$, $\omega_{02}^2 = g/l_2$ – квадрат собственной частоты первого и второго маятников соответственно; K_1 , K_2 – коэффициенты упругой связи для первого и второго маятников соответственно; $k = 11,02$ Н/м – коэффициент упругости пружин; $a \approx \Phi_0 x_a$; x_a – расстояние от оси колебаний до пружины.

Коэффициент упругой связи K для такой системы маятников определяет передачу энергии от одного маятника к другому. При слабом взаимодействии между маятниками, например, пере-

дача энергии будет происходить значительно дольше, чем при сильном взаимодействии.

Если положение каждого маятника характеризовать углом отклонения от вертикали Φ_1 , Φ_2 , то уравнение колебаний каждого маятника описывается однородным дифференциальным уравнением второго порядка, из решения которых следует, что при наличии упругой связи маятники колеблются с частотами ω_1 и ω_2 , связанными между собой соотношением

$$\omega^4 - \omega^2(\omega_{p1}^2 + \omega_{p2}^2) + \omega_{p1}^2 \omega_{p2}^2 - K_1 K_2 = 0. \quad (5.3)$$

Из решения данного биквадратного уравнения получают выражение для частот ω_1 и ω_2 с учётом парциальных частот ω_{p1} и ω_{p2} :

$$\begin{aligned} \omega_1^2 &= \frac{1}{2} \left[\omega_{p1}^2 + \omega_{p2}^2 - \sqrt{(\omega_{p1}^2 - \omega_{p2}^2)^2 + 4K_1 K_2} \right]; \\ \omega_2^2 &= \frac{1}{2} \left[\omega_{p1}^2 + \omega_{p2}^2 + \sqrt{(\omega_{p1}^2 - \omega_{p2}^2)^2 + 4K_1 K_2} \right]. \end{aligned}$$

При $l_1 = l_2$, $m_1 = m_2$ и $K_1 = K_2$:

$$\omega_1^2 = \omega_p^2 + K; \quad (5.4a)$$

$$\omega_2^2 = \omega_p^2 - K. \quad (5.4b)$$

При равенстве парциальных частот ω_{p1} и ω_{p2} уравнения колебаний для обоих маятников будут иметь вид

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \Phi_0 \cos \frac{(\omega_2 - \omega_1)t}{2} \cos \frac{(\omega_2 + \omega_1)t}{2}; \\ \Phi_2 &= \Phi_0 \chi \sin \frac{(\omega_2 - \omega_1)t}{2} \sin \frac{(\omega_2 + \omega_1)t}{2}, \end{aligned}$$

где ω_1 , ω_2 – частота колебания первого и второго маятников, соответственно; Φ_0 – амплитуда колебаний маятника, т. е. максимальный угол отклонения; $\chi = \frac{\omega_p^2 - \omega_{1,2}^2}{K}$ – коэффициент распределения амплитуд.

Коэффициент распределения амплитуд χ при идентичных маятниках принимает два значения 1 и -1 , а колебания при этом

будут синфазные (рис. 5.3, *а*) и противофазные (рис. 5.3, *б*) соответственно. В первом случае разность фаз кратна $\pm 2\pi z$, а во втором случае – $\pm (2z+1)\pi$, где z – целое число.

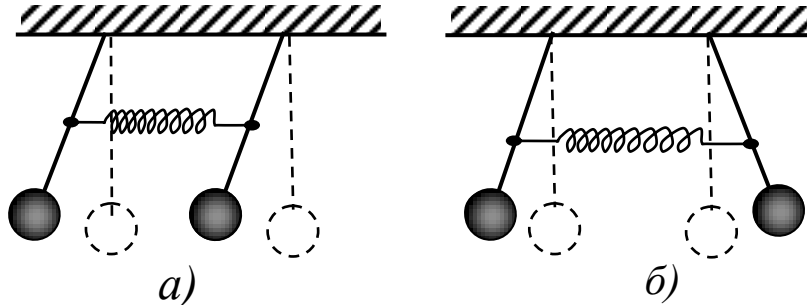


Рис. 5.3. Колебания упруго связанных маятников:
а – синфазные; *б* – противофазные

Предположим, что маятники могут совершать колебания только в одной плоскости, т. е. имеют одну степень свободы. В этом случае при различных частотах уравнения колебаний для двух упруго связанных маятников можно записать в виде

$$\Phi_1 = \Phi_{01} \sin(\omega_1 t + \alpha_1); \quad (5.5)$$

$$\Phi_2 = \Phi_{02} \sin(\omega_2 t + \alpha_2), \quad (5.6)$$

где Φ_{01} и Φ_{02} – амплитуды колебаний первого и второго маятников соответственно; α_1 и α_2 – начальные фазы первого и второго маятников соответственно.

Если частоты колебаний достаточно близки и $\Phi_{01} = \Phi_{02} = \Phi_0$, уравнение результирующего колебания, полученное путём сложения двух начальных, будет иметь вид

$$\begin{aligned} \Phi &= \Phi_1 + \Phi_2 = \\ &= 2\Phi_0 \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}\right) \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t + \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}\right). \end{aligned} \quad (5.7)$$

Из последнего выражения видно, что множитель $2\Phi_0 \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}\right)$ представляет собой амплитуду результирующего колебания, зависящую от времени и изменяющуюся с частотой $(\omega_1 - \omega_2)/2$, а $(\omega_1 + \omega_2)/2$ – частота результирующего колебания. Поскольку ω_1 и ω_2 близки, т. е. $\Delta\omega \ll \omega_1, \omega_2$, где $\Delta\omega = |\omega_1 - \omega_2|$, тогда результирующее колебание будет иметь вид,

как на рис. 5.4. Такие колебания называются биениями, а частота $\omega_\delta = (\omega_1 - \omega_2)$ называется циклической частотой биения.

Как видно из рис. 5.4, амплитуда результирующего колебания является функцией времени.

Период биений определяется соотношением

$$T_\delta = \frac{2\pi}{(\omega_1 - \omega_2)}. \quad (5.8)$$

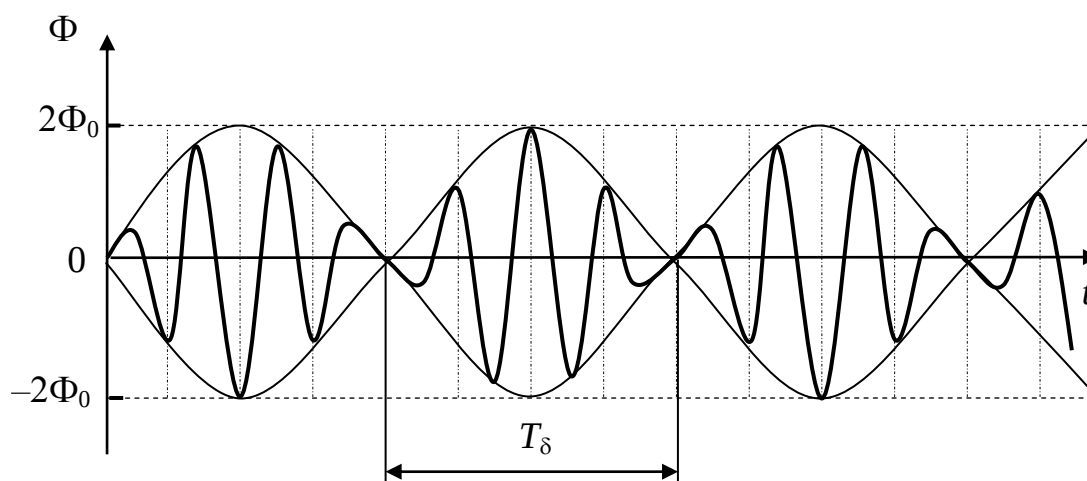


Рис. 5.4. Биения

3.3. Подготовка лабораторной установки к работе

3.3.1. Подключите прибор к питающей сети.

3.3.2. Установите одинаковые грузы $m_1 = m_2 = m$ на обоих маятниках на одном и том же расстоянии от оси колебаний.

3.3.3. Нажмите клавишу «сеть» и проверьте свечение лампы фотоэлектрического датчика и индикаторов панели управления.

3.4. Измерение собственной частоты колебаний маятника

3.4.1. Отсоедините от маятника пружины, соединяющие его с другим маятником и приводным механизмом. Один из них отклоните на угол $5-7^\circ$ и отпустите его. После чего нажмите клавишу «сброс» и после подсчёта прибором 10 полных колебаний маятника нажмите кнопку «стоп». Показания индикаторов занесите в табл. 5.1. Измерения проведите 5 раз. Найдите частоту собственных колебаний маятника по формуле $\omega_{0\text{эксп}} = \frac{2\pi N}{t}$.

Таблица 5.1

Результаты измерения собственной частоты маятника

№ п/п	Число полных колебаний N	Время колебаний t , с	Частота собственных колебаний $\omega_{0\text{эксп}}$, с ⁻¹	Расчётная частота $\omega_{0\text{теор}}$, с ⁻¹	Относитель- ное расхождение ε , %
1					
...					
5					

3.4.2. Сравните её с результатами расчёта по формуле

$$\omega_{0\text{теор}} = \sqrt{\frac{g}{l}},$$

где l – длина маятника.

3.5. Определение частот синфазных и противофазных колебаний

3.5.1. Присоедините пружины, осуществляющие упругую связь между маятниками, отклоните маятники в одну сторону на угол 5–7°, отпустите их. Аналогично п. 3.4.1 измерьте частоту синфазных колебаний ω_c .

3.5.2. Измерения проведите 5 раз, данные занесите в табл. 5.2. Оцените погрешность измерений по теории погрешностей.

Таблица 5.2

*Результаты измерения частот
синфазных и противофазных колебаний*

Частота синфазных колебаний				Частота противофазных колебаний			
№ п/п	N	t , с	ω_c , с ⁻¹	№ п/п	N	t , с	$\omega_{\text{п}}$, с ⁻¹
1				1			
...				...			
5				5			

3.5.3. Отклоните маятники в противоположные стороны на одинаковый угол 7° и отпустите их. Измерьте частоту противофазных колебаний $\omega_{\text{п}}$. Данные занесите в табл. 5.2.

3.6. Определение коэффициента упругой связи маятника

3.6.1. Закрепите неподвижно один маятник, придержите его рукой, а другой отклоните на угол $5\text{--}7^\circ$ и аналогично п. 3.4.1 измерьте парциальную частоту колебаний маятника ω_p .

3.6.2. Проведите 5 измерений, данные занесите в табл. 5.3. Рассчитайте коэффициент упругой связи по формуле

$$K_{\text{экс}} = \omega_p^2 - \omega_0^2.$$

Таблица 5.3

Результаты измерения коэффициента упругой связи

Частота колебаний маятника при наличии упругой связи				Коэффициент упругой связи		$\varepsilon, \%$
№ п/п	N	$t, \text{с}$	$\omega_p, \text{с}^{-1}$	$K_{\text{экс}}, \text{с}^{-2}$	$K_{\text{теор}}, \text{с}^{-2}$	
1						
...						
5						

3.6.3. Рассчитайте ω_1, ω_2 по формулам (5.4а) (5.4б) и $\Delta\omega = |\omega_1 - \omega_2|$.

3.6.4. Сравните полученные результаты со значением коэффициента $K_{\text{теор}}$, определённым по формуле $K_{\text{теор}} = \frac{ka^2}{ml^2}$, где

$k = 11,02 \text{ Н/м}$; $a \approx \Phi_0 x_a$; x_a – расстояние от оси колебаний до пружины; m – масса груза.

Результаты расчетов занесите в табл. 5.3.

3.7. Определение частоты биений

3.7.1. Отклоните один из маятников на угол $7\text{--}8^\circ$, другой придержите рукой в положении равновесия. Одновременно отпустите оба маятника и наблюдайте колебательный процесс, называемый биениями.

3.7.2. Измерьте частоту колебаний ω одного из маятников, данные занесите в табл. 5.4. Измерьте частоту биений ω_δ . Для этого следите за одним из маятников и измерьте время T_δ между двумя последующими состояниями маятника, когда его амплиту-

да или максимальна, или равна нулю. Результаты занесите в табл. 5.4.

3.8. Сделайте вывод.

Таблица 5.4

Результаты измерения частоты биений

Частота колебаний одного из маятников при биениях				Период биений	Частота биений
№ п/п	N	t, c	ω, c^{-1}	T_{δ}, c	ω_{δ}, c^{-1}
1					
...					
5					

6. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6.

ИЗУЧЕНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ В УПРУГО СВЯЗАННЫХ СИСТЕМАХ

1. Цель работы

Изучение особенностей вынужденных колебаний в системе упруго связанных маятников.

2. Подготовка к работе

Прочитать в учебниках следующие параграфы: [1] – § 50, 51, 54, 56, 60; [2] – § 140–143. Для выполнения работы студент должен знать: а) законы динамики поступательного и вращательного движения; б) расчёт параметров колебаний физического маятника; в) уметь пользоваться измерительными приборами.

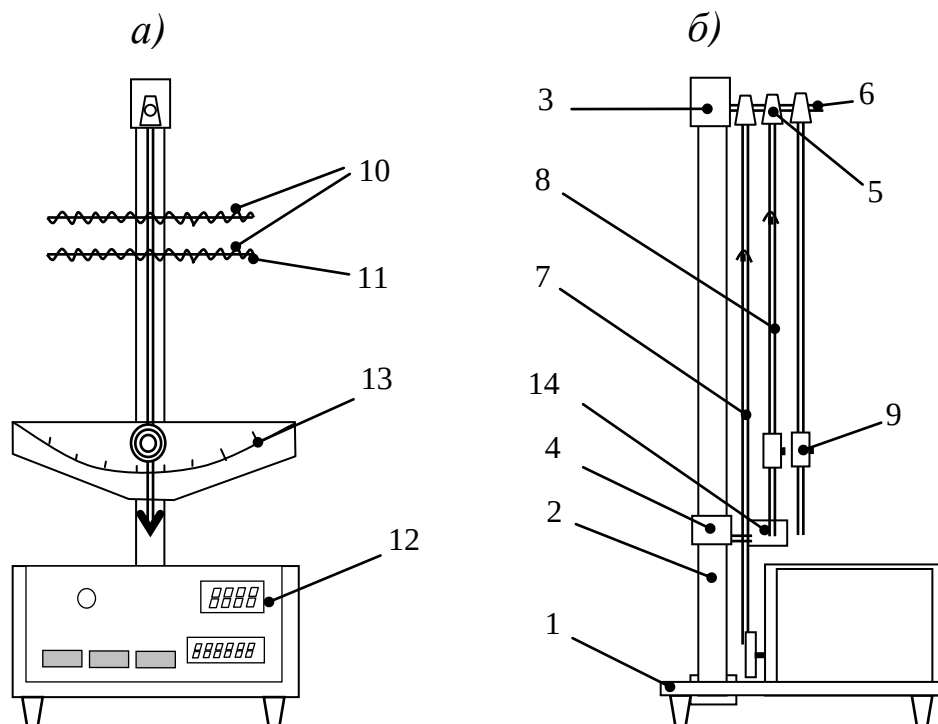
3. Выполнение работы

3.1. Описание лабораторной установки

Общий вид лабораторной установки FPM-13 для выполнения данной лабораторной работы представлен на рис. 6.1.

На основании 1 закреплена колонка 2, на которой закреплены втулка 3 и кронштейн 4. На стержне 5 втулки находятся три подвески 6, на которых крепятся два маятника 8 и стержень 7, посредством которого возбуждаются колебания. Маятники 8 состоят из стержня и перемещаемого груза 9. Маятники упруго связаны между собой при помощи двух пружин 10, закреплённых в скобообразной обойме 11, которую можно перемещать вдоль

стержней маятников. Возбуждение колебаний осуществляется при помощи приводного диска, закреплённого на вале электродвигателя. Диск двигает стержень 7, связанный двумя пружинами 10 со стержнем одного из маятников, и тем самым вызывает его колебания. Электродвигатель находится в блоке управления и измерений 12.



*Рис. 6.1. Лабораторная установка:
а – вид спереди; б – вид сбоку*

Угловая амплитуда колебаний маятников определяется с помощью шкалы 13. К нижнему кронштейну прикреплен фотоэлектрический датчик 14, с помощью которого определяется число полных колебаний.

Лицевая панель блока управления 12 представлена на рис. 6.2.

Включение установки осуществляется кнопкой «сеть». Кнопкой «стоп» ограничивается число полных колебаний. Нажатием клавиши «сброс» блок подготавливается к новому измерению.

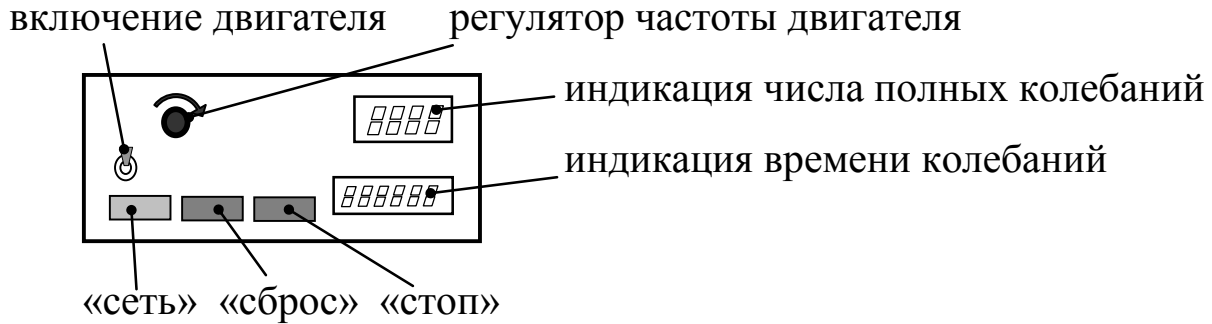


Рис. 6.2. Приборная панель установки

3.2. Методика измерений и расчёта

В реальных системах колебания затухают, а пополнять потерю энергии можно за счёт периодического воздействия внешней силы.

Пусть на стержень одного из связанных маятников действует внешняя сила F , изменяющаяся по гармоническому закону:

$$F = F_0 \cos \omega_B t, \quad (6.1)$$

где F_0 , ω_B – амплитуда и частота вынуждающей силы соответственно.

После приложения силы F к стержню маятника возникает переходной режим вынужденных колебаний. При этом каждый из маятников одновременно участвует в двух колебаниях, одно из

которых затухающее с частотой $\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$, где $\beta = \frac{b}{2m}$ – ко-

эффициент затухания; b – коэффициент сопротивления среды, будет затухать. Амплитуда колебания достаточно быстро уменьшается, а уравнение колебания описывается выражением

$$\Phi = \Phi_0 e^{-\beta t} \sin(\omega' t + \alpha), \quad (6.2)$$

где Φ_0 , ω' – амплитуда и частота затухающих колебаний соответственно.

Другое колебание соответствует незатухающим гармоническим колебаниям с частотой вынуждающей силы, которая с течением времени не изменяется.

Амплитуды колебаний Φ_0 зависят от частоты вынуждающей силы ω_B , и при $\omega_B = \omega_0$ будет наблюдаться первый резонанс. При этом маятники совершают синфазные колебания. Повышая частоту

вынуждающей силы ω_B далее, получим второй резонанс, но маятники при этом будут совершать противофазные колебания.

3.3. Подготовка лабораторной установки к работе

3.3.1. Подключите прибор к питающей сети.

3.3.2. Установите одинаковые грузы $m_1 = m_2 = m$ на обоих маятниках на одном и том же расстоянии от оси колебаний.

3.3.3. Нажмите клавишу «сеть» и проверьте свечение лампы фотоэлектрического датчика и индикаторов измерителя.

3.3.4. Включите питание двигателя и, плавно вращая ручку регулятора частоты, проверьте работоспособность установки.

3.4. Измерение собственной частоты колебаний маятника

3.4.1. Отсоедините от маятника пружины, соединяющие его с другим маятником и приводным механизмом. Один из них отклоните на угол $5-7^\circ$ и отпустите его. После чего нажмите клавишу «сброс» и после подсчёта прибором 10 полных колебаний маятника нажмите кнопку «стоп». Показания индикаторов занесите в табл. 6.1. Измерения проведите 5 раз. Найдите частоту собственных колебаний маятника по формуле $\omega_{0\text{эксп}} = \frac{2\pi N}{t}$.

3.4.2. Сравните её с результатами расчёта по формуле

$$\omega_{0\text{теор}} = \sqrt{\frac{g}{l}},$$

где l – длина маятника.

Таблица 6.1

Результаты измерения собственной частоты маятника

№ п/п	Число полных колебаний N	Время колебаний t , с	Частота собственных колебаний $\omega_{0\text{эксп}}$, с ⁻¹	Расчётная частота $\omega_{0\text{теор}}$, с ⁻¹	Относитель- ное расхождение ε , %
1					
...					
5					

3.5. Определение резонансной частоты маятника

3.5.1. Установите пружины, связывающие приводной стержень со стержнем одного из маятников. Включите питание двигателя.

3.5.2. Плавно изменяя частоту вращения двигателя, наблюдайте изменение амплитуды колебаний маятников. При угле колебаний больше 15° наблюдается режим резонанса.

3.5.3. Для различных положений ручки частоты вращения двигателя аналогично п. 3.4.1 измерьте период, частоту вынужденных и амплитуду вынужденных колебаний.

3.5.4. Измерения проведите не менее 15 раз, данные занесите в табл. 6.2.

3.5.5. Измените положение груза массой m на стержне маятника и повторите пункты 3.5.2–3.5.4. Данные занесите в таблицу, составленную аналогично табл. 6.2.

Оцените погрешность измерений по теории погрешностей.

3.5.6. Постройте резонансные зависимости $\Phi_0 = f(\omega)$. По графикам определите $\omega_{\text{рез}}$.

По формуле $\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$ определите коэффициент затухания β , а по $\beta = \frac{b}{2m}$ – коэффициент сопротивления b , где m – масса груза.

Таблица 6.2

Результаты измерения частоты вынужденных колебаний

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9
t , с									
N									
Φ_0 , град									
T , с									
ω , рад/с									

3.6. Наблюдение вынужденных колебаний в системе из двух маятников

3.6.1. Соедините первый маятник пружинами со вторым. Включите питание двигателя.

3.6.2. Плавно изменяя число оборотов двигателя, наблюдайте изменение амплитуды колебаний маятников. При угле колебаний больше 15° наблюдается режим резонанса.

3.6.3. При низких частотах наблюдайте первый резонанс с частотой колебаний ω_1 , а второй – на частоте колебаний ω_2 . Длительно раскачивать маятники в режиме резонанса не рекомендуется.

Результаты измерений и расчётов занесите в отчёт.

3.7. Сделайте вывод.

7. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПОДГОТОВКИ

1. Какой маятник называется физическим, математическим?
2. При каких условиях физический маятник совершает гармонические колебания? Приведите уравнение такого колебания.
3. Выведите формулу для периода колебаний физического маятника.
4. Сформулируйте и запишите основное уравнение динамики для вращательного движения твёрдого тела относительно неподвижной оси. Почему этот закон используется для вывода периода колебаний физического маятника?
5. Что такое центр масс механической системы и как определяется положение центра масс?
6. Сформулируйте теорему Штейнера, в каких случаях она используется?
7. Как определить момент инерции материальной точки и твёрдого тела относительно оси вращения?
8. От чего зависит величина момента инерции твёрдого тела?
9. Как рассчитать момент инерции диска с вырезом?
10. Два шара массой m каждый и радиусом R закреплены на концах стержня длиной l и вращаются вокруг оси, проходящей через центр стержня. Рассчитайте момент инерции шаров в случае: а) $l = R$; б) $l \gg R$. Массой стержня пренебречь.

11. Система материальных точек с массой m каждая расположена, как показано на рис. 7.1. Все точки находятся в углах квадратных решёток со сторонами l . Найти центр тяжести системы.

12. Какое движение называют гармоническим колебательным движением? Укажите его характеристики.

13. Возможно ли применение закона сохранения момента импульса для системы «маятник – пуля» в том случае, если маятник совершает гармонические колебания? Рассмотреть случаи:

а) пуля попадает в мисочку с пластилином в момент прохождения маятником положения равновесия;

б) пуля попадает в мишень в тот момент, когда маятник не находится в положении равновесия.

14. Как рассчитать период колебаний тонкого стержня относительно неподвижной оси вращения, проходящей через середину стержня перпендикулярно его оси?

15. Каков характер изменения угловой скорости и углового ускорения при колебаниях физического маятника? В каких точках эти характеристики принимают максимальные значения?

16. На каком расстоянии x от центра нужно подвесить тонкий стержень заданной длины l , чтобы получить физический маятник, колеблющийся с максимальной частотой? Чему равно значение этой частоты?

17. Что называют приведённой длиной физического маятника?

18. Как определяют скорость и ускорение маятника при гармонических колебаниях?

19. Какие маятники называются упруго связанными?

20. От чего зависит величина коэффициента упругой связи?

21. В каких пределах может изменяться величина упругой связи маятников?

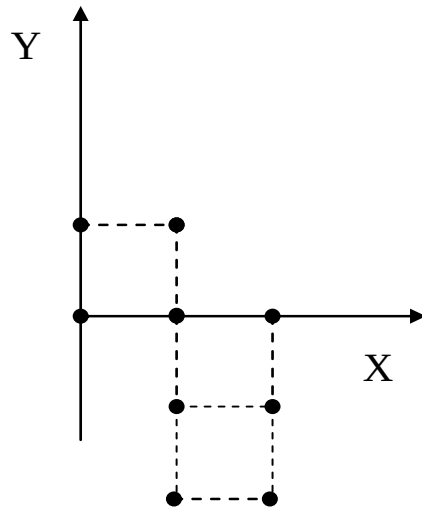


Рис. 7.1

22. В чём особенность колебательного процесса, называемого биениями?

23. При каких начальных условиях можно получить биения упруго связанных маятников?

24. При выполнении каких начальных условий маятники будут колебаться в противофазе?

25. Как изменяется и от чего зависит амплитуда колебаний при резонансе?

26. Почему наблюдаются два резонанса под действием вынуждающей силы?

8. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савельев, И. В. Курс общей физики : учебное пособие : в 3 томах. Том 1. Механика. Молекулярная физика / И. В. Савельев. – 21-е изд., стереотип. – Санкт-Петербург : Лань, 2026. – 436 с.

2. Трофимова, Т. И. Курс физики : учебное пособие для инж.-техн. специальностей вузов / Т. И. Трофимова. – 21-е изд., испр. – Москва : Академия, 2018. – 560 с.

3. Сивухин, Д. В. Общий курс физики : учебное пособие : для вузов : в 5 т. Т. 1. Механика / Д. В. Сивухин. – 6-е изд., стереотип. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2020. – 560 с.

Составитель
Иван Сергеевич Ёлкин

ФИЗИКА
МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ, МАЯТНИКИ

Лабораторный практикум К-402.3

Методические указания по выполнению лабораторных работ по разделу
физики «Механические колебания, маятники»
для студентов технических специальностей и направлений

Редактор З. М. Савина

Подписано в печать 21.09.2026. Формат 60×84/16.
Бумага офсетная. Отпечатано на ризографе. Уч.-изд. л. 2,3
Тираж 20 экз. Заказ

Кузбасский государственный технический университет
имени Т. Ф. Горбачёва, 650000, Кемерово, ул. Весенняя, 28

Издательский центр Кузбасского государственного технического
университета имени Т. Ф. Горбачёва, 650000, ул. Д. Бедного, 4 а