

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Кузбасский государственный технический университет
имени Т.Ф. Горбачева»

Кафедра теплоэнергетики

И.В. Дворовенко

АППРОКСИМАЦИЯ ТАБЛИЧНЫХ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Методические указания к лабораторной работе по дисциплине
«Прикладные компьютерные программы» для студентов направле-
ния подготовки 18.03.02 «Энерго- и ресурсосберегающие процессы
в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии» всех
форм обучения

Рекомендовано учебно-методической комиссией направления под-
готовки 18.03.02 «Энерго- и ресурсосберегающие процессы в хи-
мической технологии, нефтехимии и биотехнологии» в качестве
электронного издания для выполнения лабораторной работы сту-
дентами всех форм обучения

Кемерово 2017

Рецензент:

Богомоллов А.Р. – д.т.н., председатель учебно-методической комиссии направления подготовки бакалавров 13.03.01 «Теплоэнергетика и теплотехника»

Дворовенко Игорь Викторович. Аппроксимация табличных и экспериментальных данных [Электронный ресурс]: методические указания к выполнению лабораторной работы для студентов направления подготовки 18.03.02 «Энерго- и ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии» всех форм обучения / И.В. Дворовенко. – Кемерово: КузГТУ, 2017. – Систем. требования: Pentium IV ; ОЗУ 8 Гб ; Windows XP ; (CD-ROM-дисковод); мышь. - Загл. с экрана.

Методические указания к выполнению лабораторной работы составлены в соответствии с рабочей программой дисциплины «Прикладные компьютерные программы» для студентов направления подготовки 18.03.02 «Энерго- и ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии».

© КузГТУ
Дворовенко И.В.

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью лабораторной работы является освоение методов аппроксимации данных, представленных дискретно в виде таблиц, в среде MS Excel.

Задачи исследования: определение значений табулированной функции при любых значениях аргумента с использованием интерполяционного многочлена Лагранжа и линии тренда, построенной на графике функции.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Аппроксимация или **приближение** – метод, состоящий в замене одних объектов другими, близкими к исходным, но более простыми. Аппроксимацией функции называется определение такой аппроксимирующей функции, которая была бы близка заданной, но вычисление которой было бы более простым. Аппроксимация часто проводится для получения аналитической зависимости (в виде уравнения) табличных или экспериментальных данных, представленных дискретно. На рис.1 показана аппроксимация данных табл.1 в виде линейной (а), параболической (б) и степенной (в) зависимости

Таблица 1

x	y
1	2
2	5
3	8
4	15
5	22

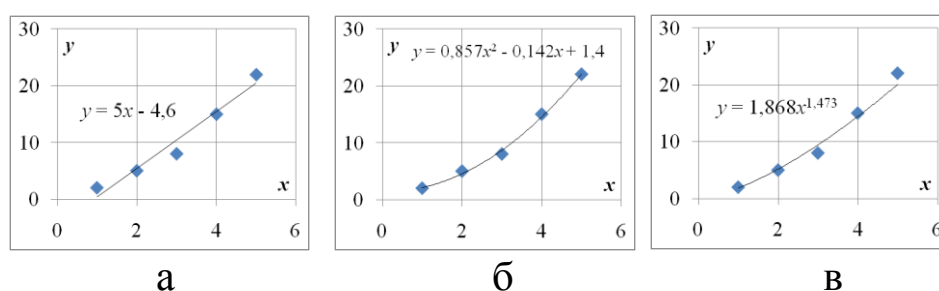


Рис. 1. Аппроксимация данных: а – линейной, б – параболической, в – степенной зависимостью

Для приближённого вычисления интеграла используется формула прямоугольников или формула трапеций, или более сложная формула Симпсона. Фактически при этом происходит приближение (аппроксимация) подынтегральной функции ступенчатой функцией или вписанной ломаной (рис.2), интеграл от которой считается мгновенно.

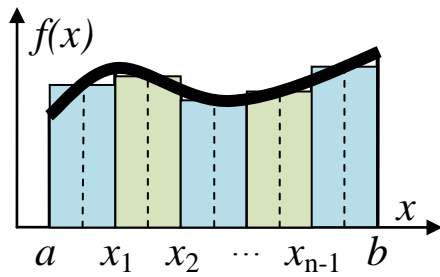


Рис. 2. Метод средних
прямоугольников

При обработке экспериментальных или табличных данных следует рассматривать два случая:

- 1) аппроксимирующая функция ограничена диапазоном заданных точек и служит в качестве только интерполирующей зависимости;
- 2) с помощью аппроксимирующей функции допускается экстраполировать данные.

Интерполяция (от лат. *interpolis* – «разглаженный, преобразованный») – способ нахождения промежуточных значений величины по имеющемуся дискретному набору известных значений.

Экстраполяция (от лат. *extra* – вне, снаружи, за, кроме и лат. *polire* – приглаживаю, выправляю, изменяю, меняю) – особый тип аппроксимации, при котором функция аппроксимируется вне заданного интервала. Иными словами, экстраполяция – приближённое определение значений функции, лежащих вне отрезка данных.

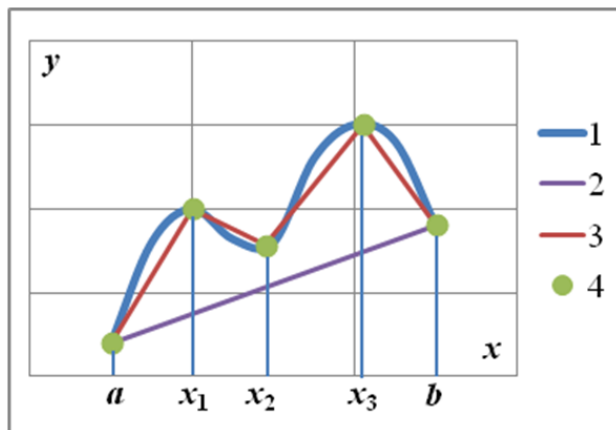


Рис. 3. Линейная интерполяция
функции кусочно-линейной
функцией: 1 – исходная функ-
ция; 2 – интерполяция на от-
резке $[a, b]$; 3 – кусочно-
линейная функция; 4 – узлы
интерполяции

Интерполяцией называют такую разновидность аппроксимации, при которой кривая построенной функции проходит точно через имеющиеся точки данных. **Линейная интерполяция** – интерполяция некоторой функции, заданной в двух точках отрезка $[a, b]$ (рис. 2). В случае, если заданы значения в нескольких точках (точки a, x_1, x_2, x_3, b), функция заменяется кусочно-линейной функцией. Для вычисления аппроксимирующей функции используется интерполяционный многочлен Лагранжа – многочлен мини-

мальной степени, принимающий данные значения в данном наборе точек. Для $n+1$ пар чисел $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$, где все x_j различны, существует единственный многочлен степени не более n , который вычисляют по уравнению

$$y = \sum_{i=0}^n y_i \prod_{j=0, j \neq i}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}. \quad (1)$$

В простейшем случае при интерполяции по двум узлам ($n=1$) – это линейный многочлен, график которого – прямая, проходящая через две заданные точки:

$$y = \sum_{i=0}^1 y_i \prod_{j=0, j \neq i}^1 \frac{x - x_j}{x_i - x_j} = y_0 \frac{x - x_1}{x_0 - x_1} + y_1 \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}$$

или

$$y = y_0 + (y_1 - y_0) \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}. \quad (2)$$

Для трех пар точек интерполяционный многочлен Лагранжа запишется в виде

$$y = y_0 \frac{x - x_1}{x_0 - x_1} \frac{x - x_2}{x_0 - x_2} + y_1 \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} \frac{x - x_2}{x_1 - x_2} + y_2 \frac{x - x_0}{x_2 - x_0} \frac{x - x_1}{x_2 - x_1},$$

В этом случае максимальная степень уравнения будет равна 2. Решение данного уравнения довольно трудоемкий процесс. При большем числе узлов интерполяции получаются еще более сложные уравнения, поэтому в большинстве случаев для интерполяции (экстраполяции) табличных данных используют линейную интер-

поляцию по двум точкам.

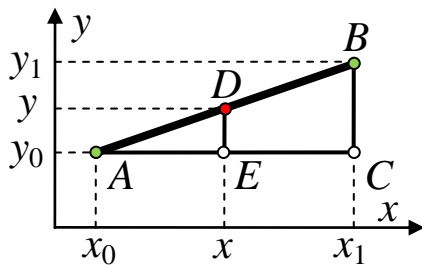


Рис. 4. Интерполяция методом подобия треугольников

поляцию по двум точкам. Уравнение (2) можно также получить, используя подобие треугольников (рис. 3). Известны две пары точек $A(x_0, y_0)$ и $B(x_1, y_1)$, необходимо определить ординату y точки $D(x, y)$. Рассматривая подобные треугольники ABC и ADE , можно записать:

$$\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC},$$

заменяя длины отрезков разностями координат точек, получим

$$\frac{y - y_0}{y_1 - y_0} = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0},$$

откуда выражаем y :

$$y = y_0 + (y_1 - y_0) \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}. \quad (3)$$

Полученное уравнение аналогично (2).

В различных программах обработки данных существует возможность аппроксимации дискретных данных при помощи линии тренда. Так в Microsoft Excel можно построить линию тренда в виде линейной, степенной, логарифмической зависимости или в виде полинома степени не более шести. После получения аналитического уравнения линии тренда для его дальнейшего использования необходимо оценить точность аппроксимации исходных данных. Для этого нужно выполнить расчет значений функции при заданных значениях аргумента и определить отклонение полученных результатов от исходных данных, рассчитав абсолютную и относительную погрешность отклонения рассчитанных значений от табличных или экспериментальных данных. Примеры построения линий тренда и полученных уравнений этих линий приведены на рис. 1.

3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

1. Преподаватель ставит задачу исследования.
2. Студент вводит в таблицу Excel значения свойств заданного вещества в зависимости от температуры и (или) давления.
3. Для изучения метода линейной интерполяции (экстраполяции) нужно определить значения удельного объема, энтальпии и энтропии при указанных значениях температуры и давления, не совпадающих с табличными.
4. Студент заносит в Excel табличные данные при температурах и давлениях, наиболее близкие к указанным преподавателем. Причем, для интерполяции выбирают температуры и давления таким образом, чтобы заданные значения находились между ними, а для экстраполяции подбирает значения температуры и давления либо превышающие заданные, либо меньшие их, т.е. чтобы заданные значения оказались вне выбранного интервала.
5. Определяют значения свойств при заданных температуре и давлении. Линейную интерполяцию (экстраполяцию) проводят по уравнению (2) дважды: в первом случае сначала по температуре, а затем по давлению; во втором случае сначала по давлению, а затем по температуре.

Подсказка: для проверки правильности введенных в Excel формул можно указать вместо заданных преподавателем температуры и давления крайние значения выбранного интервала; рассчитанные значения свойств в этом случае должны совпадать с табличными.

6. Для аппроксимации табличных данных при помощи линии тренда нужно ввести в таблицу Excel значения свойства вещества (плотности, удельного объема, энтальпии, энтропии, вязкости, теплопроводности) при различных температурах.
7. Построить график зависимости свойства от температуры (выбрав для построения *точечную диаграмму*), провести линию тренда, получить уравнение линии тренда.
8. По полученному уравнению произвести расчет значений при введенных температурах, затем определить абсолютную и относительную погрешность:

$$\Delta = y_d - y_p; \quad \delta = \left| \frac{\Delta}{y_d} \right|,$$

где y_d, y_p – действительное (табличное) и рассчитанное значения свойства; Δ – абсолютная погрешность; δ – относительная погрешность расчетов, %.

9. Произвести расчет свойства при заданной температуре при помощи линии тренда, вывести полученные значения на график

4. ТРЕБОВАНИЯ К ОТЧЕТУ

Отчет работы выполняется в электронном виде.

Отчет должен содержать:

- а) расчет значений удельного объема, энтальпии и энтропии при заданных значениях давления и температуры методом линейной интерполяции (экстраполяции);
- б) таблицы зависимости свойств от температуры при заданном давлении;
- в) график зависимости свойств от температуры с линией тренда;

- г) расчет значений свойства при различных температурах по уравнению линии тренда;
- д) расчет абсолютной и относительной погрешности полученного уравнения, расчет средней относительной погрешности;
- е) анализ результатов работы.

5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

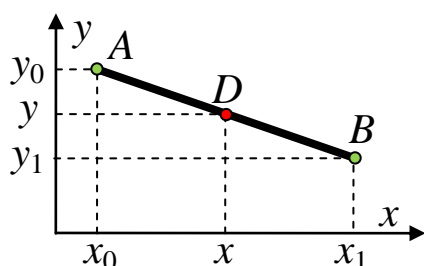


Рис. 5. Интерполяция убывающей функции

1. Запишите уравнение (3) через координату точки $B(x_1, y_1)$ (рис. 4).
2. Как изменится уравнение (3), если функция будет убывающей (рис. 5)?
3. Всегда ли можно применять линейную интерполяцию? Экстраполяцию?
4. Всегда ли правильно высказывание «чем больше степень полинома, тем точнее аппроксимация»?

5. Зачем нужны абсолютная и относительная погрешности вычислений?

6. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Волков, Е.А. Численные методы учебное пособие для вузов: Учебник для вузов. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2008. — 256 с. — режим доступа:

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=54

2. Варгафтик, Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Наука, 1972. — 720 с.

3. Ривкин, С.Л. Термодинамические свойства воды и водяного пара: Справочник. Рек. Гос. службой стандартных справочных данных / С.Л. Ривкин, А.А. Александров — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Энергоатомиздат, 1984. — 80 с. с ил.

4. Афанасьев, Ю.О. Расчет циклов тепловых и холодильных машин [Текст] : методические указания к курсовой работе по дисциплине «Теоретические основы теплотехники» для студентов на-

правления подготовки 241000.62 «Энерго- и ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии» очной и заочной форм обучения / Ю. О. Афанасьев, А. Р. Богомолов; ФГБОУ ВПО «Кузбас. гос. техн. ун-т им. Т. Ф. Горбачева», Каф. процессов, машин и аппаратов хим. пр-в. – Кемерово : Издательство КузГТУ, 2012. – 51 с. – режим доступа:

<http://library.kuzstu.ru/meto.php?n=5170>

5. Дворовенко, И. В. Расчет гидравлического сопротивления трубопровода [Электронный ресурс] методические указания к лабораторной работе по дисциплине «Прикладные компьютерные программы» для студентов направления подготовки 18.03.02 «Энерго- и ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии» всех форм обучения И. В. Дворовенко, И. И. Дворовенко; ФГБОУ ВО «Кузбас. гос. техн. ун-т им. Т. Ф. Горбачева», Каф. Теплоэнергетики. – Кемерово, Издательство КузГТУ 2016. – 29 с. – режим доступа:

<http://library.kuzstu.ru/meto.php?n=3869>