

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Кузбасский государственный технический университет  
имени Т.Ф. Горбачева»

Кафедра прикладных информационных технологий

Т. В. Сарапулова, Е. А. Раевская, А. Г. Пимонов

## **МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЙ ВЫБОР АЛЬТЕРНАТИВ НА ОСНОВЕ МЕТОДА АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ<sup>1</sup>**

Методические указания к лабораторной работе  
по дисциплине «Математические и инструментальные методы поддержки  
принятия решений» для магистрантов направления подготовки 09.04.03  
«Прикладная информатика»

Утверждены на заседании кафедры  
Протокол № 6 от 23.11.2016

Рекомендованы к печати  
учебно-методической комиссией  
направления подготовки 09.04.03  
Протокол № 3 от 23.11.2016

Кемерово 2016

---

<sup>1</sup> Методические указания подготовлены в рамках поддержанного РГНФ научного проекта № 16-32-00062.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. ТЕОРИЯ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ .....	2
1.1. Процесс принятия решений .....	3
1.2. Методы принятия решений .....	4
2. МЕТОД АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ .....	6
2.1. Определение и выявление проблемы .....	7
2.2. Декомпозиция проблемы в иерархию задач .....	8
2.3. Построение матрицы парных сравнений .....	9
2.4. Расчет локального вектора приоритетов.....	11
2.5. Синтез приоритетов.....	12
2.6. Согласованность приоритетов .....	13
2.7. Учет мнений нескольких экспертов .....	14
2.8. Преимущества и недостатки метода анализа иерархий .....	15
2.9. Пример использования метода анализа иерархий .....	17
3. ЗАДАНИЕ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ.....	26
Рекомендованная литература .....	27

# 1. ТЕОРИЯ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Теория и методы принятия решений используются, как правило, когда имеется *неопределенность* – отсутствует полная информация о ситуации, явлении, модели объекта, а принятие решения связано с риском принятия ошибочного решения [1].

Под *принятием решения* понимают особый процесс человеческой деятельности, направленный на выбор наилучшего варианта из возможных действий [2].

При выборе решений главную роль играет анализ их последствий. Для подавляющего большинства решений, принимаемых человеком, последствия нельзя точно рассчитать и оценить. Человек может лишь предположить, что определенный вариант решения приведет к определенному результату. Такое предположение, конечно, может оказаться ошибочным, потому что далеко не всегда удастся учесть все факторы, влияющие на результат принятого решения. Однако уступая компьютеру в скорости и точности вычислений, человек обладает уникальным умением быстро оценивать обстановку, выделять главное и отбрасывать второстепенное, соизмерять противоречивые оценки, восполнять неопределенности своими догадками. В связи с этим возникает вопрос о средствах, которые могут помочь человеку в принятии решений.

Принятие решения всегда предполагает выбор одного из возможных вариантов действий. Такие возможные варианты действий принято называть *альтернативами*. Составление списка альтернатив или ограничений, выделяющих потенциально реализуемые альтернативы среди всех возможных – неотъемлемая часть формализации проблемы принятия решений.

Выбор решения из множества допустимых альтернатив осуществляется на основе регулярной процедуры. Поэтому необходимо выделить особенности методов теории принятия решений, для классификации которых используются следующие варианты неопределенности [1].

1. Отсутствует информация о полной совокупности характеристик и оценок вариантов, а известен только дискретный ряд оценок в пространстве «варианты – условия», что означает принятие решений при заданном дискретном множестве оценок вариантов при различных условиях. Для принятия решений в этой ситуации используется *метод системных матриц*, сущность которого заключается в применении различных алгоритмов обработки этих матриц, состоящих из оценок вариантов.

2. Заданы вероятностные или статистические характеристики явления или процесса. Требуется минимизировать вероятность неправильного решения. В подобной ситуации используются методы минимизации риска, причем модели риска строятся на основе вероятностных моделей случайных событий и функций от случайных аргументов.

3. Заданы графовые предпочтения между вариантами, что требует преобразования графа с целью линейного упорядочения, когда выбор решения тривиален. Для принятия решений в данной ситуации используются методы комбинаторной аппроксимации.

4. Неопределенность задана в виде чисел и множеств, требуется создание адекватного исчисления нечетких чисел и множества для преобразования задачи принятия решений к задаче линейного упорядочения. К задачам с нечеткими переменными относятся задачи с лингвистическими переменными, для которых введены нечеткие числа.

5. Неопределенность задана вероятностью или статистически, а для принятия решений используется проверка вероятностно-статистических гипотез.

Основные методы теории принятия решений базируются на том или ином принципе обработки оценок, согласованном с техническим критерием выбора варианта.

В данных методических указаниях рассматриваются метод системных матриц и различные алгоритмы их обработки.

### **1.1. Процесс принятия решений**

Обычно в процессе принятия решения выделяют три этапа [2]:

- 1) поиск информации и постановка задачи;
- 2) построение множества альтернатив;
- 3) выбор лучшей альтернативы.

На первом этапе собирается вся доступная на момент принятия решения информация: фактические данные, мнения экспертов, строятся математические модели, проводятся социологические опросы, определяются взгляды на проблему со стороны активных групп, влияющих на решение, формируются критерии выбора решения и т. д.

Второй этап связан с определением того, что можно, а чего нельзя делать в имеющейся ситуации, т. е. с определением реализуемых вариантов решения.

Третий этап включает сравнение альтернатив и выбор наилучшего варианта решения.

Таким образом, собственно процесс принятия окончательного решения сводится к выполнению следующих действий:

- 1) упорядочение альтернатив;
- 2) распределение альтернатив по классам решений;
- 3) выделение наилучшей альтернативы.

В том случае, когда выбор решения осуществляется по нескольким критериям, основой при разработке инструментов поддержки принятия решений служат *методы организации сложных экспертиз*.

## 1.2. Методы принятия решений

Одной из проблем, встающих перед исследователями, начинающими свою работу, является выбор метода, адекватного объекту исследования. Обычно выбор в таких случаях производится на основе субъективных предпочтений либо навязывается извне. Во всех этих случаях отсутствует ясное обоснование применения выбранной модели. Однако известно, что именно постановочный этап является наиболее ответственным и чувствительным к ошибкам, поэтому выбор методов моделирования и оценки изучаемой проблемы имеет большое значение.

В настоящее время существует множество классификаций методов принятия решений, основанных на применении различных признаков. В таблице 1 приведена одна из возможных классификаций, признаками которой являются *содержание и тип получаемой экспертной информации* [1].

Используемый принцип классификации позволяет достаточно четко выделить четыре большие группы методов, причем три группы относятся к принятию решений в условиях определенности, а четвертая – к принятию решений в условиях неопределенности.

Из множества известных методов и подходов к принятию решений наибольший интерес представляют те, которые дают возможность учитывать многокритериальность и неопределенность, а также позволяют осуществлять выбор решений из множеств альтернатив различного типа при наличии критериев, имеющих разные типы шкал измерения (эти методы относятся к четвертой группе).

Стоит заметить, что среди методов, образующих четвертую группу, наиболее перспективными являются *декомпозиционные методы теории ожидаемой полезности, анализа иерархий и теории нечетких множеств*. Данный выбор определен тем, что эти методы в наибольшей степени удовлетворяют требованиям универсальности, учета многокритериальности выбора в условиях неопределенности из дискретного или непрерывного множества альтернатив, простоты подготовки и переработки экспертной информации.

В свою очередь, методы поддержки принятия решений в условиях неопределенности при нескольких критериях можно классифицировать *по роли лица, принимающего решение (ЛПР)* [6]:

- 1) методы поиска решения без участия ЛПР;
- 2) методы, использующие предпочтения ЛПР для построения правила выбора единственного или небольшого числа эффективных решений;
- 3) *интерактивные процедуры решения задачи с участием ЛПР*;

4) методы, основанные на аппроксимации паретовой границы и информирования ЛПР о ней в том или ином виде.

*Таблица 1 – Классификация методов принятия решений по содержанию и типу экспертной информации*

№ п/п	Содержание информации	Тип информации	Метод принятия решений
1	Экспертная информация не требуется		1) Метод доминирования. 2) Метод на основе глобальных критериев
2	Информация о предпочтениях на множестве критериев	1) Качественная информация. 2) Количественная оценка предпочтительности критериев. 3) Количественная информация о замещениях	1) Лексикографическое упорядочение. 2) Сравнение разностей критериальных оценок. 3) Методы свертки на иерархии критериев. 4) Методы «эффективность-стоимость». 5) Методы «порогов». 6) Методы идеальной точки. 7) Методы кривых безразличия. 8) Методы теории ценности
3	Информация о предпочтительности альтернатив	Оценка предпочтительности парных сравнений	1) Методы математического программирования. 2) Линейная и нелинейная свертка при интерактивном способе определения ее параметров
4	Информация о предпочтениях на множестве критериев и о последствиях альтернатив	1) Отсутствие информации о предпочтениях. 2) Количественная информация о последствиях. 3) Качественная информация о предпочтениях и количественная о последствиях	1) Методы с дискретизацией неопределенности. 2) Стохастическое доминирование. 3) Методы принятия решений в условиях риска и неопределенности на основе глобальных критериев. 4) <i>Метод анализа иерархий.</i> 5) <i>Метод решающих матриц.</i> 6) Методы теории нечетких множеств. 7) Метод практического принятия решений. 8) Методы кривых безразличия для принятия решений в условиях риска и неопределенности. 9) Методы деревьев решений. 10) Декомпозиционные методы теории ожидаемой полезности

Методы первых двух групп основываются на построении решающего правила, т. е. правила нахождения одного или нескольких решений из допустимого множества. Отличие первой группы методов от остальных состоит в том, что в первой группе решающее правило строится без участия ЛПР, а в методах других групп используется информация о предпочтениях ЛПР.

Далее в методических указаниях рассматривается один из подходов к принятию решений в условиях неопределенности, а именно подход, основанный на методе парных сравнений Т. Саати (метод анализа иерархий). Данный метод входит в *совокупность методов организации сложных экспертиз*, которые разрабатывают для повышения объективности получения оценок путем использования основной идеи системного анализа – расчленения большой первоначальной неопределенности проблемы на более обозримые составные части, лучше поддающиеся осмыслению [7]. Именно этот метод, с одной стороны, имеет признанную теоретическую обоснованность и, с другой стороны, удовлетворяет требованию универсальности.

## **2. МЕТОД АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ**

При исследовании проектов, которые с трудом поддаются какому-либо анализу за счет большого количества факторов, способных повлиять на решение эксперта, качество принятого им решения во многом зависит от человеческих возможностей учесть весь ряд обстоятельств и оценить степень их влияния на изучаемую проблему.

Зачастую созданные модели работают не так, как предполагалось. Это объясняется тем, что не учитываются некоторые существенные факторы. Для того чтобы они принимали реалистичный характер, модели должны учитывать весь перечень необходимых критериев, имеющих как количественную, так и качественную природу. Именно это и является основной задачей метода анализа иерархий (МАИ), при использовании которого дополнительно допускаются различия во мнениях и конфликты, как это и бывает в реальном мире при принятии решений [8].

Существенным преимуществом метода анализа иерархий над большинством существующих методов оценки альтернатив является четкое описание суждений экспертов и лиц, принимающих решения, а также ясное представление сущности и структуры проблемы: ее составных элементов и взаимозависимостей между ними.

Сложность характеризуется большим числом взаимодействий между многими субъективными и объективными факторами различного типа и степени важности, а также между группами людей (субъектов общественного мнения) с различными целями и противоречивыми интересами. Эти обстоятельства определяют вероятность выбора одной из альтернатив, которая приемлема для всех лишь с определенной степенью компромисса.

Метод анализа иерархий (МАИ) был предложен в конце 1970-х гг. американским математиком Т. Саати. Метод заключается в декомпозиции проблемы на более простые составляющие части и поэтапном установлении приоритетов оцениваемых компонент с использованием парных сравнений. МАИ включает в себя процедуры синтеза множественных суждений, получения приоритетности критериев и нахождения альтернативных решений [8].

В основе МАИ лежат следующие положения [8]:

- 1) любая сложная проблема может быть подвергнута декомпозиции;
- 2) результат декомпозиции можно представить в виде иерархической системы наслаиваемых уровней, каждый из которых состоит из многих элементов;
- 3) качественные сравнения экспертами попарной значимости элементов на любом уровне иерархии могут быть преобразованы в количественные соотношения между ними, при этом они будут отражать объективную реальность;
- 4) возможен синтез отношений между различными уровнями и элементами иерархии.

Решение проблемы с помощью метода анализа иерархий – это процесс поэтапного установления приоритетов. Он состоит из следующих этапов:

- 1) определение и выявление проблемы;
- 2) декомпозиция проблемы в иерархию задач;
- 3) выделение критериев оценки решения задач;
- 4) построение матриц парных сравнений критериев;
- 5) вычисление приоритетов;
- 6) синтез приоритетов;
- 7) проверка согласованности.

Реализация этих этапов в рамках метода анализа иерархий позволяет получить объективные количественные оценки весомости всех элементов в структуре иерархии, связанной с поставленной проблемой. Рассмотрим каждый этап алгоритма подробнее.

### **2.1. Определение и выявление проблемы**

Решение любой проблемы или задачи связано с разрешением какого-либо противоречия между состоянием исследуемого объекта и внешними требованиями к нему в изменяющейся среде. Определение цели решения должно опираться на всестороннее изучение всех свойств объекта (проблемы), т. е. определение причины и следствий. Выделить проблему из окружающей среды – это установить внутренние и внешние факторы, которые влияют на решение проблемы [9].

Цель решения проблемы формируется исходя из устранения причины. Определение основной причины является сложной и системной задачей анализа. При формулировании цели решения проблемы необходимо рассмотреть существующие предложения других людей и найти индивидуальный подход к постановке цели [10].

Метод анализа иерархий требует структурирования проблемы участниками решения задачи принятия решений, т. е. необходимо рассмотреть задачу



в соответствии с целью ее решения, пониманием критериев и существующими вариантами выбора.

## 2.2. Декомпозиция проблемы в иерархию задач

Очень часто при анализе интересующей структуры число входящих в нее элементов и их взаимосвязей настолько велико, что превышает способность исследователя воспринимать информацию в полном объеме. В таких случаях система делится на подсистемы, подвергается декомпозиции и представляется в виде иерархии задач.

Согласно Т.Саати, *иерархия* есть определенный тип системы, основанный на предположении о том, что элементы системы могут группироваться в несвязанные множества. Элементы каждой группы находятся под влиянием элементов некоторой вполне определенной группы и, в свою очередь, оказывают влияние на элементы другой группы [8]. Иными словами иерархия возникает при определении соподчинения одного уровня функционирования системы другому, а, следовательно, проблема может рассматриваться как совокупность многофакторных решений в зависимости от разных аспектов исследования.

Декомпозиция проблемы в общем виде осуществляется на трех уровнях (рис. 1). *Первый уровень* – это цель, те свойства изучаемого явления, которые необходимо получить в результате проведения экспертизы. *Второй уровень* декомпозиции – это критерии, которые позволяют оценить соответствие получаемых частных решений заданной цели. *Третий уровень* – это альтернативные решения, имеющиеся у экспертов, в выборе которых и заключается основная задача экспертов. На данном уровне ведется решение частных задач в соответствии с выбранными методами решения. Полученные результаты в дальнейшем сравниваются в виде суждений и ранжируются в соответствии с выбранным приоритетом критериев оценки их влияния на главную цель. Также осуществляется синтез суждений всех экспертов, принимающих участие в оценке, и получение наилучшего решения при заданных условиях.

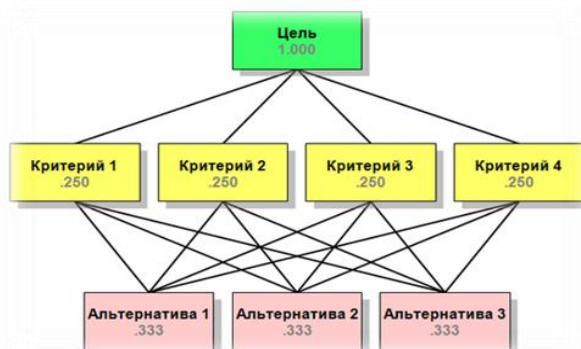


Рисунок 1 – Декомпозиция проблемы в иерархию

Каждый элемент иерархии функционально может принадлежать к нескольким другим различным иерархиям. Элемент может являться управляющей компонентой на некотором уровне одной иерархии или может просто быть элементом, раскрывающим функции нижнего или высшего порядка в другой иерархии.

Весь процесс построения иерархии постоянно подвергается проверке и переосмыслению на каждом из этапов проведения экспертизы, что позволяет проводить оценку качества получаемого решения, до тех пор, пока не будет уверенности в том, что процесс охватил все важные характеристики, необходимые для представления и решения проблемы. Процесс может быть проведен над последовательностью иерархий. При этом результаты, полученные в одной из них, используются в качестве входных данных при изучении следующих. Результаты решения могут быть представлены как графически, так и в табличном виде.

На рисунке 2 приведен общий вид иерархии, где  $E_{ij}$  – элементы иерархии,  $A_i$  – альтернативы.

По окончании построения иерархии для каждой материнской вершины проводится оценка весовых коэффициентов, определяющих степень ее зависимости от влияющих на нее вершин более низкого уровня. При этом используется метод парных сравнений.

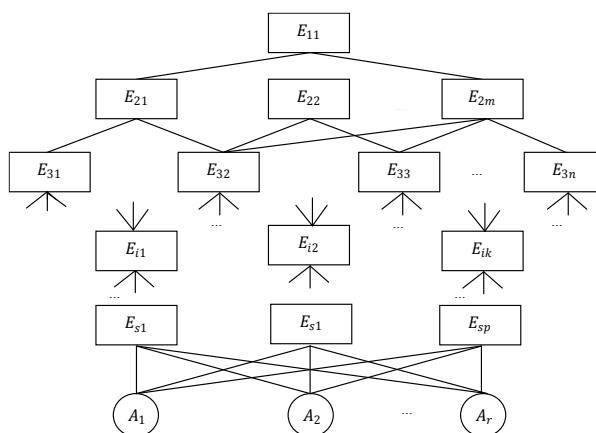


Рисунок 2 – Общий вид иерархии

### 2.3. Построение матрицы парных сравнений

После иерархического представления задачи устанавливаются приоритеты критериев и оценивается каждая из альтернатив. В МАИ элементы сравниваются попарно по отношению к их влиянию на общую для них характеристику, а именно: строится множество матриц парных сравнений между уровнями иерархии. Для этого в иерархии выделяют элементы двух типов: элементы-«родители» и элементы-«потомки». Элементы-«потомки» воздействуют на соответствующие элементы вышестоящего уровня иерархии, являющиеся по отношению к первым элементами-«родителями». Элементами-

«родителями» могут являться элементы, принадлежащие любому иерархическому уровню, кроме последнего, на котором расположены, как правило, альтернативы [11].

Метод парных сравнений основан на оценке каждой альтернативы, ее важности для решения задач вышестоящего уровня. В матрицах происходит попарное сравнение элементов нижележащего уровня (альтернативы, варианты) по отношению к каждому из элементов вышележащего уровня, т. е., например, сначала попарно сравниваются все альтернативы по каждому критерию второго уровня, а затем аналогичным образом происходит сравнение всех критериев относительно цели.

Матрица парных сравнений имеет квадратный вид и обладает свойством обратной симметрии. Квадратная матрица имеет собственные векторы и собственные значения. Например, пусть имеется ряд сравниваемых альтернатив и  $v_1, v_2, \dots, v_n$  – соответственно интенсивности их важности. Тогда матрица  $A$  парных сравнений имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} v_1/v_1 & v_1/v_2 & \dots & v_1/v_n \\ v_2/v_1 & v_2/v_2 & \dots & v_2/v_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ v_n/v_1 & v_n/v_2 & \dots & v_n/v_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 1/a_{12} & 1 & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1/a_{1n} & 1/a_{2n} & \dots & 1 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Оценка компонентов может получаться различными способами. Но в методе Т. Саати рекомендуется специальная шкала от 1 до 9, в которой компонентам равной важности ставится в соответствие единица, при умеренном превосходстве – 3, при существенном превосходстве – 5, значительном превосходстве – 7, и при очень сильном превосходстве – 9. Значения 2, 4, 6, 8 используются как промежуточные между двумя соседними компонентами, получившими оценки 1, 3, 5, 7 соответственно. Относительная важность любого элемента, сравниваемого с самим собой, равна единице, т. е. диагональ матрицы состоит из единиц. При заполнении матрицы используется свойство обратной симметрии: симметричные клетки заполняются обратными величинами [11]. Шкала отношений представлена в таблице 2.

При проведении процедуры оценивания необходимо учитывать, чтобы все сравниваемые элементы были равноценны. Для того чтобы численные сравнения были обоснованными, не следует сравнивать более чем 7-9 элементов. В этом случае малая погрешность в каждой относительной величине меняет ее не очень значительно. Если количество сравниваемых элементов, расположенных на одном уровне более 7-9, то необходимо проводить иерархическую декомпозицию. Элементы группируются, и сравниваются классы из 7-9 элементов в каждом.

Таблица 2 – Шкала отношений

Степень значимости	Определение	Объяснение
1	Одинаковая значимость	Два действия вносят одинаковый вклад в достижение цели
3	Некоторое преобладание значимости одного действия над другим (слабая значимость)	Существуют соображения в пользу предпочтения одного из действий, однако эти соображения недостаточно убедительны
5	Существенная или сильная значимость	Имеются надежные данные или логические суждения для того, чтобы показать предпочтительность одного из действий
7	Очевидная или очень сильная значимость	Убедительное свидетельство в пользу одного действия перед другим
9	Абсолютная значимость	Свидетельства в пользу одного действия по отношению к другому в высшей степени убедительны
2, 4, 6, 8	Промежуточные значения между двумя соседними суждениями	Ситуация, когда необходимо компромиссное решение
Обратные величины приведённых выше ненулевых величин	Если действию $i$ при сравнении с действием $j$ приписывается одно из определённых выше ненулевых чисел, то действию $j$ при сравнении с действием $i$ приписывается обратное значение	Если согласованность была постулирована при получении $N$ числовых значений для образования матрицы

Кроме того, в настоящее время для оценки компонентов используются и другие виды шкал, которые представлены в таблице 3 [12].

Таблица 3 – Виды шкал

Виды шкал			Вербальные оценки
Мягкая	Средняя	Жесткая	
1	1	1	Равнозначно
1,25	1,5	1,5	Несколько лучше
1,5	2	2,5	Лучше
2	3	4	Значительно лучше
3	5	6	Много лучше
4	7	9	Подавляюще лучше
5	9	12	Несравненно лучше

## 2.4. Расчет локального вектора приоритетов

Получив совокупность матриц, можно принимать решение на основе их содержательного анализа. Однако, кроме того желательно получить обобщенные оценки альтернатив. Для этого можно применить различные способы усреднения. Саати предлагает использовать геометрическое усреднение и нормирование полученных обобщенных оценок. Пример такой процедуры приведен в таблице 4 [11].

Таблица 4 – Расчет вектора локальных приоритетов – весов критериев

	Матрица	Вычисление оценок компонент собственного вектора по строкам	Суммирование элементов столбцов и нормирование	Нормирование результатов для получения оценок вектора приоритетов
	$A_1, A_2 \dots A_n$			
$A_1$	$\frac{w_1}{w_1} \frac{w_1}{w_2} \dots \frac{w_1}{w_n}$	$\sqrt[n]{\frac{w_1}{w_1} \times \frac{w_1}{w_2} \times \dots \times \frac{w_1}{w_n}} = a$		$\frac{a}{\text{Сумма}} = x_1$
$A_2$	$\frac{w_2}{w_1} \frac{w_2}{w_2} \dots \frac{w_2}{w_n}$	$\sqrt[n]{\frac{w_2}{w_1} \times \frac{w_2}{w_2} \times \dots \times \frac{w_2}{w_n}} = b$		$\frac{b}{\text{Сумма}} = x_2$
...	...	...		...
$A_n$	$\frac{w_n}{w_1} \frac{w_n}{w_2} \dots \frac{w_n}{w_n}$	$\sqrt[n]{\frac{w_n}{w_1} \times \frac{w_n}{w_2} \times \dots \times \frac{w_n}{w_n}} = c$		$\frac{c}{\text{Сумма}} = x_n$

$$\begin{bmatrix} \frac{w_1}{w_1} & \frac{w_1}{w_2} & \dots & \frac{w_1}{w_n} \\ \frac{w_2}{w_1} & \frac{w_2}{w_2} & \dots & \frac{w_2}{w_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{w_n}{w_1} & \frac{w_n}{w_2} & \dots & \frac{w_n}{w_n} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{w_1}{w_1} \times x_1 + \frac{w_1}{w_2} \times x_2 \dots + \frac{w_1}{w_n} \times x_n = Y_1 \\ \frac{w_2}{w_1} \times x_1 + \frac{w_2}{w_2} \times x_2 \dots + \frac{w_2}{w_n} \times x_n = Y_2 \\ \dots \\ \frac{w_n}{w_1} \times x_1 + \frac{w_n}{w_2} \times x_2 \dots + \frac{w_n}{w_n} \times x_n = Y_n \end{bmatrix} \quad (2)$$

## 2.5. Синтез приоритетов

После построения иерархии и определения величин парных субъективных суждений следует этап, на котором иерархическая декомпозиция и относительные суждения объединяются для получения осмысленного решения многокритериальной задачи принятия решения. Из групп парных сравнений формируется набор локальных критериев, которые выражают относительное влияние элементов на элемент, расположенный на уровне выше.

Иерархический синтез используется для взвешивания собственных векторов матриц парных сравнений альтернатив весами критериев, имеющих в иерархии, а также для вычисления суммы по всем соответствующим взвешенным компонентам собственных векторов нижележащего уровня иерархии. Приоритеты синтезируются, начиная со второго уровня, вниз. Локальные приоритеты перемножаются на приоритет соответствующего критерия на вышестоящем уровне и суммируются по каждому элементу в соответствии с критериями, на которые воздействует элемент.

**Шаг 1.** Для определения относительной ценности каждого элемента необходимо найти их среднее геометрическое. С этой целью надо перемножить  $n$  элементов каждой строки и из полученных результатов извлечь корни  $n$ -й степени.

$$w_i = \sqrt[n]{a_{i1} \times a_{i2} \dots \times a_{in}}. \quad (3)$$

**Шаг 2.** Полученные числа необходимо нормализовать. Для этого определяем нормализующий множитель  $r$  как сумму всех чисел:

$$r = w_1 + w_2 + w_3 + \dots + w_n. \quad (4)$$

**Шаг 3.** Далее находим отношения:

$$q = \frac{w_i}{r}, \text{ где } i = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (5)$$

Иной способ заключается в нормализации элементов каждого столбца матрицы и затем в усреднении каждой строки. Таким образом, мы можем определить не только порядок приоритетов каждого отдельного элемента, но и величину его приоритета.

В результате получаем вектор приоритетов:

$$q_i = (q_{i1}, q_{i2}, q_{i3}, \dots, q_{in}). \quad (6)$$

Эта процедура продлевается для всех матриц парных сравнений.

## 2.6. Согласованность приоритетов

В практических задачах количественная и транзитивная (порядковая) однородность (согласованность) нарушается, поскольку человеческие ощущения нельзя выразить точной формулой. Для улучшения однородности в числовых суждениях, какая бы величина  $a_{ij}$  ни была взята для сравнения  $i$ -го элемента с  $j$ -м,  $a_{ij}$  приписывается значение обратной величины, т. е.  $a_{ij} = \frac{1}{a_{ji}}$ . Отсюда следует, что если один элемент в  $a$  раз предпочтительнее другого, то последний только в  $\frac{1}{a}$  раз предпочтительнее первого.

При нарушении однородности ранг матрицы отличен от единицы, и она будет иметь несколько собственных значений. Однако при небольших отклонениях суждений от однородности одно из собственных значений будет существенно больше остальных и приблизительно равно порядку матрицы. Таким образом, для оценки однородности суждений эксперта необходимо использовать отклонение величины максимального собственного значения  $\lambda_{\max}$  от порядка матрицы  $n$ .

Поскольку при такой, достаточно сложной, процедуре обработки оценок неизбежны приближенные вычисления корней (особенно при большом числе критериев), то для проверки согласованности полученных результатов предлагается умножить матрицу на нормированные оценки и получить меру оценки степени отклонения от согласованных оценок – индексы согласованности для каждой из матриц и иерархии в целом [11].

$$\lambda_{\max} = X_i \times Y_i. \quad (7)$$

Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности

$$\text{ИС} = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}. \quad (8)$$

Для определения того, насколько точно индекс согласованности (ИС) отражает согласованность суждений, его необходимо сравнить со случайным индексом согласованности (СИ) – известным значением, зависящим от размера матрицы и определяемым по данным в таблице 5.

*Таблица 5 – Индекс случайной согласованности*

Размер матрицы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Случайный индекс	0	0	0,58	0,9	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

Оценки экспертов считаются согласованными, если значение отношения согласованности ( $ОС = ИС/СИ$ ) меньше либо равно 0,1. Если необходимого уровня согласованности добиться не удалось, процедуру оценки требуется повторить.

Если для матрицы парных сравнений отношение однородности  $ОС > 0,1$ , то это свидетельствует о существенном нарушении логичности суждений, допущенном экспертом при заполнении матрицы, поэтому эксперту предлагается пересмотреть данные, использованные для построения матрицы, чтобы улучшить однородность.

## **2.7. Учет мнений нескольких экспертов**

Для повышения степени объективности и качества процедуры принятия решений целесообразно учитывать мнения нескольких экспертов.

Для агрегирования мнений экспертов принимается среднегеометрическое, вычисляемое по следующему соотношению:

$$a_{ij}^A = \sqrt[n]{a_{ij}^1 \times a_{ij}^2 \times \dots \times a_{ij}^n}, \quad (9)$$

где  $a_{ij}^A$  – агрегированная оценка элемента, принадлежащего  $i$ -й строке и  $j$ -му столбцу матрицы парных сравнений,  $n$  – число матриц парных сравнений, каждая из которых составлена одним экспертом.

Логичность критерия становится очевидной, если два равноценных эксперта указывают при сравнении объектов соответственно оценки  $a$  и  $1/a$ , что при вычислении агрегированной оценки дает единицу и свидетельствует об эквивалентности сравниваемых объектов.

Осреднение суждений экспертов может быть осуществлено и на уровне собственных векторов матрицы парных сравнений. При этом результаты будут эквиваленты тем, которые получены на уровне элементов матриц, если однородность составленных матриц достаточна и удовлетворяет условию  $ОС \leq 0,1$ .

Расчет агрегированной оценки в случае привлечения  $n$  экспертов, имеющих различную значимость, осуществляется по формуле:

$$a_{ij}^A = a_{ij}^{a_1} \times a_{ij}^{a_2} \times \dots \times a_{ij}^{a_n}, \quad (10)$$

где  $a_{ij}^{a_k}$  – оценка объекта, проведенная  $k$ -м экспертом с весовым коэффициентом  $a_k$ , при этом  $a_1 + a_2 + \dots + a_n = 1$ .

## 2.8. Преимущества и недостатки метода анализа иерархий

Казалось бы, вопрос о возможностях использования метода анализа иерархий снят многолетней практикой его применения для решения самых различных прикладных многокритериальных задач, однако и сегодня в научной литературе появляются публикации, подвергающие сомнению корректность положений, на которых базируется данный метод.

Нельзя не отметить ряд достоинств метода, которые отличают его от других.

1. Метод позволяет учитывать «человеческий фактор» при подготовке принятия решения. В рамках МАИ нет общих правил для формирования структуры модели принятия решения. Это является отражением реальной ситуации принятия решения, поскольку всегда для одной и той же проблемы имеется целый спектр мнений. Метод позволяет учесть это обстоятельство с помощью построения дополнительной модели для согласования различных мнений посредством определения их приоритетов. Это одно из главных достоинств данного метода перед другими.

2. *Простота метода.* Формирование структуры модели принятия решения в методе анализа иерархий достаточно трудоемкий процесс. Однако в итоге удастся получить детальное представление о том, как именно взаимодействуют факторы, влияющие на приоритеты альтернативных решений, и сами решения. Процедуры расчетов рейтингов в методе анализа иерархий достаточно просты (он не похож на «черный ящик»), что выгодно отличает данный метод от других методов принятия решений.

3. *Контроль в процессе обработки данных.* Сбор данных для поддержки принятия решения осуществляется главным образом с помощью процедуры парных сравнений. Результаты парных сравнений могут быть противоречивыми, но метод предоставляет большие возможности для выявления противоречий в данных. При этом возникает необходимость пересмотра данных для минимизации противоречий. Процедура парных сравнений и процесс пересмотра результатов сравнений для минимизации противоречий часто являются трудоемкими. Однако в итоге лицо, принимающее решение, приобретает уверенность, что использующиеся данные являются вполне осмысленными.

4. *Попарность сравнений.* Сравнение предметов по парам естественно с «человеческой» точки зрения. Отсутствие необходимости постоянно держать в поле зрения все факторы или, по крайней мере, группу однородных факторов, позволяет эксперту сконцентрировать внимание на конкретной проблеме. Вследствие этого следует ожидать более точных результатов.



5. *Расширение исходной матрицы.* В практике исследования систем нередко возникают ситуации, когда число влияющих факторов изменяется. Это происходит как вследствие цикличности природных процессов, так и вследствие изменения социально-значимых условий. Тогда приходится добавлять, уменьшать или заменять одни факторы другими. При использовании МАИ это приводит только к необходимости сравнения вновь возникших пар или же к вычеркиванию строк и столбцов матрицы парных сравнений, соответствующих изъятым из рассмотрения факторам. Полученные результаты предыдущих опросов сохраняются, и полного обновления анкеты, как это происходит в других случаях, не требуется. С учетом того, что процедура МАИ, в сущности, сводится к поиску собственного вектора соответствующей матрицы, принадлежащего максимальному собственному значению, с «технической» точки зрения включение дополнительных факторов есть увеличение размерности соответствующего линейного пространства за счет добавления прямых слагаемых.

6. *Наличие вербально-числовой шкалы.* Обычные числовые шкалы не всегда удобны для сопоставления факторов, выражаемых в различных размерностях и понятиях. Особенно сложно сравнивать факторы, показателями которых, с одной стороны являются количественные величины, а с другой – качественные. Так, наиболее часто используемая шкала Харрингтона «принимает на входе» только относительные количественные характеристики, распределенные в интервале от 0 до 1. Вербально-числовые шкалы, одним из вариантов которых является шкала Саати, как раз и призваны оценивать такие несоответствия показателей влияющих факторов.

7. *Независимость экспертов.* Модель, составленная с помощью метода анализа иерархий, всегда имеет кластерную структуру. Применение метода позволяет разбить большую задачу на ряд малых самостоятельных задач. Благодаря этому для подготовки принятия решения можно привлечь экспертов, работающих независимо друг от друга над локальными задачами. Эксперты могут не знать ничего о характере принимаемого решения. В частности, благодаря этому удастся сохранить в тайне информацию о подготовке решения.

8. *«Адаптируемость».* Данный метод может служить надстройкой для других методов, призванных решать плохо формализованные задачи, где более адекватно подходят человеческие опыт и интуиция, нежели сложные математические расчеты.

9. *Универсальность.* Схема применения метода совершенно не зависит от сферы деятельности, в которой принимается решение. Поэтому метод является универсальным, его применение позволяет организовать систему поддержки принятия решений.

Однако помимо достоинств данный метод имеет и ряд недостатков. Возникает ряд вопросов при интерпретации получаемых результатов, и связаны

они прежде всего с критерием качества работы эксперта – с отношением согласованности. Кроме того приведем ряд других неблагоприятных особенностей метода.

1. *Достоверность результатов.* В рамках МАИ нет средств для проверки достоверности данных. Это важный недостаток, ограничивающий отчасти возможности применения метода. Однако метод применяется главным образом в тех случаях, когда в принципе не может быть объективных данных, а ведущими мотивами для принятия решения являются предпочтения людей. При этом процедура парных сравнений для сбора данных практически не имеет достойных альтернатив. Если сбор данных проведен с помощью опытных экспертов и в данных нет существенных противоречий, то качество таких данных признается удовлетворительным [8].

2. *Трудоемкость.* Работа по подготовке принятия решений часто является слишком трудоемкой для одного человека. Метод дает только способ рейтингования альтернатив, но не имеет внутренних средств для интерпретации рейтингов, т. е. считается, что человек, принимающий решение, зная рейтинг возможных решений, должен в зависимости от ситуации сам сделать вывод.

3. *«Обратная» логика.* Критерии качества работы эксперта в большинстве своем – и отношение согласованности тоже – основываются на отклонении от некоей статистической характеристики, например математического ожидания. Как и все критерии, имеющие в основе статистический характер, отношение согласованности является формальным и в некоторых случаях приводит к трудно интерпретируемым результатам. Так, возможна ситуация, когда в результате опросов экспертов обнаруживается несколько случаев, когда весовые коэффициенты резко отличаются от большинства, а то и носят прямо противоположный характер: те факторы, которым большинство придавали наибольшую значимость, эти эксперты оценивали как менее значимые и – наоборот. При усреднении результатов всех экспертов соответствующих заданному критерию, что обычно делают для получения обобщенных оценок, это приводит к смещению средних значений весовых коэффициентов.

Таким образом, можно сделать вывод об уникальности метода анализа иерархий. Уникальность метода заключается в том, что он является одновременно и качественным и количественным. Будучи в основе качественным, т. к. используется информация о попарных качественных сравнениях по лингвистическим критериям, МАИ позволяет количественно оценить приоритеты альтернатив или иных элементов иерархии.

## **2.9. Пример использования метода анализа иерархий**

Пусть некоторое предприятие имеет трех поставщиков сырья и материалов. Необходимо из имеющихся поставщиков выбрать одного,

применив при этом метод анализа иерархий. Группой экспертов выбираются наилучшие, на их взгляд, критерии для того, чтобы с помощью последних оценить имеющихся поставщиков сырья и материалов. Критерии для оценки могут быть различными, учитывающими особенности отрасли, в которой работает предприятие, и особенности хозяйственной деятельности самого предприятия.

Критерии, по которым необходимо оценить каждого поставщика в данном примере, используя шкалу относительной важности, будут следующими:

- 1) стоимость поставляемых ресурсов;
- 2) их качество;
- 3) сроки поставки;
- 4) надежность поставки;
- 5) удобство формы расчетов.

Попарное сравнение будет происходить по качественной шкале Т. Саати с последующим преобразованием в баллы:

- 1) равно, безразлично = 1;
- 2) немного лучше (хуже) = 3 (1/3);
- 3) лучше (хуже) = 5 (1/5);
- 4) значительно лучше (хуже) = 7 (1/7);
- 5) принципиально лучше (хуже) = 9 (1/9).

При промежуточном мнении используются промежуточные баллы 2, 4, 6, 8.

Существуют два способа решения поставленной задачи. Рассмотрим оба, однако заметим, что первый из них является классическим и более предпочтительным.

### **Способ 1**

**Шаг 1.** Для оценки поставщиков по вышеперечисленным критериям приглашается группа экспертов. Их мнения по поводу обсуждаемой проблемы сводятся в таблицу «Матрица критериев попарных сравнений для выбора поставщика» (табл. 6). В этой таблице эксперты определяют относительную важность каждого из показателей, рассматриваемых при определении поставщика по сравнению друг с другом.

При заполнении данной таблицы (табл. 6) необходимо учитывать, что диагональные значения матрицы будут равны единице, так как одинаковые критерии имеют равную важность.

*Таблица 6 – Матрица критериев попарных сравнений для выбора поставщика*

Критерии оценки поставщиков	Стоимость	Качество	Надежность	Форма расчетов	Сроки поставки	Компоненты собственного вектора	Собственный вектор
Стоимость	1	3	1	0,5	5	1,496	<b>0,223</b>
Качество	0,333	1	0,25	0,143	2	0,474	<b>0,071</b>
Надежность	1	4	1	1	6	1,888	<b>0,281</b>
Форма расчетов	2	7	1	1	8	2,569	<b>0,382</b>
Сроки поставки	0,2	0,5	0,167	0,125	1	0,291	<b>0,043</b>
<b>Сумма</b>						<b>6,718</b>	

**Шаг 2.** Находим компоненты собственного вектора матрицы критериев путем расчета среднего геометрического по формуле (3). Так, например, элемент собственного вектора данной матрицы по критерию «Стоимость» будет равен:

$$w_1 = \sqrt[5]{1 \times 3 \times 1 \times 0,5 \times 5} = 1,496. \quad (11)$$

**Шаг 3.** Относительная сила, величина или вероятность каждого отдельного объекта в иерархии определяется оценкой соответствующего ему элемента собственного вектора матрицы приоритетов, нормализованного к единице.

Поэтому далее нормируем получившиеся компоненты вектора по формуле (4) путем деления каждого из них на нормализующий множитель – сумму компонентов собственного вектора данной матрицы:

$$r = 1,496 + 0,474 + 1,888 + 2,569 + 0,29 = 6,718 ; \quad (12)$$

$$q = \frac{w_1}{r} = \frac{1,496}{6,718} = 0,223 , \quad (13)$$

получая таким образом собственный вектор приоритетов матрицы критериев:

$$q_1 = (0,223 , 0,071 , 0,281 , 0,382 , 0,043). \quad (14)$$

**Шаг 4.** Далее эксперты оценивают имеющихся трех поставщиков по каждому из критериев. Процедура нахождения собственного вектора аналогична вышеописанной.

Так, первым критерием является «Стоимость» (табл. 7).

Таблица 7 – Матрица попарных сравнений поставщиков по критерию «Стоимость»

Стоимость	Поставщик А	Поставщик Б	Поставщик В	Компонент собственного вектора	Собственный вектор
Поставщик А	1	4	0,5	1,260	0,333
Поставщик Б	0,25	1	0,2	0,368	0,097
Поставщик В	2	5	1	2,154	0,570
Сумма	3,782				

Аналогичным образом составим матрицы попарных сравнений для всех критериев (табл. 8 – 11).

Таблица 8 – Матрица попарных сравнений поставщиков по критерию «Качество»

Качество	Поставщик А	Поставщик Б	Поставщик В	Компонент собственного вектора	Собственный вектор
Поставщик А	1	0,5	3	1,145	0,320
Поставщик Б	2	1	4	2,000	0,558
Поставщик В	0,33	0,25	1	0,437	0,122
Сумма	3,582				

Таблица 9 – Матрица попарных сравнений поставщиков по критерию «Надежность»

Надежность	Поставщик А	Поставщик Б	Поставщик В	Компонент собственного вектора	Собственный вектор
Поставщик А	1	1	2	1,260	0,388
Поставщик Б	1	1	3	1,442	0,443
Поставщик В	0,5	0,33	1	0,550	0,169
Сумма	3,252				

Таблица 10 – Матрица попарных сравнений поставщиков по критерию «Форма расчетов»

Форма расчетов	Поставщик А	Поставщик Б	Поставщик В	Компонент собственного вектора	Собственный вектор
Поставщик А	1	2	0,02	0,342	0,088
Поставщик Б	0,5	1	0,167	0,437	0,112
Поставщик В	5	6	1	3,107	0,800
Сумма	3,886				

Таблица 11 – Матрица попарных сравнений поставщиков по критерию «Сроки поставки»

Сроки поставки	Поставщик А	Поставщик Б	Поставщик В	Компонент собственного вектора	Собственный вектор
Поставщик А	1	0,33	4	1,101	0,294
Поставщик Б	3	1	5	2,466	0,660
Поставщик В	0,25	0,02	1	0,171	0,046
<b>Сумма</b>				<b>3,738</b>	

Таким образом, в результате всех расчетов собираем обобщенную матрицу векторов приоритетов каждого поставщика по всем пяти критериям (табл. 12), а также матрицу векторов приоритетов самих критериев по мнению экспертов (табл. 13), попарно перемножив которые (15), получаем веса каждой альтернативы относительно достижения цели (табл. 14).

Таблица 12 – Матрица векторов весов альтернатив по каждому из критериев сравнения поставщиков

	Стоимость	Качество	Надежность	Форма расчетов	Сроки поставки
<b>Поставщик А</b>	0,333	0,320	0,388	0,088	0,294
<b>Поставщик Б</b>	0,097	0,558	0,443	0,112	0,660
<b>Поставщик В</b>	0,570	0,122	0,169	0,800	0,046

Таблица 13 – Матрица векторов весов по критериям сравнения поставщиков

Критерии оценки поставщиков	Собственный вектор приоритетов
Стоимость	0,223
Качество	0,071
Надежность	0,281
Форма расчетов	0,382
Сроки поставки	0,043

$$\begin{bmatrix} 0,223 \\ 0,071 \\ 0,281 \\ 0,382 \\ 0,043 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0,333 & 0,320 & 0,388 & 0,088 & 0,294 \\ 0,097 & 0,558 & 0,443 & 0,112 & 0,660 \\ 0,570 & 0,122 & 0,169 & 0,800 & 0,046 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,252 \\ 0,257 \\ 0,491 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Таблица 14 – Итоговый вектор приоритетов

Поставщик А	0,252
Поставщик Б	0,257
Поставщик В	0,491

Таким образом, можно сделать вывод о том, что при учете совокупности всех критериев сравнения предпочтение следует отдать поставщику В, так как именно по нему мы получили наибольшее значение рейтинга – 0,491 или 49,1 %.

Необходимо помнить, что оценки, выставяемые экспертами, могут нарушить согласованность матрицы. Поэтому на каждом уровне требуется контролировать индекс согласованности матрицы по формуле (8) и ее относительную согласованность, следя за тем, чтобы она не превышала 10 %, в противном случае необходимо перевыставить оценки экспертов заново.

## Способ 2

Существует и альтернативный способ вычисления собственного вектора приоритетов. Отличие от предыдущего способа состоит в использовании для расчетов не среднего геометрического, а среднего арифметического.

**Шаг 1.** Для этого на первом шаге вычисляем сумму по столбцам критериев сравнения.

*Таблица 15 – Матрица критериев попарных сравнений для выбора поставщика*

Критерии оценки поставщиков	Стоимость	Качество	Надежность	Форма расчетов	Сроки поставки
Стоимость	1	3	1	0,5	5
Качество	0,33	1	0,25	0,14	2
Надежность	1	4	1	1	6
Форма расчетов	2	7	1	1	8
Сроки поставки	0,2	0,5	0,167	0,125	1
<b>Сумма</b>	<b>4,533</b>	<b>15,5</b>	<b>3,417</b>	<b>2,765</b>	<b>22</b>

*Таблица 16 – Матрица попарных сравнений поставщиков по критерию «Стоимость»*

<b>Стоимость</b>	Поставщик А	Поставщик Б	Поставщик В	Сумма
Поставщик А	1	4	0,5	5,5
Поставщик Б	0,25	1	0,2	1,45
Поставщик В	2	5	1	8
<b>Сумма</b>	<b>3,25</b>	<b>10</b>	<b>1,7</b>	<b>14,95</b>

Таблица 17 – Матрица попарных сравнений поставщиков по критерию «Качество»

Качество	Поставщик А	Поставщик Б	Поставщик В	Сумма
Поставщик А	1	0,5	3	4,5
Поставщик Б	2	1	4	7
Поставщик В	0,33	0,25	1	1,58
<b>Сумма</b>	<b>3,33</b>	<b>1,75</b>	<b>8</b>	<b>13,08</b>

Таблица 18 – Матрица попарных сравнений поставщиков по критерию «Надежность»

Надежность	Поставщик А	Поставщик Б	Поставщик В	Сумма
Поставщик А	1	1	2	4
Поставщик Б	1	1	3	5
Поставщик В	0,5	0,33	1	1,83
<b>Сумма</b>	<b>2,5</b>	<b>2,33</b>	<b>6</b>	<b>10,83</b>

Таблица 19 – Матрица попарных сравнений поставщиков по критерию «Форма расчетов»

Форма расчетов	Поставщик А	Поставщик Б	Поставщик В	Сумма
Поставщик А	1	2	0,02	3,02
Поставщик Б	0,5	1	0,167	1,667
Поставщик В	5	6	1	12
<b>Сумма</b>	<b>6,5</b>	<b>9</b>	<b>1,187</b>	<b>16,687</b>

Таблица 20 – Матрица попарных сравнений поставщиков по критерию «Сроки поставки»

Надежность	Поставщик А	Поставщик Б	Поставщик В	Сумма
Поставщик А	1	0,33	4	5,33
Поставщик Б	3	1	5	9
Поставщик В	0,25	0,02	1	1,27
<b>Сумма</b>	<b>4,25</b>	<b>1,35</b>	<b>10</b>	<b>15,6</b>

**Шаг 2.** Нормируем все полученные матрицы путем деления каждого элемента матрицы на сумму элементов соответствующего столбца, затем вычисляем среднее арифметическое по каждой строке матрицы и получаем таким образом ее собственный вектор (табл. 15 – 20).

Так, расчет для получения вектора по критерию «Стоимость» выглядит следующим образом:

$$1 \div 4,53 = 0,221;$$

$$0,33 \div 4,53 = 0,074;$$



$$1 \div 4,53 = 0,221;$$

$$2 \div 4,53 = 0,441;$$

$$0,2 \div 4,53 = 0,044;$$

$$q = \frac{0,221 + 0,194 + 0,293 + 0,181 + 0,227}{5} = 0,223 \text{ .}$$

Таблица 21 – Нормированная матрица попарных сравнений критериев

Критерии оценки поставщиков	Стоимость	Качество	Надежность	Форма расчетов	Сроки поставки	Вектор приоритетов
Стоимость	0,221	0,194	0,293	0,181	0,227	<b>0,223</b>
Качество	0,073	0,065	0,072	0,052	0,091	<b>0,071</b>
Сроки поставки	0,221	0,258	0,293	0,361	0,273	<b>0,281</b>
Надежность	0,441	0,451	0,293	0,361	0,364	<b>0,382</b>
Форма расчетов	0,044	0,032	0,049	0,045	0,045	<b>0,043</b>

Таблица 22 – Нормированная матрица попарных сравнений поставщиков по критерию «Стоимость»

Стоимость	Поставщик А	Поставщик Б	Поставщик В	Сумма	Вектор приоритетов
Поставщик А	0,308	0,4	0,294	<b>1,002</b>	<b>0,334</b>
Поставщик Б	0,077	0,1	0,118	<b>0,295</b>	<b>0,098</b>
Поставщик В	0,615	0,5	0,588	<b>1,703</b>	<b>0,568</b>

Таблица 23 – Нормированная матрица попарных сравнений поставщиков по критерию «Качество»

Качество	Поставщик А	Поставщик Б	Поставщик В	Сумма	Вектор приоритетов
Поставщик А	0,3	0,286	0,375	<b>0,961</b>	<b>0,320</b>
Поставщик Б	0,6	0,571	0,500	<b>1,671</b>	<b>0,557</b>
Поставщик В	0,1	0,143	0,125	<b>0,368</b>	<b>0,123</b>

Таблица 24 – Нормированная матрица попарных сравнений поставщиков по критерию «Надежность»

Надежность	Поставщик А	Поставщик Б	Поставщик В	Сумма	Вектор приоритетов
Поставщик А	0,4	0,429	0,4	<b>1,229</b>	<b>0,410</b>
Поставщик Б	0,4	0,429	0,5	<b>1,329</b>	<b>0,443</b>
Поставщик В	0,2	0,142	0,1	<b>0,442</b>	<b>0,147</b>

Таблица 25 – Нормированная матрица попарных сравнений поставщиков по критерию «Форма расчетов»

<b>Форма расчетов</b>	Поставщик А	Поставщик Б	Поставщик В	Сумма	Вектор приоритетов
Поставщик А	0,154	0,222	0,017	<b>0,393</b>	<b>0,131</b>
Поставщик Б	0,077	0,111	0,140	<b>0,328</b>	<b>0,109</b>
Поставщик В	0,769	0,667	0,843	<b>2,279</b>	<b>0,760</b>

Таблица 26 – Нормированная матрица попарных сравнений поставщиков по критерию «Сроки поставки»

<b>Сроки поставки</b>	Поставщик А	Поставщик Б	Поставщик В	Сумма	Вектор приоритетов
Поставщик А	0,235	0,246	0,400	<b>0,881</b>	<b>0,294</b>
Поставщик Б	0,706	0,739	0,500	<b>1,945</b>	<b>0,648</b>
Поставщик В	0,059	0,015	0,100	<b>0,174</b>	<b>0,058</b>

**Шаг 3.** Получаем обобщенную матрицу векторов приоритетов каждого поставщика по всем пяти критериям (табл. 27), а также матрицу векторов приоритетов самих критериев по мнению экспертов (табл. 28), перемножив которые (15), вычислим веса каждой альтернативы относительно достижения цели (табл. 29).

Таблица 27 – Матрица векторов весов альтернатив по каждому из критериев сравнения поставщиков

	<b>Стоимость</b>	<b>Качество</b>	<b>Надежность</b>	<b>Форма расчетов</b>	<b>Сроки поставки</b>
<b>Поставщик А</b>	0,334	0,320	0,410	0,131	0,294
<b>Поставщик Б</b>	0,098	0,557	0,443	0,109	0,648
<b>Поставщик В</b>	0,568	0,123	0,147	0,760	0,058

Таблица 28 – Матрица векторов весов по критериям сравнения поставщиков

<b>Критерии оценки поставщиков</b>	<b>Вектор приоритетов</b>
Стоимость	0,223
Качество	0,071
Сроки поставки	0,281
Надежность	0,382
Форма расчетов	0,043

Таблица 29 – Итоговый вектор приоритетов

Поставщик А	0,275
Поставщик Б	0,256
Поставщик В	0,469

Как видим, результат, полученный с помощью способа 2 аналогичен результату, вычисленному первым способом. И в этой ситуации при учете совокупности всех критериев сравнения предпочтение следует отдать поставщику В, так как именно по нему мы получили наибольшее значение рейтинга, в данном случае – 0,469 или 46,9 %.

### **3. ЗАДАНИЕ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ**

Цель: приобретение навыков решения многокритериальных задач с помощью метода анализа иерархий.

Порядок выполнения работы:

1) Выбрать предметную область, сформулировать задачу для принятия решения на основе нескольких альтернатив.

2) Построить иерархию «цель – критерии – альтернативы» с учетом следующих требований: а) количество уровней иерархии должно быть не менее трех; б) критериев – не менее пяти; г) альтернатив – не менее 5; д) экспертов, принимающих участие в оценке альтернатив – не менее 2.

3) Программно реализовать механизм попарных сравнений имеющихся вариантов для принятия решения по алгоритму, описанному в пунктах 2.3 – 2.7.

4) Проверить полученные результаты на степень согласованности.

5) Определить наилучшую альтернативу.

6) Составить отчет по лабораторной работе, который должен содержать:

6.1) формулировку индивидуального задания;

6.2) структуру иерархии;

6.3) матрицы сравнений критериев и альтернатив, процесс вычисления векторов приоритетов;

6.4) проверку степени согласованности;

6.5) определение наилучшей альтернативы и выводы по выбранной для принятия решения задаче.

### Рекомендованная литература

1. Козлов, В. Н. Системный анализ, оптимизация и принятие решений: учебное пособие. – Москва : Проспект, 2012. – 176 с.
2. Волкова, В. Н. Системный анализ и принятие решений: Словарь-справочник: учеб. пособие для вузов / В. Н. Волкова, В. Н. Козлов. – Москва : Высшая школа, 2004 – 616 с.
3. Литвак, Б. Г. Экспертная информация: Методы получения и анализа. – Москва : Радио и связь, 1982. – 184 с.
4. Лотов, А. В. Многокритериальные задачи принятия решений: учеб. пособие / А. В. Лотов, И. И. Поспелова. – Москва : МАКС Пресс, 2008. – 197 с.
5. Румянцева, Е. Л. Информационные технологии / Е. Л. Румянцева, В. В. Слюсарь. – Москва : Форум, Инфра, 2007. – 256 с.
6. Трухаев, Р. И. Модели принятия решений в условиях неопределенности. – Москва : Наука, 1981. – 258 с.
7. Панкова, Л. А. Организация экспертизы и анализ экспертной информации / Л. А. Панкова, А. М. Петровский, М. В. Шнейдерман. – Москва : Наука, 1984. – 120 с.
8. Саати, Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий / Пер. с англ. – Москва : Радио и связь, 1993. – 278 с.
9. Андрейчиков, А. В. Анализ, синтез, планирование решений в экономике / А. В. Андрейчиков, О. Н. Андрейчикова. – Москва : Финансы и статистика, 2000. – 368 с.
10. Мухин, В. И. Исследование систем управления: учебник. – Москва : Экзамен, 2006. – 479 с.
11. Волкова, В. Н. Теория систем и системный анализ: учеб. для бакалавров / В. Н. Волкова, А. А. Денисов. – Москва : Юрайт, 2012. – 679 с.
12. Трофимова, Л. А. Управленческие решения (методы принятия и реализации): учеб. пособие / Л. А. Трофимова, В. В. Трофимов. – Санкт-Петербург : СПбГУЭФ, 2011. – 190 с.
13. ExpertChoice for Collaborative Decision Making [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.expertchoice.com>, свободный.
14. Decision Lens. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.decisionlens.com>, свободный.
15. Император 3.1 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.neirosplav.com>, свободный.
16. СППР "Выбор" 5.3 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.cirtas.ru/product.php?id=10>, свободный.
17. MPRIORITY [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.tomakechoice.com/mpriority.html>, свободный.
18. WinEXP+[Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.teleform.ru/pages/0002/0006/0001/0002.html>, свободный.

19. Лаборатория геоинформатики. Система поддержки принятия решений СППР "Эксперт" [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://www.lab12.geosys.ru/pageslab/lab12\\_expert.htm](http://www.lab12.geosys.ru/pageslab/lab12_expert.htm), свободный.
20. Першина, Е. Л. Интеллектуальные системы поддержки принятия решений: комплексы программ, модели, методы, приложения: монография / Е. Л. Першина, О. А. Попова, С. Н. Чуканов. – Омск: СибАДИ, 2010. – 204 с.
21. Сараев, А. Д. Системный анализ и современные информационные технологии / А. Д. Сараев, О. А. Щербина. // Труды Крымской Академии наук. – Симферополь: СОНАТ, 2006. – С. 47-59.
22. Терелянский, П. В. Системы поддержки принятия решений. Опыт проектирования: монография. – Волгоград: ВолгГТУ, 2009. – 127 с.
23. Раевская, Е. А. Применение методов многокритериальной оптимизации в системах поддержки принятия решений // Материалы 51-й Международной научной студенческой конференции «Студент и научно-технический прогресс»: Интеллектуальный анализ данных. – Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т, 2013. – С. 234.
24. Раевская, Е. А. Алгоритмизация проведения сложных экспертиз на основе методов системного анализа / Е. А. Раевская, А. Г. Пимонов // Материалы I Международной заочной научно-технической конференции «Алгоритмические и программные средства в информационных технологиях, радиоэлектронике и телекоммуникациях»: Программная инженерия. – Тольятти, 2013. – С. 117-121.

Татьяна Викторовна Сарапулова  
Елена Александровна Раевская  
Александр Григорьевич Пимонов

## **МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЙ ВЫБОР АЛЬТЕРНАТИВ НА ОСНОВЕ МЕТОДА АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ**

Методические указания к лабораторной работе  
по дисциплине «Математические и инструментальные методы поддержки  
принятия решений» для магистрантов направления подготовки 09.04.03  
«Прикладная информатика»

Публикуется в авторской редакции

Подписано в печать 06.12.2016. Формат 60×84/16  
Бумага офсетная. Гарнитура «Times New Roman». Уч.-изд. л. 1,9  
Тираж 75 экз. Заказ № 425

КузГТУ, 650000, Кемерово, ул. Весенняя, 28

Издательский центр УИП КузГТУ, 650000, Кемерово, ул. Д. Бедного, 4А