МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева»

Факультет фундаментальной подготовки

Кафедра физики

КИНЕМАТИКА

Методические указания к самостоятельной работе
по решению задач и задания для самоконтроля по разделу физики
для обучающихся направления подготовки 27.03.05 «Инноватика»
очной формы обучения

Составители Т. В. Лавряшина
Н. Б. Окушко
И. В. Цвеклинская

Утверждены на заседании кафедры
Протокол № 3 от 01.11.2018

Рекомендованы к печати
учебно-методической комиссией
направления 27.03.05
Протокол № 1 от 06.11.2018

Электронная копия находится
в библиотеке КузГТУ

Кемерово 2018

Самостоятельная работа студентов осуществляется за счёт времени, предусмотренного рабочей программой на изучение физики, и составляет примерно 50 % от общего числа отведённых часов. Результаты самостоятельной работы проверяются преподавателем на консультациях, при проведении контрольных работ и приеме индивидуальных заданий на практических занятиях, при собеседовании во время выполнения работ лабораторного практикума, при тестовом контроле в процессе изучения курса и тестовом контроле остаточных знаний.

Контроль качества усвоения полученных знаний по кинематике поступательного и вращательного движения проводится в процессе обсуждения соответствующих вопросов как в динамике поступательного и вращательного движения, так и в других разделах курса физики (гармонические колебания, движение заряженных частиц в электромагнитном поле и т. д.). При этом проверяется знание основных понятий, определений и формул кинематики:

1) материальная точка и твёрдое тело;

2) система отсчёта, система координат;

3) радиус-вектор, его выражение через координаты x, y, z (прямоугольная система координат);

4) вектор перемещения и пройденный путь;

5) средняя и мгновенная скорость;

6) среднее и мгновенное ускорение;

7) кинематические уравнения поступательного движения;

8) угловая скорость и угловое ускорение;

9) кинематические уравнения вращательного движения;

10) связь линейных и угловых характеристик при вращательном движении.

Студент, успешно выполняющий самостоятельную работу, имеет возможность получить высокую рейтинговую оценку по физике и, следовательно, своевременно получить зачёт.

При изучении курса физики в вузе большое значение имеет практическое применение теоретических знаний, главное из которых – умение самостоятельно решать задачи.

Выработка приёмов и навыков решения конкретных задач из разных областей физики помогает в дальнейшем решать и сложные инженерные задачи.

1. ОБЩИЕ ПРАВИЛА ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ

Не приступайте к решению задач, не проработав теоретический материал на соответствующую тему.

Прежде чем приступить к решению той или иной задачи, необходимо хорошо понять её содержание и поставленные вопросы.

1.1. Примерная схема решения задач

При решении задач целесообразно придерживаться следующей схемы:

1) по условию задачи представьте себе физическое явление, о котором идет речь. Сделайте краткую запись условия, выразив исходные данные в единицах СИ;

2) сделайте, где это необходимо, чертёж, схему или рисунок, поясняющий описанный в задаче процесс;

3) напишите уравнения или систему уравнений, отображающие физический процесс;

4) используя чертежи и условие задачи, преобразуйте уравнения так, чтобы в них входили лишь исходные данные и табличные величины;

5) решив задачу в общем виде, проверьте ответ по равенству размерностей величин, входящих в расчетную формулу;

6) осуществите вычисления и, получив числовой ответ, оцените его реальность.

2. КИНЕМАТИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО И ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Решая задачи по кинематике, в которых необходимо использовать математический аппарат дифференциального и интегрального исчисления, студент должен научиться определять мгновенные скорость и ускорение по заданному уравнению движения (прямая задача) и уметь составлять уравнение движения по известным зависимостям скорости или ускорения от времени (обратная задача).

В задачах на кинематику вращательного движения твёрдого тела главное внимание уделяется изучению соотношений между линейными и угловыми характеристиками.

2.1. Основные понятия и формулы кинематики

В приведённых ниже основных положениях кинематики *курсивом* выделены определения и формулы, необходимые для решения задач и подготовки к экзамену.

Физическая система может состоять из одного идеального объекта – *материальной точки* (тело, размерами которого в данной задаче можно пренебречь) или содержать большое число элементов, положение которых в процессе движения не изменяется (*твердое тело*).

Положение материальной точки в пространстве определяют её координатами (например, координаты x, y, z в декартовой системе координат) или задают радиус-вектор $\vec{r}$ этой точки (рис. 2.1). *Радиус-вектор точки – это вектор, проведённый из начала координат в данную точку*.

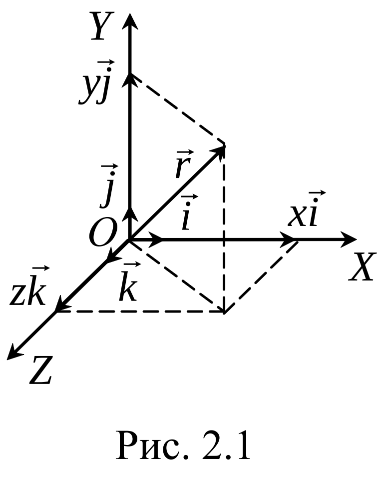

Рис. 2.1

Как видно из рис. 2.1, проекции радиуса-вектора на оси X, Y, Z – это координаты данной точки. Поэтому радиус-вектор можно представить в виде

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k},$$

где $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ – единичные векторы (орты), направленные, соответственно, вдоль осей X, Y, Z.

Движение материальной точки можно описать при помощи векторного уравнения

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \qquad (2.1)$$

или тремя скалярными уравнениями:

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t), \qquad (2.2)$$

которые называют *кинематическими уравнениями движения*.

Вектор перемещения или просто *перемещение* материальной точки за время $\Delta t = t_2 - t_1$ – это вектор $\Delta\vec{r}$, проведенный из положения точки в момент времени t_1 (начальное) в положение, в котором она находится в момент времени t_2 (конечное). Как видно из рис. 2.2, перемещение равно приращению радиуса-вектора за рассматриваемый промежуток времени:

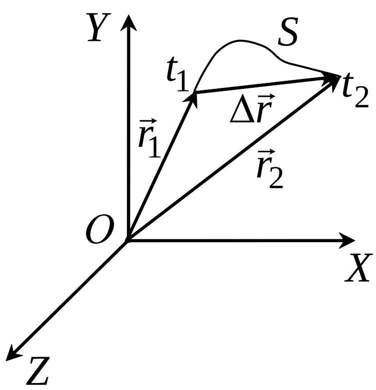

Рис. 2.2

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1. \qquad (2.3)$$

Необходимо различать вектор перемещения и пройденный путь. *Путь S – это скалярная величина, равная расстоянию, пройденному по траектории за указанный промежуток времени.*

Вектором средней скорости $\langle\vec{\upsilon}\rangle$ называется отношение перемещения $\Delta\vec{r}$ к промежутку времени Δt

$$\langle\vec{\upsilon}\rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}. \qquad (2.4)$$

Направления вектора средней скорости и вектора перемещения совпадают.

Мгновенная скорость (скорость) $\vec{\upsilon}$ равна первой производной радиус-вектора по времени

$$\vec{\upsilon} = \lim_{\Delta t \to 0}\langle\vec{\upsilon}\rangle = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\vec{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\vec{k}. \qquad (2.5)$$

Вектор мгновенной скорости направлен по касательной к траектории (рис. 2.3). Если $\Delta t \to 0$ и $|\Delta\vec{r}| \to \mathrm{d}S$, то модуль вектора скорости

$$\upsilon = \frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}. \tag{2.6}$$

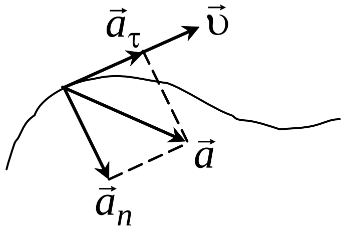

Рис. 2.3

Из уравнения (2.5) видно, что проекции вектора скорости на координатные оси X, Y, Z равны:

$$\upsilon_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}; \quad \upsilon_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}; \quad \upsilon_z = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}, \tag{2.7}$$

модуль вектора скорости определяется соотношением

$$\upsilon = |\vec{\upsilon}| = \sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right)^2} = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2}. \tag{2.8}$$

Из уравнений (2.5)–(2.7) получаем *кинематические уравнения* движения материальной точки:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}(0) + \int_0^t \vec{\upsilon}\mathrm{d}t \tag{2.9}$$

или в проекциях на координатные оси

$$x(t) = x(0) + \int_0^t \upsilon_x \mathrm{d}t; \quad y(t) = y(0) + \int_0^t \upsilon_y \mathrm{d}t; \quad z(t) = z(0) + \int_0^t \upsilon_z \mathrm{d}t; \tag{2.10}$$

а путь, пройденный материальной точкой за время t,

$$S(t) = \int_0^t \upsilon \mathrm{d}t. \tag{2.11}$$

Ускорением точки называется вектор $\vec{a}$, равный производной вектора скорости этой точки по времени

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{\upsilon}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\upsilon_x}{\mathrm{d}t}\vec{i} + \frac{\mathrm{d}\upsilon_y}{\mathrm{d}t}\vec{j} + \frac{\mathrm{d}\upsilon_z}{\mathrm{d}t}\vec{k}. \tag{2.12}$$

Проекции вектора ускорения на координатные оси X, Y, Z:

$$a_x = \frac{\mathrm{d}\upsilon_x}{\mathrm{d}t}; \quad a_y = \frac{\mathrm{d}\upsilon_y}{\mathrm{d}t}; \quad a_z = \frac{\mathrm{d}\upsilon_z}{\mathrm{d}t}; \tag{2.13}$$

и модуль вектора ускорения через его проекции записывается в виде

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}\,. \tag{2.14}$$

Из уравнений (2.12), (2.13) можно выразить зависимость вектора скорости и его компонент от времени:

$$\vec{\upsilon}(t) = \vec{\upsilon}(0) + \int_0^t \vec{a}(t)\mathrm{d}t; \tag{2.15}$$

$$\upsilon_x(t) = \upsilon_x(0) + \int_0^t a_x \mathrm{d}t; \quad \upsilon_y(t) = \upsilon_y(0) + \int_0^t a_y \mathrm{d}t; \quad \upsilon_z(t) = \upsilon_z(0) + \int_0^t a_z \mathrm{d}t. \tag{2.16}$$

В некоторых случаях удобнее разложить вектор ускорения на две составляющие, одна из которых параллельна или антипараллельна скорости ($\vec{a}_\tau$), а другая – перпендикулярна скорости ($\vec{a}_n$) (см. рис. 2.3). Вектор $\vec{a}_\tau$ называют *тангенциальным ускорением*, его модуль характеризует изменение скорости по величине:

$$a_\tau = \frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}t}. \tag{2.17}$$

Вектор $\vec{a}_n$ называют *нормальным ускорением*, он характеризует изменение скорости по направлению. При движении тела по окружности радиуса R нормальное ускорение направлено к центру и выражается формулой

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R}. \tag{2.18}$$

Любую другую траекторию вблизи произвольной точки можно считать сколь угодно близкой к окружности, следовательно, радиус R кривизны траектории в данной точке можно найти из формулы (2.18):

$$R = \frac{\upsilon^2}{a_n}. \tag{2.19}$$

Вектор полного ускорения определяется векторной суммой нормального и тангенциального ускорения

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau, \tag{2.20}$$

а его модуль равен

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}\,. \tag{2.21}$$

Движение тела с постоянным по величине и направлению ускорением называется *равноускоренным*. В случае равноускоренного движения его уравнение имеет вид

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{\upsilon}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2} \tag{2.22}$$

или в проекциях на координатные оси:

$$x = x_0 + \upsilon_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}; \tag{2.23}$$

$$y = y_0 + \upsilon_{0y} t + \frac{a_y t^2}{2}; \tag{2.24}$$

$$z = z_0 + \upsilon_{0z} t + \frac{a_z t^2}{2}. \tag{2.25}$$

В уравнениях (2.22)–(2.25) $\vec{r}_0$ – радиус-вектор, описывающий начальное положение точки; $\vec{\upsilon}_0$ – вектор начальной скорости; x_0, y_0, z_0 – начальные координаты; υ_{0x}, υ_{0y}, υ_{0z} – проекции вектора начальной скорости на оси X, Y, Z.

В частном случае $\vec{a} = 0$ движение является *равномерным*.

Для описания вращения твёрдого тела относительно неподвижной оси используются понятия угла поворота $\mathrm{d}\varphi$ (псевдовектор), угловой скорости $\vec{\omega}$ и углового ускорения $\vec{\varepsilon}$. *Угловой скоростью* $\vec{\omega}$ называется вектор, величина которого равна производной угла поворота по времени

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}. \tag{2.26}$$

Вектор угловой скорости направлен вдоль оси вращения, его направление связано с направлением вращения и определяется правилом «буравчика» (рис. 2.4).

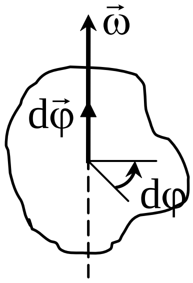

Рис. 2.4

Производная вектора угловой скорости по времени называется угловым ускорением $\vec{\varepsilon}$:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}. \tag{2.27}$$

При ускоренном вращении материальной точки или твердого тела вокруг неподвижной оси направления векторов углового ускорения и угловой скорости совпадают, при замедленном они направлены противоположно.

Как и в случае поступательного движения, из уравнений (2.26), (2.27) можно найти угловую скорость и угол поворота:

$$\omega(t) = \omega(0) + \int_0^t \varepsilon(t)dt; \quad \varphi(t) = \varphi(0) + \int_0^t \omega(t)dt. \tag{2.28}$$

Равноускоренное вращение описывается уравнениями:

$$\varepsilon = \text{const}; \quad \omega = \omega_0 + \varepsilon t; \quad \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}, \tag{2.29}$$

где φ_0 – начальный угол поворота; ω_0 – начальная угловая скорость; ε – угловое ускорение (не зависящее от времени).

При вращении точки относительно фиксированной оси ее линейные и угловые характеристики связаны между собой соотношениями:

$$\upsilon = \omega R; \tag{2.30}$$

$$a_\tau = \varepsilon R; \tag{2.31}$$

$$a_n = \omega^2 R, \tag{2.32}$$

где R – расстояние от точки до оси вращения (радиус вращения).

2.2. Примеры решения задач

Ниже в качестве примера приведены задачи по кинематике. Ознакомившись с их решением, студенты могут перейти к решению задач для индивидуальной подготовки и после самостоятельного решения задач, приведённых в задании, подготовиться к контрольной работе на эту тему. Ответы на качественные вопросы помогут студентам глубже понять протекающие физические процессы, подготовиться к практическим занятиям и выполнению работ лабораторного практикума по теме «Кинематика» с последующим обсуждением результатов эксперимента.

Пример 1. Кинематическое уравнение движения точки по прямой (ось X) имеет вид $x = A + Bt + Ct^3$, где $A = 4\,\text{м}$, $B = 2\,\text{м/с}$, $C = -0{,}5\,\text{м/с}^3$. Для момента $t = 2\,\text{с}$ определить координату точки x, мгновенные скорость υ_x и ускорение a_x. Определить среднюю скорость $\langle \upsilon_x \rangle$ за первые две секунды $t = 2\,\text{с}$ движения и среднее ускорение $\langle a_x \rangle$ за это время.

Решение. Необходимо определить параметры движения по кинематическому уравнению (прямая задача кинематики). Она решается последовательным применением уравнений (2.23; 2.7; 2.13; 2.4). Подставляя в уравнение движения $t = 2\,\text{с}$, получаем *координату* в указанный момент времени

$$x = A + Bt + Ct^3 = (4 + 2 \cdot 2 - 0{,}5 \cdot 2^3) = 4\,(\text{м}).$$

Мгновенная скорость точки в этот момент равна

$$\upsilon_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = B + 3Ct^2 = \left[2 + 3 \cdot (-0{,}5) \cdot 2^2\right] = -4\,(\text{м/с}).$$

Знак «минус» показывает, что в момент времени $t = 2\,\text{с}$ направление вектора скорости не совпадает с положительным направлением оси X.

Ускорение

$$a_x = \frac{\mathrm{d}\upsilon_x}{\mathrm{d}t} = 6Ct = 6 \cdot (-0{,}5) \cdot 2 = -6\,\left(\text{м/с}^2\right).$$

Знак «минус» в этом случае указывает на то, что в заданный момент времени векторы скорости и ускорения имеют противоположное направление.

Средняя скорость (модуль вектора средней скорости)*

$$\langle \upsilon_x \rangle = \frac{x(t) - x(0)}{t} = 0$$

(обратите внимание на различие υ_x и $\langle \upsilon_x \rangle$).

Среднее ускорение

$$\langle a_x \rangle = \frac{\upsilon(t) - \upsilon(0)}{t} = -3\,\text{м/с}^2$$

(обратите внимание на то, что a_x и $\langle a_x \rangle$ также отличаются друг от друга).

<u>Ответ</u>: $x = 4\,\text{м}$; $\upsilon_x = -4\,\text{м/с}$; $a_x = -6\,\text{м/с}^2$; $\langle \upsilon_x \rangle = 0$; $\langle a_x \rangle = -3\,\text{м/с}^2$.

*Примечание. Кроме указанной в задаче средней скорости $\langle \upsilon_x \rangle$ рассматривают среднюю путевую скорость $\langle \upsilon_s \rangle$, определяемую отношением пути S ко времени t, за которое пройден этот путь. Самостоятельно убедитесь в том, что эти скорости не равны (см. пример 2).

<u>Пример 2</u>. Ускорение материальной точки, движущейся вдоль оси X, изменяется по закону: $a_x(t) = A + Bt$, где $A = 1\,\text{м/с}^2$, $B = -4\,\text{м/с}^3$. Начальная скорость $\upsilon_{0x} = 6\,\text{м/с}$, начальная координата $x_0 = 4\,\text{м}$. Запишите уравнение движения точки, определите ее координату, скорость, перемещение и пройденный точкой путь через $t = 3$ с после начала движения.

<u>Решение</u>. Определение вида кинематического уравнения движения по известному параметру (в данном случае это ускорение) является обратной задачей кинематики. Из уравнений (2.16) и (2.11) находим вид зависимости *скорости* точки от времени

$$\upsilon_x(t) = \upsilon_{0x} + \int_0^t a_x(t)\mathrm{d}t = \upsilon_{0x} + At + \frac{Bt^2}{2}$$

и вид зависимости *координаты* точки от времени (кинематическое уравнение движения)

$$x = x_0 + \int_0^t \upsilon_x(t)\mathrm{d}t = x_0 + \upsilon_{0x}t + \frac{At^2}{2} + \frac{Bt^3}{6}.$$

Подставляя в записанные уравнения значение времени $t = 3\,\text{с}$, получаем значения скорости и координаты

$$\upsilon_x = 6 + 1\cdot 3 - \frac{4\cdot 9}{2} = -9\,(\text{м/с});\quad x = 4 + 6\cdot 3 + \frac{1\cdot 9}{2} - \frac{4\cdot 27}{6} = 8{,}5\,(\text{м}).$$

Модуль вектора перемещения $|\Delta\vec{r}| = \Delta x = x - x_0 = 4{,}5\,\text{м}$

(определите самостоятельно, совпадает ли направление вектора перемещения с положительным направлением оси X).

Поскольку начальная скорость точки положительна, а конечная – отрицательна, это значит, что скорость в процессе движения меняет знак, и путь не равен модулю вектора перемещения. Решая уравнение $\upsilon_x(t) = \upsilon_{0x} + At + \frac{Bt^2}{2}$ относительно t, и учитывая, что время положительно, определяем его значение $t_0 = 2\,\text{с}$, при котором скорость обращается в нуль.

Тогда *пройденный путь* равен

$$S = [x(t_0) - x_0] + [x(t_0) - x] = 12{,}84\,\text{м}.$$

Ответ: $x = 8{,}5\,\text{м}$; $\upsilon = -9\,\text{м/с}$; $|\Delta\vec{r}| = 4{,}5\,\text{м}$; $S = 12{,}84\,\text{м}$.

Пример 3. Для случая, представленного на рис. 2.5, записать:

1) кинематическое уравнение движения $\vec{r} = \vec{r}(t)$ точки A;

2) ее уравнения движения в проекциях на оси X и Y: $x = x(t)$ и $y = y(t)$;

3) уравнение траектории $y = y(x)$.

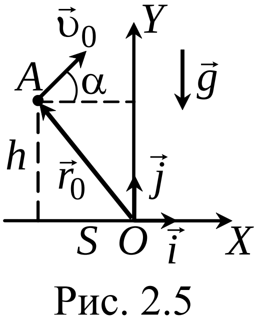

Рис. 2.5

На рисунке изображены координатные оси, указано начальное положение точки A, начальная скорость $\vec{\upsilon}_0$ и ускорение, равное ускорению свободного падения $\vec{g}$.

Решение. Поскольку ускорение свободного

падения постоянно по величине и направлению, движение является равноускоренным и описывается уравнением (2.22):

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{\upsilon}_0 t + \frac{\vec{g}t^2}{2},$$

где $\vec{r}_0 = -S\vec{i} + h\vec{j}$ – радиус-вектор начального положения точки.

В проекциях на оси X и Y получаем:

$$x = x_0 + \upsilon_{0x}t + \frac{g_x t^2}{2}; \quad y = y_0 + \upsilon_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2}.$$

В данной задаче $g_x = 0$ (ускорение свободного падения направлено перпендикулярно оси X), $g_y = -g$ (знак «минус» показывает, что направление вектора ускорения свободного падения не совпадает с положительным направлением оси Y), $\upsilon_{0x} = \upsilon_0 \cos\alpha$, $\upsilon_{0y} = \upsilon_0 \sin\alpha$, $x_0 = -S$, $y_0 = h$.

Таким образом, уравнения движения в проекциях на оси X и Y имеют вид:

$$x = -S + \upsilon_0 \cos\alpha \cdot t; \quad y = h + \upsilon_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}.$$

Исключая время из двух последних уравнений, получаем уравнение траектории:

$$y = h + (x+S)\mathrm{tg}\alpha - \frac{g(x+S)^2}{2\upsilon_0^2 \cos^2\alpha}.$$

<u>Ответ</u>: $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{\upsilon}_0 t + \dfrac{\vec{g}t^2}{2}$; $x = -S + \upsilon_0 \cos\alpha \cdot t$; $y = h + \upsilon_0 \sin\alpha \cdot t - \dfrac{gt^2}{2}$; $y = h + (x+S)\mathrm{tg}\alpha - \dfrac{g(x+S)^2}{2\upsilon_0^2 \cos^2\alpha}$.

<u>Пример 4</u>. С вышки бросили камень в горизонтальном направлении. Через промежуток времени $t = 2$ с камень упал на землю на расстоянии $S = 40$ м от основания вышки. Определить высоту вышки h, начальную υ_0 и конечную υ скорости камня, нормальное a_n и тангенциальное a_τ ускорения камня, а также радиус кривизны R

траектории в начальный момент времени и в момент падения камня на землю.

<u>Решение</u>. Ситуация, описанная в условии, представлена на рис. 2.6.

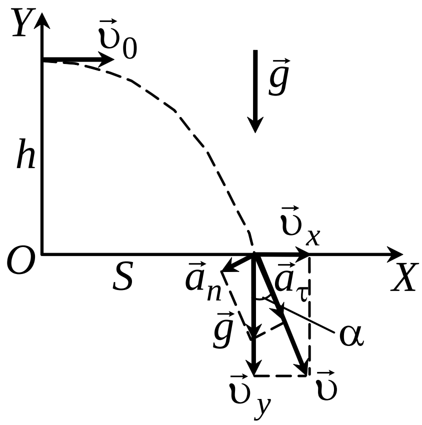

Рис. 2.6

Выбирая систему координат так, как показано на рисунке, и используя метод составления уравнений движения, представленный в предыдущей задаче, получаем уравнения движения:

$$x = \upsilon_0 t;$$

$$y = h - \frac{gt^2}{2}.$$

В момент падения камня на землю его координаты $x = S$, $y = 0$. Поэтому уравнения движения принимают вид:

$$S = \upsilon_0 t; \quad 0 = h - \frac{gt^2}{2}.$$

Из этих уравнений определяем начальную скорость камня $\upsilon_0 = \dfrac{S}{t} = 20$ м/с и высоту башни $h = \dfrac{gt^2}{2} = 20$ м.

Для расчета проекций υ_x, υ_y скорости на координатные оси и ее значения υ дифференцируем $x(t)$ и $y(t)$ по времени (2.7, 2.8):

$$\upsilon_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \upsilon_0, \text{ в момент падения } \upsilon_x = \upsilon_0 = 20 \text{ м/с};$$

$$\upsilon_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -gt, \text{ в момент падения } \upsilon_y = -20 \text{ м/с};$$

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2}, \text{ в момент падения } \upsilon \approx 28{,}2 \text{ м/с}.$$

В начальный момент времени полное ускорение $\vec{g}$ перпендикулярно скорости $\vec{\upsilon}_0$, поэтому $a_\tau = 0$, $a_n = g$. Чтобы найти нормальное и тангенциальное ускорение в момент падения, воспользуемся рис. 2.6, на котором изображены компоненты скорости $\vec{\upsilon}_x$ и $\vec{\upsilon}_y$, полная скорость $\vec{\upsilon}$, тангенциальное $\vec{a}_\tau$, нормальное $\vec{a}_n$ и полное ускорение $\vec{g}$ в момент падения камня на землю. Из рисунка видно, что

$$\frac{\upsilon_y}{\upsilon} = \frac{a_\tau}{g} = \cos\alpha,$$

где α – угол между $\vec{\upsilon}_y$ и $\vec{\upsilon}$ (или, соответственно, между $\vec{a}_\tau$ и $\vec{g}$). Поэтому значения тангенциального и нормального ускорения

$$a_\tau = g\cos\alpha = g\frac{\upsilon_y}{\upsilon} = \frac{g^2 t}{\sqrt{\upsilon_0^2 + g^2 t^2}} \approx 3{,}5\ \text{м/с}^2;$$

$$a_n = g\sin\alpha = g\frac{\upsilon_x}{\upsilon} = \frac{g\upsilon_0}{\sqrt{\upsilon_0^2 + g^2 t^2}} \approx 3{,}5\ \text{м/с}^2.$$

Радиус кривизны траектории определяется формулой (2.19). В начальный момент времени $\upsilon = \upsilon_0$, $a_n = g$ и $R = \dfrac{\upsilon_0^2}{g} = 40\ \text{м}$. В момент падения камня на землю $\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + g^2 t^2}$, $a_n = g\dfrac{\upsilon_0}{\sqrt{\upsilon_0^2 + g^2 t^2}}$ и $R = 56\ \text{м}$.

Следует отметить, что начало координат и направления координатных осей можно было бы выбрать иным образом. Например, поместить начало координат в точку бросания и направить ось Y вниз. Уравнения движения в этом случае изменятся, но результаты, естественно, останутся прежними.

Ответ: $h = 20\ \text{м}$; $\upsilon_0 = 20\ \text{м}$; $\upsilon \approx 28{,}2\ \text{м/с}$; в начальный момент времени – $a_n = g$, $a_\tau = 0$, $R = 40\ \text{м}$; в момент падения на землю – $a_n = 3{,}5\ \text{м/с}^2$, $a_\tau = 3{,}5\ \text{м/с}^2$, $R = 56\ \text{м}$.

Пример 5. Определить угловое ускорение ε тела, если после $N = 50$ полных оборотов частота его вращения изменилась от $n_1 = 4\ \text{об/с}$ до $n_2 = 6\ \text{об/с}$.

Решение. Полное число оборотов N и частота n вращения связаны с углом φ поворота и угловой скоростью ω соотношениями:

$$\varphi = 2\pi N; \quad \omega = 2\pi n.$$

Считая, что начальный угол $\varphi_0 = 0$, и, учитывая, что по условию задачи $n_2 > n_1$, запишем уравнения движения равноускоренно вращающегося тела (2.29):

$$\varphi = \omega_1 t + \frac{\varepsilon t^2}{2} = 2\pi n_1 t + \frac{\varepsilon t^2}{2},$$

$$\omega_2 = \omega_1 + \varepsilon t; \quad 2\pi n_2 = 2\pi n_1 + \varepsilon t.$$

Решая совместно эти уравнения, получаем:

$$\varepsilon = \frac{\pi\left(n_2^2 - n_1^2\right)}{N} = 1{,}26\,\frac{\text{рад}}{\text{с}^2}.$$

<u>Ответ</u>: $\varepsilon = 1{,}26$ рад/с^2.

3. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

Решая задачи из каждого подраздела, студент имеет возможность проверить усвоение основных физических закономерностей кинематики, её соотношений и формул. При необходимости можно вернуться к более детальному рассмотрению некоторых её положений.

3.1. Стандартные задачи

3.1.1. Прямолинейное движение тела вдоль оси X описывается уравнениями:

1) $x = A\sin\beta t$; $A = 2$ м; $\beta = \pi$ с$^{-1}$;

2) $x = A\cos\beta t$; $A = 1$ м; $\beta = \frac{\pi}{2}$ с$^{-1}$;

3) $x = A + Bt^3$; $A = 2$ м; $B = 0{,}5$ м/с^3;

4) $x = A\sin\beta t$; $A = 3$ м; $\beta = \frac{\pi}{4}$ с$^{-1}$;

5) $x = At + Bt^4$; $A = 2$ м/с; $B = -0{,}2$ м/с^4;

6) $x = At^3$; $A = 2$ м/с^3;

7) $x = At^2 + Bt^3$; $A = 2$ м/с^2; $B = -0{,}1$ м/с^3;

8) $x = At + B\sin\omega t$; $A = 1$ м; $B = 2$ м; $\omega = \frac{\pi}{2}$ с$^{-1}$;

9) $x = A\cos\left(Bt + \frac{\pi}{6}\right)$; $A = 1$ м; $B = \frac{\pi}{12}$ с$^{-1}$;

10) $x = At^2 + Bt^4$; $A = 2$ м/с^2; $B = 0{,}25$ м/с^4;

11) $x = A\sin\left(Bt + \frac{\pi}{3}\right)$; $A = 1$ м; $B = \frac{\pi}{24}$ с$^{-1}$;

12) $x = At + Bt^3$; $A = 3$ м/с; $B = 0{,}6$ м/с^3;

13) $x = A + Bt^2$; $A = 4$ м; $B = -0{,}25$ м/с^2;

14) $x = At^2 + Bt^5$; $A = -4$ м/с^2; $B = 0{,}02$ м/с^5.

Для момента времени $t = 4$ с определить координату, мгновенную скорость и мгновенное ускорение тела. Найти среднюю скорость и среднее ускорение за первые четыре секунды движения.

3.1.2. Заданы начальная координата точки x_0, ее начальная скорость υ_{x0} и переменное ускорение $a_x = a_x(t)$. Совпадают ли путь и модуль перемещения для момента времени $t = 2$ с? Совпадают ли направления векторов скорости и перемещения в этот момент времени? Записать уравнение движения точки и определить координату x точки через первые 2 с движения.

1) $x_0 = 2$ м; $\upsilon_{x0} = 5$ м/с; $a_x = At$; $A = -2$ м/с^3;

2) $x_0 = 1$ м; $\upsilon_{x0} = 3$ м/с; $a_x = At + B$; $A = 1$ м/с^3; $B = 5$ м/с^2;

3) $x_0 = 3$ м; $\upsilon_{x0} = -2$ м/с; $a_x = A + Bt^2$; $A = -8$ м/с^2; $B = 2$ м/с^4;

4) $x_0 = 2$ м; $\upsilon_{x0} = -1$ м/с; $a_x = At^2$; $A = 0{,}5$ м/с^4;

5) $x_0 = 4$ м; $\upsilon_{x0} = 5$ м/с; $a_x = At + Bt^2$; $A = 5$ м/с^3; $B = -6$ м/с^4;

6) $x_0 = 3$ м; $\upsilon_{x0} = 2$ м/с; $a_x = At^3$; $A = -0{,}6$ м/с^5;

7) $x_0 = 1$ м; $\upsilon_{x0} = 1$ м/с; $a_x = A + Bt$; $A = -8$ м/с^2; $B = -5$ м/с^3;

8) $x_0 = 5$ м; $\upsilon_{x0} = -3$ м/с; $a_x = At$; $A = -2$ м/с^2;

9) $x_0 = 6$ м; $\upsilon_{x0} = -2$ м/с; $a_x = A + Bt^2$; $A = 2$ м/с; $B = -0{,}6$ м/с^3;

10) $x_0 = 1\,\text{м}$; $\upsilon_{x0} = 6\,\text{м/с}$; $a_x = At^2 + Bt^3$; $A = 3\,\text{м/с}^4$; $B = 2\,\text{м/с}^5$;

11) $x_0 = 0$; $\upsilon_{x0} = 0$; $a_x = At + Bt^2$; $A = 3\,\text{м/с}^3$; $B = -6\,\text{м/с}^4$;

12) $x_0 = -5\,\text{м}$; $\upsilon_{x0} = 2\,\text{м/с}$; $a_x = A + Bt$; $A = 2\,\text{м/с}^2$; $B = -4\,\text{м/с}^3$;

13) $x_0 = -2\,\text{м}$; $\upsilon_{x0} = 10\,\text{м/с}$; $a_x = At$; $A = 4\,\text{м/с}^3$;

14) $x_0 = -3\,\text{м}$; $\upsilon_{x0} = -5\,\text{м/с}$; $a_x = Bt^2$; $B = 0{,}6\,\text{м/с}^3$.

3.1.3. Записать кинематические уравнения движения тела и уравнение траектории для каждого из случаев, представленных на рис. 3.1–3.14. На каждой позиции рисунков изображены координатные оси, указаны начальное положение (*точка A*) тела, его начальная скорость $\vec{\upsilon}_0$ и ускорение свободного падения $\vec{g}$.

3.1.4. Найти нормальное и тангенциальное ускорение тела в начальный момент времени и через 1 с после начала движения для каждого из случаев, представленных на рис. 3.1–3.14.

Начальные условия: $g = 10\,\text{м/с}^2$;

рис. 3.1. $\upsilon_0 = 10\,\text{м/с}$;

рис. 3.2. $\upsilon_0 = 5\,\text{м/с}$; $\alpha = 30^\circ$;

рис. 3.3. $\upsilon_0 = 20\,\text{м/с}$; $\alpha = 45^\circ$;

рис. 3.4. $\upsilon_0 = 10\,\text{м/с}$; $\alpha = 60^\circ$;

рис. 3.5. $\upsilon_0 = 15\,\text{м/с}$;

рис. 3.6. $\upsilon_0 = 20\,\text{м/с}$; $\alpha = 30^\circ$;

рис. 3.7. $\upsilon_0 = 5\,\text{м/с}$; $\alpha = 45^\circ$;

рис. 3.8. $\upsilon_0 = 10\,\text{м/с}$; $\alpha = 45^\circ$;

рис. 3.9. $\upsilon_0 = 8\,\text{м/с}$; $\alpha = 30^\circ$;

рис. 3.10. $\upsilon_0 = 5\,\text{м/с}$;

рис. 3.11. $\upsilon_0 = 12\,\text{м/с}$; $\alpha = 30^\circ$;

рис. 3.12. $\upsilon_0 = 10\,\text{м/с}$; $\alpha = 45^\circ$;

рис. 3.13. $\upsilon_0 = 10\,\text{м/с}$; $\alpha = 30^\circ$;

рис. 3.14. $\upsilon_0 = 10\,\text{м/с}$; $\alpha = 30^\circ$; $\beta = 15^\circ$.

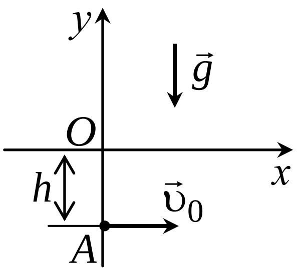

Рис. 3.1

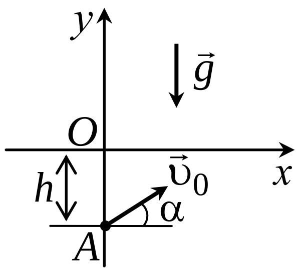

Рис. 3.2

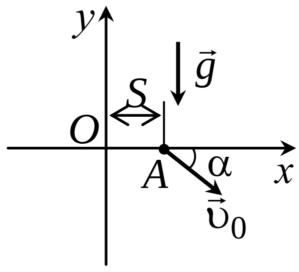

Рис. 3.3

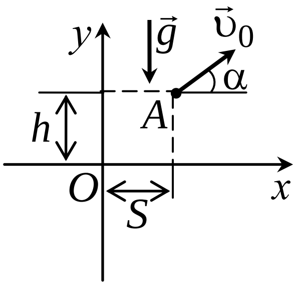

Рис. 3.4

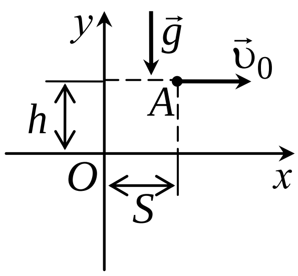

Рис. 3.5

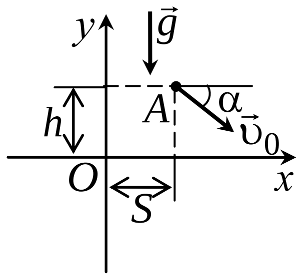

Рис. 3.6

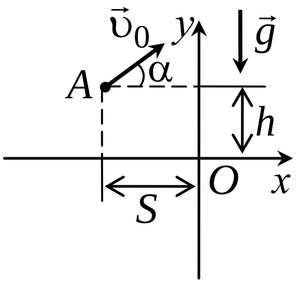

Рис. 3.7

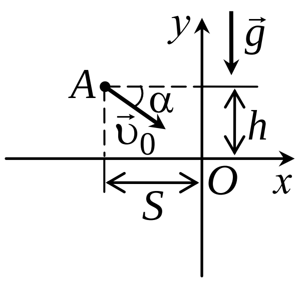

Рис. 3.8

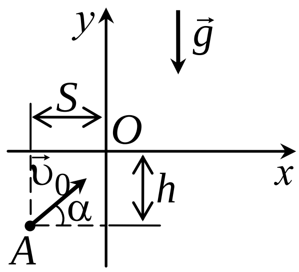

Рис. 3.9

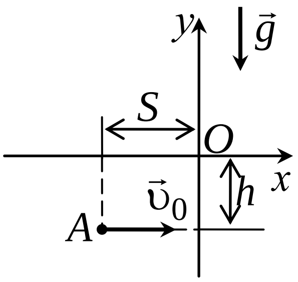

Рис. 3.10

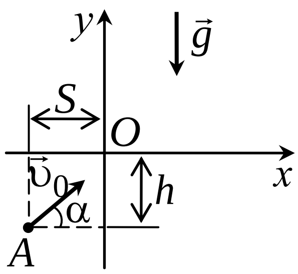

Рис. 3.11

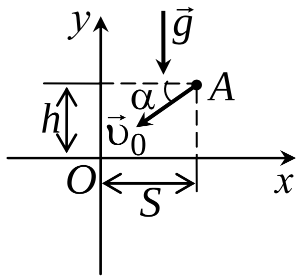

Рис. 3.12

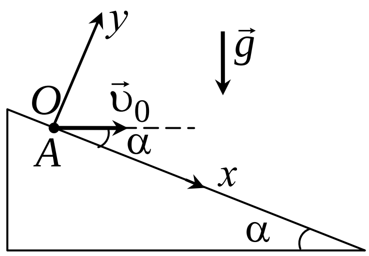

Рис. 3.13

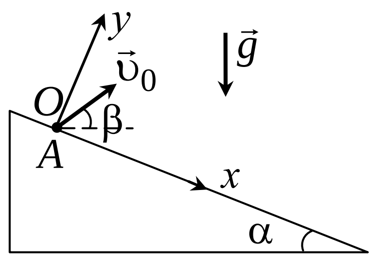

Рис. 3.14

3.1.5.

1) Самолет, летевший на высоте 2940 м со скоростью 360 км/ч, сбросил бомбу. За какое время t до прохождения над целью и на каком расстоянии S от нее по горизонтали должен самолет сбросить бомбу, чтобы попасть в цель?

2) С какой скоростью бомба в условиях предыдущей задачи упадет на землю?

3) Мяч бросили со скоростью 10 м/с под углом 30° к горизонту. Определить дальность полета и время движения камня.

4) С башни высотой 25 м бросили горизонтально камень со скоростью 15 м/с. Определить время движения камня, дальность его полета и скорость в момент падения на землю.

5) Какой угол составит траектория камня с горизонтом в условии предыдущей задачи?

6) Камень брошен горизонтально со скоростью 15 м/с. Через какое время скорость камня будет в 1,5 раза больше его начальной скорости?

7) Камень брошен горизонтально. Через 0,5 с его скорость увеличилась в 2 раза. С какой начальной скоростью брошен камень?

8) Камень брошен под углом 60° к горизонту со скоростью 10 м/с. Определить время, за которое скорость камня уменьшится в 1,5 раза?

9) Футболист бьет 11-метровый штрафной удар так, что мяч взлетает под углом 45° к горизонту. Когда вратарь ловит мяч, скорость мяча составляет с горизонтом угол 30°. Какова скорость мяча сразу после удара?

10) Из пушки выстреливается снаряд со скоростью 100 м/с под углом 30° к горизонту. На какую максимальную высоту поднимется снаряд? Какова скорость снаряда в верхней точке?

11) С башни высотой 25 м бросили камень со скоростью 15 м/с под углом 30° к горизонту. Определить время движения камня и дальность его полета.

12) С какой скоростью камень упадет на землю в условиях предыдущей задачи?

13) Из пушки, стоящей на холме, составляющем 30° с горизонтом, производят выстрел в горизонтальном направлении. Начальная скорость снаряда 100 м/с. Снаряд приземляется на склон того же холма. Найти время полета снаряда и расстояние от пушки до точки приземления.

14) Миномет установлен под углом 60° к горизонту на крыше дома высотой 40 м. Начальная скорость мины 60 м/с. Определить время и горизонтальную дальность полета мины.

3.1.6. Колесо радиуса 0,5 м вращается вокруг оси так, что зависимость угла поворота от времени имеет вид:

1) $\varphi = 5t^3$;	2) $\varphi = 2t + 3t^2$;
3) $\varphi = 5 + 7t^2$;	4) $\varphi = 2 + 5t^3$;
5) $\varphi = 5t^2 + 0{,}2t^3$;	6) $\varphi = 6t + 2t^3$;
7) $\varphi = 2t^2 + 0{,}5t^4$;	8) $\varphi = 5 - 3t + 4t^2$;
9) $\varphi = 3 + 2t - 0{,}5t^2$;	10) $\varphi = 2 + 2t - 0{,}2t^3$;
11) $\varphi = 3 - 2t^3$;	12) $\varphi = 5t - 0{,}5t^4$;
13) $\varphi = 2t^2 - 0{,}5t^4$;	14) $\varphi = 3t - 2t^3$.

Определить угловую скорость, угловое ускорение, линейную скорость, нормальное, тангенциальное и полное ускорения точки, лежащей на ободе колеса, через 2 с после начала движения. Какова размерность коэффициентов в каждом случае?

3.1.7. Колесо, вращаясь с постоянным угловым ускорением, изменило частоту вращения от n_1 до n_2, совершив N оборотов. Определить ускорение колеса. За какое время частота вращения изменилась от n_1 до n_2 и от n_2 до n_3, если угловое ускорение колеса останется неизменным?

1) $n_1 = 2$ об/с; $n_2 = 6$ об/с; $n_3 = 10$ об/с; $N = 50$.

2) $n_1 = 4$ об/с; $n_2 = 5$ об/с; $n_3 = 8$ об/с; $N = 10$.

3) $n_1 = 5$ об/с; $n_2 = 8$ об/с; $n_3 = 11$ об/с; $N = 50$.

4) $n_1 = 4$ об/с; $n_2 = 2$ об/с; $n_3 = 1$ об/с; $N = 10$.

5) $n_1 = 0$; $n_2 = 2$ об/с; $n_3 = 4$ об/с; $N = 10$.

6) $n_1 = 3$ об/с; $n_2 = 6$ об/с; $n_3 = 10$ об/с; $N = 100$.

7) $n_1 = 240$ об/мин; $n_2 = 90$ об/мин; $n_3 = 0$; $N = 20$.

8) $n_1 = 60$ об/мин; $n_2 = 120$ об/мин; $n_3 = 240$ об/мин; $N = 40$.

9) $n_1 = 5$ об/с; $n_2 = 4$ об/с; $n_3 = 0$; $N = 10$.

10) $n_1 = 7$ об/с; $n_2 = 14$ об/с; $n_3 = 30$ об/с; $N = 100$.

11) $n_1 = 4$ об/с; $n_2 = 10$ об/с; $n_3 = 22$ об/с; $N = 50$.

12) $n_1 = 1$ об/с; $n_2 = 5$ об/с; $n_3 = 20$ об/с; $N = 20$.

13) $n_1 = 2$ об/с; $n_2 = 4$ об/с; $n_3 = 10$ об/с; $N = 40$.

14) $n_1 = 3$ об/с; $n_2 = 6$ об/с; $n_3 = 12$ об/с; $N = 30$.

3.2. Качественные вопросы и задачи

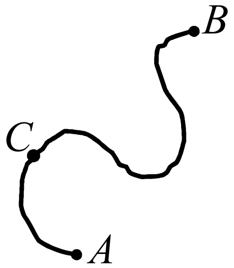

Рис. 3.15

3.2.1. Тело движется из точки A в точку B по траектории, показанной на рис. 3.15. Укажите направления скорости и ускорения тела в точке C при ускоренном, замедленном и равномерном движении тела.

3.2.2. Диск равнозамедленно вращается относительно оси, проходящей через его центр, по часовой стрелке. Как направлены векторы угловой скорости и углового ускорения диска?

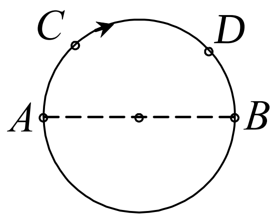

Рис. 3.16

3.2.3. Материальная точка движется равномерно по окружности из точки A в точку B (рис. 3.16). Покажите направления вектора средней скорости и вектора среднего ускорения точки.

3.2.4. Тело, брошенное с вышки под углом к горизонту, приземлилось в точке A, показанной на рис. 3.17. Как направлен вектор средней скорости тела?

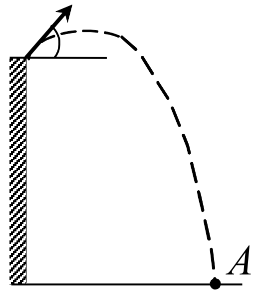

Рис. 3.17

3.2.5. Материальная точка движется по окружности с постоянным тангенциальным ускорением в направлении, показанном на рис. 3.16. Как направлен вектор полного ускорения в точке *C* при ускоренном и замедленном движении? Одинаковы ли значения полного ускорения в точках *C* и *D*?

3.2.6. Тело движется с постоянным по величине и направлению ускорением. Всегда ли в этом случае его движение прямолинейно?

3.2.7. Материальная точка движется равномерно по криволинейной траектории, показанной на рис. 3.15. В какой точке траектории ускорение максимально?

3.2.8. Точка *M* движется равномерно по свертывающейся плоской спирали (рис. 3.18). Как изменяется модуль ускорения точки?

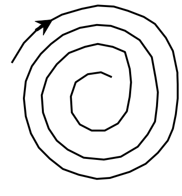

Рис. 3.18

3.2.9. У подножия горы санкам сообщена скорость, в результате чего они въезжают на горку до точки *B*, а затем начинают скользить обратно (рис. 3.19). Как направлены в точке *A* нормальное и тангенциальное ускорения?

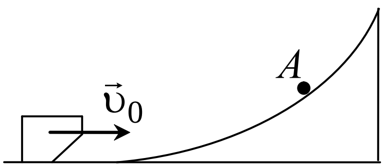

Рис. 3.19

3.2.10. Шарик на длинной нити совершает гармонические колебания, за полупериод перемещаясь из точки *A* в точку *E* (рис. 3.20). Укажите направления нормального и тангенциального ускорений в точках *A, B, C, D, E*. В каких точках обращается в нуль: а) нормальное ускорение; б) тангенциальное ускорение? В каких точках эти ускорения максимальны?

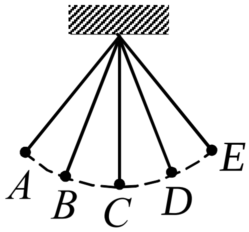

Рис. 3.20

3.2.11. Обруч катится равномерно без проскальзывания со скоростью $\vec{\upsilon}$ (рис. 3.21). Как направлены векторы скорости и ускорения точек *A, B, C, D*?

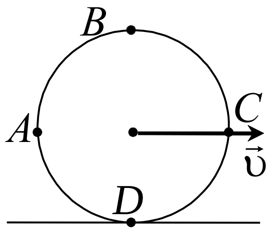

Рис. 3.21

3.2.12. Зависимость пройденного пути от времени для двух точек, движущихся прямолинейно, представлена на рис. 3.22 кривыми *а* и *б*. Какая из кривых соответствует ускоренному, а какая – замедленному движению?

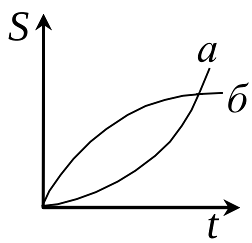

Рис. 3.22

3.2.13. На рис. 3.23 представлена зависимость скорости материальной точки, движущейся прямолинейно, от времени. В какой момент времени ускорение точки максимально?

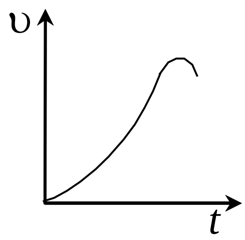

Рис. 3.23

3.2.14. Точка движется по плоской расширяющейся спирали так, что ее нормальное ускорение остается постоянным. Как изменяются при этом линейная и угловая скорости? Как направлено тангенциальное ускорение?

3.2.15. На рис. 3.24 представлен график зависимости координаты от времени для точки, движущейся прямолинейно вдоль оси X. Постройте графики зависимости пути и скорости от времени.

3.2.16. На рис. 3.25 представлен график зависимости ускорения материальной точки, движущейся прямолинейно, от времени. Постройте графики зависимости скорости и пути от времени. Начальная скорость точки равна нулю.

3.2.17. Шарик проходит без трения подъем и впадину (рис. 3.26). Сравните модули средней скорости шарика на траекториях *ABC* и *CDE*, если время их прохождения одинаково.

3.2.18. Тело брошено вертикально. График проекции скорости тела на вертикальную ось изображен на рис. 3.27. Вверх или вниз направлены: а) начальная скорость тела; б) координатная ось?

3.2.19. Может ли зависимость пути от времени соответствовать графикам *а*, *б*, *с*, представленным на рис. 3.28?

3.2.20. Какая величина определяется интегралом $\int_0^t \upsilon \mathrm{d}t$?

3.2.21. Материальная точка, двигаясь равномерно, прошла четверть окружности радиусом 1 м за 2 с (рис. 3.29). Определить: а) чему равны приращения модулей скорости и ускорения; 2) чему равны модули приращения скорости и ускорения; 3) куда направлены приращения скорости и ускорения точки?

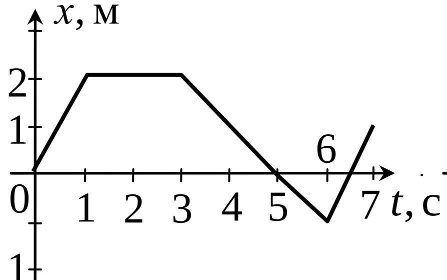

Рис. 3.24

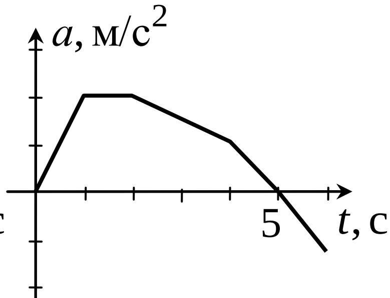

Рис. 3.25

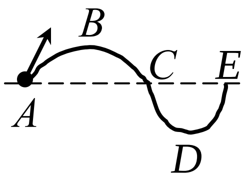

Рис. 3.26

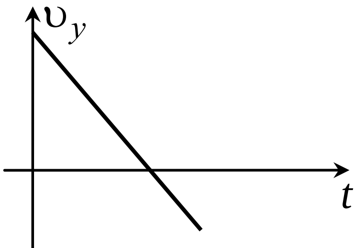

Рис. 3.27

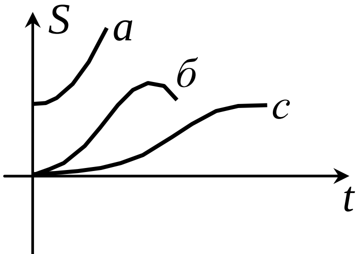

Рис. 3.28

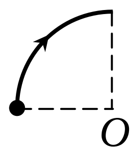

Рис. 3.29

3.2.22. При каком движении частицы выполняется равенство $\langle \upsilon_s \rangle = |\langle \vec{\upsilon} \rangle|$?

3.2.23. Частица прошла окружность радиуса R за время t. Какова средняя скорость частицы?

3.2.24. Угол между векторами скорости и ускорения в некоторый момент равен α. Каково движение тела в этот момент (прямолинейное или криволинейное, равномерное, ускоренное или замедленное), если: а) $\alpha = \pi/6$; б) $\alpha = \pi/2$; в) $\alpha = 2\pi/3$; г) $\alpha = \pi$?

3.3. Разные задачи

3.3.1. Движение материальной точки задано уравнением $x = At^2 + Bt^3$, где $A = 4$ м/с^2, $B = -0{,}05$ м/с^3. Определить момент времени, когда скорость точки равна нулю. Найти координату и ускорение в этот момент.

3.3.2. За время движения скорость частицы изменилась от $\vec{\upsilon}_1 = 1\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$ до $\vec{\upsilon}_2 = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$. Определить модуль приращения скорости.

3.3.3. Материальная точка движется согласно уравнению $\vec{r} = At^3\vec{i} + Bt^2\vec{j}$. Написать зависимости $\vec{\upsilon}(t)$ и $\vec{a}(t)$.

3.3.4. Движение материальной точки задано уравнением $A(\vec{i}\cos\omega t + \vec{j}\sin\omega t)$. Определить модуль скорости и модуль нормального ускорения, если $A = 0{,}5$ м, $\omega = 5$ рад/с, $t = 2$ с. Зависят ли модуль скорости и модуль нормального ускорения от времени?

3.3.5. Прямолинейное движение точки задано уравнением $x = 20t - 5t^2$. Совпадают ли модуль вектора перемещения и пройденный точкой путь за время: а) $t = 1$ с; б) $t = 3$ с?

3.3.6. Точка движется по кривой с постоянным тангенциальным ускорением $a_\tau = 0{,}5$ м/с^2. Определить полное ускорение точки на участке кривой с радиусом кривизны $R = 3$ м, если скорость точки на этом участке $\upsilon = 2$ м/с.

3.3.7. В некоторый момент времени нормальное ускорение точки, движущейся по окружности радиусом $R = 10$ м, равно $a_n = 10$ м/с^2. Угол между векторами нормального и полного ускорений в этот момент равен $\alpha = 60^\circ$. Определить тангенциальное ускорение и скорость точки.

3.3.8. Первую половину пути тело прошло со скоростью 20 м/с, а вторую – со скоростью 30 м/с. Определить среднюю скорость тела.

3.3.9. Тело бросают под углом α к наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол β. Начальная скорость тела равна υ_0. Определить время полета и расстояние от точки бросания до точки падения тела.

3.3.10. Мальчик ростом 1,5 м, стоя на расстоянии 15 м от забора, бросает камень под углом 45° к горизонту. С какой скоростью надо бросить камень, чтобы он перелетел через забор?

3.3.11. Скорость точки, движущейся прямолинейно вдоль оси X, увеличивается по линейному закону: $\upsilon = \upsilon_0 + kt$. Как при этом изменяется ускорение?

3.3.12. Стержень длиной 1 м упирается одним концом в стену, а другим – в пол (рис. 3.30). Конец, упирающийся в стену, равномерно движется вниз. Будет ли движение второго конца равномерным?

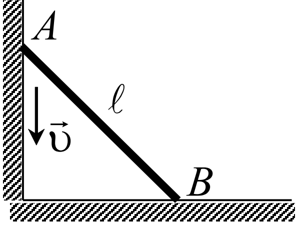

Рис. 3.30

3.3.13. Стержень AB длиной 1 м опирается концами о пол и стену (см. рис. 3.30). Начальное расстояние от верхнего конца до пола равно b.

Найти зависимость координаты x нижнего конца стержня от времени, если верхний конец равномерно движется вниз со скоростью υ.

3.3.14. Электрон движется в некоторой системе отсчета из начального положения, определяемого радиус-вектором $\vec{r}_0 = x_0\vec{i} + z_0\vec{k}$, где $x_0 = 3\,\text{м}$, $z_0 = 1\,\text{м}$ с начальной скоростью $\vec{\upsilon}_0 = \upsilon_0\vec{j}$, где $\upsilon_{0y} = 2{,}0\,\text{м/с}$, и ускорением $\vec{a} = \vec{j}At + \vec{k}B$, где $A = 12{,}0\,\text{м/с}^3$, $B = 8{,}0\,\text{м/с}^2$. Чему равна координата x электрона в момент времени $t = 0{,}5\,\text{с}$? Какова скорость электрона в момент времени $t = 1\,\text{с}$? Каков угол между радиус-вектором и вектором скорости в начальный момент времени?

3.3.15. Разработан аппарат для изучения поведения насекомых при ускорении $100g$. Этот аппарат представляет собой десятисантиметровый стержень, на обоих концах которого имеются контейнеры с насекомыми. Стержень вращается вокруг своего центра. С какой скоростью движутся насекомые, когда их ускорение достигает $100g$? Чему равна угловая скорость стержня?

3.3.16. Точка движется по плоской траектории так, что ее тангенциальное ускорение $a_\tau = a_0$, а нормальное ускорение $a_n = bt^4$, где a_0 и b – положительные постоянные. Начальная скорость точки в момент $t = 0$ равна нулю. Найти радиус кривизны траектории и полное ускорение точки в зависимости: а) от времени; б) от пройденного пути.

Список рекомендуемой литературы

1. Савельев, И. В. Курс общей физики : учеб. пособие. В 3 т. Т. 1. Механика. Молекулярная физика. – СПб. : Лань, 2007. – 432 с.
2. Фриш, С. Э. Курс общей физики : учебник. В 3 т. Т. 1. Физические основы механики. Молекулярная физика. Колебания и волны. – СПб. : Лань, 2007. – 480 с.
3. Трофимова, Т. И. Курс физики. : учеб. пособие. – М. : Академия, 2007. – 560 с.
4. Чертов, А. Г. Задачник по физике: учеб. пособие для втузов / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – 8-е изд., перераб. и доп. – М. : Физматлит, 2005. – 640 с.

Составители

Таисия Васильевна Лавряшина
Наталия Борисовна Окушко
Ирина Валентиновна Цвеклинская

К И Н Е М А Т И К А

Методические указания к самостоятельной работе по решению задач
и задания для самоконтроля по разделу физики для обучающихся
направления подготовки 27.03.05 «Инноватика» очной формы обучения

Печатается в авторской редакции

Подписано в печать 06.11.2018. Формат 60×84/16.
Бумага офсетная. Отпечатано на ризографе. Уч.-изд. л. 1,5.
Тираж 20 экз. Заказ
КузГТУ, 650000, Кемерово, ул. Весенняя, 28.
Издательский центр УИП КузГТУ, 650000, Кемерово, ул. Д. Бедного, 4а.