

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева»
Факультет фундаментальной подготовки

Кафедра математики

Составители
Е. А. Николаева
А. В. Чередниченко

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Рекомендовано учебно-методической комиссией
специальности 27.03.05 Инноватика в качестве электронного
учебного издания для использования в образовательном процессе

Кемерово 2018

Рецензенты Фадеев Ю. А. – доктор физико-математических наук, профессор кафедры математики ФГБОУ ВО «Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева»

Николаева Евгения Александровна
Чередниченко Алла Валериевна

Теория вероятностей [Электронный ресурс]: методические указания к практическим занятиям и самостоятельной работе для обучающихся специальности 27.03.05 Инноватика очной формы обучения / сост. Е. А. Николаева, А. В. Чередниченко; КузГТУ. – Электрон. издан. – Кемерово, 2018.

Приведен материал, необходимый для успешного изучения дисциплины.

Назначение издания – помощь обучающимся в получении знаний по дисциплине «Теория вероятностей» и организовать самостоятельную работу.

© КузГТУ, 2018

© Николаева Е. А.,
Чередниченко А. В.,
составление, 2018

Предлагаемые методические указания предназначены для организации практических занятий и самостоятельной работы обучающихся по курсу «Теория вероятностей» очной формы обучения.

Цель работы – помочь студентам при освоении дисциплины «Теория вероятностей», организация практических занятий и самостоятельной работы.

Практические занятия разбиты по темам согласно рабочей программе, приведены задания для решения на практических занятиях и задания для самостоятельной работы.

Практические занятия и самостоятельная работа студентов очной формы обучения

Раздел 1. Теория вероятностей 1.1. Элементы комбинаторики Пространство элементарных событий. Алгебра событий. Определение вероятности. Вероятность суммы и произведения событий. 1.2. Дискретные случайные величины. Ряд распределения. Числовые характеристики. 1.3. Непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность распределения, их свойства. Числовые характеристики. Нормальное и равномерное распределение.

Практическое занятие:

1. Элементы комбинаторики.

1.1. Сколькими способами можно расставить 7 книг на книжной полке?

1.2. Сколько шестизначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5 так, чтобы цифры в числе не повторялись?

1.3. Сколько шестизначных чисел, кратных пяти, можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 при условии, что цифры в числе не повторяются?

1.4. Для проведения экзамена по математике создается комиссия из двух человек. Сколько различных комиссий можно организовать, если имеется пять преподавателей?

1.5. Сколькими способами можно группу из 15 учащихся разделить на две группы так, чтобы в одной группе было 4, а в другой - 11 человек?

1.6. Из 20 студентов надо выбрать двух дежурных. Сколькими способами это можно сделать?

1.7. На пяти карточках написаны числа 1, 2, 3, 4, 5. Сколько различных трехзначных чисел можно из них составить?

1.8. Группа учащихся изучает 7 учебных дисциплин. Сколькими способами можно составить расписание занятий в понедельник, если в этот день недели должно быть 4 различных урока?

1.9. Для проведения экзамена по математике создается комиссия из двух человек, причем один из преподавателей должен

быть назначен старшим. Сколько различных комиссий можно организовать, если имеется пять преподавателей?

1.10. Сколько различных двузначных чисел можно образовать из цифр 1, 2, 3, 4 при условии, что в каждом числе нет одинаковых цифр?

1.11. Имеется шестизначная кодовая комбинация, состоящая из трех цифр 1, 3, 5, в которой цифра 1 встречается один раз, цифра 3 – два раза и цифра 5 – три раза. Сколько существует комбинаций таких наборов?

1.12. Сколькими способами можно расставить белые фигуры (2 ладьи, 2 коня, 2 слона, ферзь и король) на первой линии шахматной доски?

1.13. В почтовом отделении имеются открытки 3 видов. Сколькими способами можно купить набор из 5 открыток?

1.14. В хлебном отделе имеются булки белого и черного хлеба. Сколькими способами можно купить 6 булок хлеба?

1.15. Сколько четырехбуквенных слов можно составить из букв М и А?

1.16. Вдоль дороги стоят 6 светофоров. Сколько может быть различных комбинаций их сигналов, если каждый светофор имеет 3 состояния: "красный", "желтый", "зеленый"?

1.17. У мамы 2 яблока, 3 груши и 4 апельсина. Каждый день в течение девяти дней она выдает сыну по одному фрукту. Сколько может быть вариантов такой выдачи?

1.18. Сколько шахматистов участвовало в турнире, если каждый участник сыграл с каждым по одной партии, а партий было сыграно в 10 раз больше числа участников.

1.19. Имеются в неограниченном количестве палочки длиной 5, 6, 7, 8, 9, 10 см. Сколько различных треугольников можно из них составить?

1.20. Из 10 роз и 8 лилий нужно составить букет так, чтобы в нем было 2 розы и 3 лилии. Сколькими способами это можно сделать?

1.21. Собрание из 40 человек избирает председателя, секретаря и трех членов редакционной комиссии. Сколько существует возможностей выбора этих пяти человек?

1.22. Сколькими способами можно расставить 8 томов энциклопедии на книжной полке так, чтобы первый и второй тома:

а). стояли рядом; б). не стояли рядом?

1.23. Даны две параллельные прямые. На одной из них имеется 10 точек, а на другой - 20. Сколько существует треугольников с вершинами в данных точках?

1.24. На школьном вечере присутствуют 12 девушек и 15 юношей. Сколькими способами можно выбрать из них 4 пары для танца?

1.25. Хоккейная команда состоит из 2 вратарей, 7 защитников и 10 нападающих. Сколькими способами тренер может образовать стартовую шестерку, состоящую из вратаря, двух защитников и трех нападающих?

1.26. Сколькими способами можно расставить на полке 7 различных книг, чтобы определенные три книги стояли рядом? Стояли не рядом?

1.27. В урне 12 белых и 8 черных шаров. Сколькими способами можно выбрать 5 шаров, чтобы среди них было: а) 5 черных; б) 3 белых и 2 черных; в) 5 шаров одного цвета; г) 4 шара одного цвета?

1.28. Сколько слов можно получить, переставляя буквы в слове: «ГОРА», «ИНСТИТУТ»?

1.29. Из 4 первокурсников, 5 второкурсников и 6 третьекурсников надо выбрать три студента на конференцию. Сколькими способами можно осуществить этот выбор, если среди выбранных должны быть студенты разных курсов?

1.30. Из 10 мальчиков и 10 девочек спортивного класса для участия в эстафете надо составить три команды, каждая из которых состоит из мальчика и девочек. Сколькими способами это можно сделать?

1.31. Сколькими способами можно распределить 15 выпускников по трем районам, если в одном из них имеется 8, в другом – 5 и в третьем – 2 вакантных места?

2. Непосредственный подсчет вероятностей.

2.1. При стрельбе из винтовки вероятность попадания в цель равна 0,75. Найти число попаданий, если всего было произведено 140 выстрелов.

2.2. В лотерее разыгрывается тысяча билетов. Среди них один выигрыш в 50 рублей, пять выигрышей в 20 рублей, двадцать выигрышей по 10 рублей и пятьдесят выигрышей по 5 руб-

лей. Некто покупает один билет. Найти вероятность: а) выиграть не менее 10 рублей; б) какого-либо выигрыша.

2.3. Бросаются одновременно две монеты. Какова вероятность выпадения герба на обеих монетах?

2.4. Брошена игральная кость. Найти вероятность того, что выпадает четное число очков.

2.5. Участники жеребьёвки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого, наудачу извлеченного жетона, не содержит цифры 5.

2.6. Куб, все грани которого окрашены, распилен на тысячу кубиков одинакового размера, которые затем тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что наудачу извлеченный кубик будет иметь окрашенных граней: а) одну, б) две, в) три.

2.7. В ящике содержится 100 перемешанных жетонов, пронумерованных целыми числами от 1 до 100. Найти вероятность того, что извлеченный наудачу жетон имеет номер, который не делится ни на 2, ни на 3.

2.8. В урне а белых и в черных шаров. Из урны вынимают один шар и откладывают в сторону. Этот шар оказался белым. После этого из урны берут еще один шар. Найти вероятность того, что этот шар тоже будет белым.

2.9. На 20 одинаковых жетонах написано 20 двухзначных чисел от 11 до 30. Жетоны помещены в пакет и тщательно перемешаны. Какова вероятность вынуть жетон с номером, кратным 4 или 7?

2.10. В мешке смешаны нити 5 сортов; 30 % белых, 40 % черных, 15% – красных, 10 % зелёных, 5% голубых. Определить вероятность того, что наудачу взятая нить будет цветной.

2.11. В команде спортсменов 6 бегунов на короткие дистанции, 3 бегуна на длинные, 5 метателей, 7 борцов и 4 боксёра. Определить вероятность того, что наудачу вызванный спортсмен будет легкоатлетом.

2.12. В пачке имеется 100 жетонов, пронумерованных числами от 1 до 100. Определить вероятность того, что номер наудачу взятого жетона будет кратным 25 или 30.

2.13. Игральную кость бросают два раза. Найти вероятность того, что А – выпадет одинаковое число очков; В – сумма

выпавших очков равна 8; С – сумма выпавших очков четная; Д – число очков, выпавших при первом броске, больше числа очков, выпавших при втором броске; Е – сумма выпавших очков равна пяти, а произведение – четырем.

2.14. Из букв разрезанной азбуки составлено слово «мел». Ребенок, не умеющий читать, рассыпал эти буквы и затем собрал их в произвольном порядке. Найти вероятность того, что у него снова получилось это же слово.

2.15. Из букв разрезанной азбуки составлено слово «рама». Ребенок, не умеющий читать, рассыпал эти буквы и затем собрал их в произвольном порядке. Найти вероятность того, что у него снова получилось это же слово.

2.16. На одинаковых карточках написаны буквы а, а, б, г, е, р, л. Карточки перемешивают и раскладывают в ряд. Какова вероятность того, что при этом получится слово «алгебра»?

2.17. Числа 1, 2, 3, 4, 5 написаны на 5 карточках. Наудачу последовательно вынимаются 3 карточки и ставятся слева направо в порядке появления. Чему равна вероятность того, что полученное таким образом трехзначное число не содержит цифры 4?

2.18. В партии из 10 деталей 4 нестандартных. Определить вероятность того, что среди выбранных наудачу трех деталей две окажутся нестандартными.

2.19. Из 15 билетов лотереи 4 выигрышных. Какова вероятность того, что среди взятых наугад шести билетов будет 2 выигрышных?

2.20. Какова вероятность того, что три друга попадут в комиссию, состоящую из трех человек, если комиссию можно избрать из 15 человек?

2.21. Слово «интеграл» составлено из букв разрезной азбуки. Наудачу случайно берут 4 карточки и складывают в ряд. Какова вероятность получить при этом слово «игра»?

2.22. Из колоды карт наудачу извлекается 3 карты. Найти вероятность того, что А – одна карта окажется бубновой масти; В – 2 карты черви; С – все разной масти.

2.23. Из колоды карт извлекается 4 карты. Найти вероятность событий: А – все черви; В – три короля и одна дама; С – один туз, один король, одна дама, один валет; Д – разной масти.

2.24. В группе из 25 студентов оценку «отлично» получили трое студентов, «хорошо» – шесть студентов, «удовлетворительно» – девять студентов. Какова вероятность того, что два наудачу выбранных студента имеют неудовлетворительные оценки.

2.25. В корзине 2 красных, 5 белых и 8 синих шара. Наудачу достают три шара. Найти вероятность событий: А – все одного цвета; В – все разного цвета; С – есть два синих шара; Д – ровно два шара одного цвета.

3. Теоремы сложения и умножения вероятностей.

3.1. В ящике 7 белых шаров и 8 черных. Найти вероятность того что взяли 1 белый; 2 черных; 3 белых.

3.2. Студент сдает математику с вероятностью 0,7, физику с вероятностью 0,8, философию – 0,9. Найти вероятности: А – сдаст все экзамены; В – сдаст хотя бы один экзамен; С – сдаст ровно два экзамена; Д – сдаст ровно один экзамен? (0,504; 0,994; 0,398; 0,092)

3.3. Студент пришел на зачет, зная из 30 вопросов только 24. Какова вероятность сдать зачет, если после отказа отвечать на первый вопрос преподаватель задает еще один вопрос? (28/29)

3.4. Программа экзамена содержит 30 вопросов, из которых студент знает только 15. Для успешной сдачи экзамена нужно ответить на 2 предложенных вопроса, или на один из них и дополнительный вопрос. Какова вероятность, что студент сдаст экзамен?

3.5. В городе 4 библиотеки, в фонде каждой из которых с вероятностью 0,4 есть нужная студенту книга. В поисках книги студент обходит библиотеки пока не найдет ее или пока не обойдет все библиотеки. Найти вероятность: А – студент посетит 2 библиотеки; В – не более двух библиотек; С – четыре библиотеки. Что вероятнее: найдет книгу, или нет? (0,24; 0,64)

3.6. Три друга идут сдавать экзамен. Вероятность сдачи для первого – 0,9, для второго – 0,5, для третьего – 0,8. Найти вероятности: А – все сдадут экзамен; В – сдаст ровно один из них; С – сдадут больше двух; Д – сдаст хотя бы один. (0,36; 0,14; 0,49; 0,99)

3.7. В первой корзине 4 белых и 6 черных шаров; во второй – 5 белых и 5 черных; в третьей 7 белых и 3 черных шара. Из каждой корзины достают по одному шару. Найти вероятности,

что среди этих шаров: А – все белые; В – ровно один белый; С – хотя бы один белый; Д – два белых шара (0,14; 0,36; 0,91; 0,41).

3.8. Два стрелка делают по одному выстрелу. Вероятность поражения мишени первым стрелком равна 0,8, а вторым – 0,7. Найти вероятности следующих событий: а) оба стрелка попали в мишень; б) в мишень попал хотя бы один стрелок.

3.9. В группе из 30 учеников на контрольной работе получили: 6 учеников оценки отлично, 10 учеников оценку хорошо, 9 человек оценку удовлетворительно. Какова вероятность того, что все три ученика, вызванных к доске, имеют неудовлетворительные оценки по контрольной работе?

3.10. В классе 12 мальчиков и 18 девочек. Нужно выбрать делегацию из двух человек. Какова вероятность (если считать выбор случайным), что выбраны: 1) два мальчика, 2) две девочки, 3) девочка и мальчик?

3.11. Из полной колоды карт (52 листа) вынимается сразу четыре карты. Найти вероятность того, что все эти четыре карты будут разных мастей.

4. Формулы полной вероятности и Байеса.

4.1. Болты изготавливаются на 3 станках, производящих соответственно 25%, 30%, 45% общего количества продукции. В продукции станков брак составляет соответственно 4%, 3%, 2%. Какова вероятность, что случайно взятый болт окажется дефектным?

4.2. В тире имеется 5 ружей, вероятности из попадания из которых соответственно равны 0,5; 0,6; 0,7; 0,8 и 0,9. Найти вероятность попадания при одном выстреле, если стреляющий берет одно из ружей наудачу.

4.3. Вероятности правильного определения химического состава детали для каждого из трех контролеров соответственно равны $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{4}$ и $\frac{2}{5}$. Найти вероятность того, что будет допущена ошибка, если равновероятно деталь может попасть на проверку к любому из контролеров.

4.4. Из 25 приборов, имеющихся в магазине, 5 штук произведены заводом №1, 12 штук – заводом №2 и 8 штук – заводом №3. Вероятность того, что прибор, изготовленный заводом №1, в течение гарантийного срока не выйдет из строя, равна 0,95. Для прибора 2-го завода такая вероятность равна 0,9, а 3-го завода –

0,8. Найти вероятность того, что наудачу взятый прибор выдержит гарантийный срок.

4.5. Два токаря обрабатывают одинаковые детали. Вероятность брака первого – 0,03; второго – 0,04. Обработанные детали складываются в одно место. При этом первый токарь изготавливает деталей в 2 раза больше, чем второй. Какова вероятность того, что взятая наудачу деталь будет бракованной?

4.6. В железнодорожном составе 50 вагонов с углем двух сортов. По сортности угля вагоны состава делятся на три группы: 25 вагонов содержат 70% угля первого сорта и 30% угля второго сорта, 15 вагонов содержат соответственно 60% и 40%, остальные – 85% и 15%. Случайно взятый для анализа уголь оказался второго сорта. Какова вероятность, что он взят из вагона первой группы?

4.7. В трех одинаковых по виду и размеру коробках находятся по 20 сверл. В первой коробке 2 сверла бракованные, во второй – 3, в третьей – 5. Взятое наудачу сверло оказалось годным. Какова вероятность того, что оно взято из второй коробки?

4.8. Вероятность того, что изготовленная деталь окажется годной, равна 0,96. Контролер ОТК проверяет детали по упрощенной системе. Вероятность ошибки при проверке годных деталей равна 0,02, при проверке негодных деталей – 0,01. Какова вероятность того, что изделие, выдержавшее контроль, является годным?

4.9. В телеателье поступили кинескопы с двух заводов: 35 штук с первого завода и 50 – со второго. Вероятность того, что кинескоп, изготовленный на первом заводе, не выйдет из строя в течение гарантированного срока, равна 0,85. Аналогичная вероятность для второго завода – 0,7. Наудачу выбранный кинескоп выдержал гарантийный срок. Найти вероятность того, что он был изготовлен на втором заводе.

4.10. У рабочего есть 10 сверл, 2 из которых имеют дефект. Вероятность того, что в течение смены сверло не придется менять, равна 0,6 для сверла, не имеющего дефект, и 0,3 – для сверла с дефектом. Наудачу взятое сверло в течение смены сломалось. Какова вероятность того, что было взято сверло без дефекта?

4.11. Для участия в студенческих отборочных соревнованиях направлено из 1 группы курса – 4, из второй – 6, из третьей – 5 студентов. Вероятности того, что студент первой, второй и третьей групп попадет в сборную университета, равны соответственно 0,9; 0,7 и 0,8. Наудачу выбранный студент в итоге соревнования попал в сборную. К какой из групп вероятнее всего принадлежал студент?

4.12. На складе готовой продукции находится пряжа, изготовленная двумя цехами фабрики, причем 20% пряжи составляет продукция цеха №2, а остальная – цеха №1. Продукция цеха №1 содержит 90%, а цеха №2 – 70% пряжи первого сорта. Взятый наудачу со склада моток пряжи оказался первого сорта. Какова вероятность, что он из цеха №1?

5. Повторные независимые испытания.

5.1. Производится 3 выстрела, вероятность попадания при каждом выстреле 0,6. Найти вероятности того, что будет ровно одно; два; три попадания.

5.2. Вероятность того, что студент получает стипендию, равна 0,3. Наугад выбираются 4 студента. Найти вероятности того, что среди них получают стипендию: ровно 1; ровно 2; ровно 3; никто не получает.

5.3. Монету бросают 5 раз. Найти вероятность того, что герб будет более 2 раз.

5.4. В комнате 6 электролампочек. Для каждой лампочки вероятность того, что она придет в негодность в течение года, равна $\frac{3}{4}$. Какова вероятность того, что в течение года придется заменить не более двух лампочек?

5.5. Вероятность того, что расход воды на предприятии не превысит нормы в течение суток, равна 0,75. Найти вероятность того, что в течение 7 дней расход воды будет нормальным более 5 дней?

5.6. При передаче сообщения вероятность искажения одного знака равна 0,10. Какова вероятность того, что в сообщении из 8 знаков будет искажено не более трех знаков?

5.7. 5% телевизоров одного из телевизионных заводов требуют ремонта в течение гарантийного срока. Найти вероятность того, что из 5 телевизоров более трех потребуют ремонта.

5.8. Вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0,7. Найти вероятность того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена ровно 75 раз.

5.9. Вероятность того, что студент – девушка, равна 0,4. Найти вероятность, что из 800 студентов девушек меньше 200; более 500.

5.10. Во время стендовых испытаний подшипников качения 0,002 отходит в брак. Какова вероятность того, что при случайном отборе 5000 подшипников обнаружится 5 негодных?

5.11. Работница обслуживает 800 веретен. Вероятность обрыва пряжи на каждом из веретен в течение некоторого промежутка времени T равна 0,005. Найти вероятность того, что произойдет не более 3 обрывов.

5.12. Вероятность того, что пассажир опоздает к отправлению поезда, равна 0,01. Какова вероятность того, что из 600 пассажиров опоздадут не более двух?

5.13. Вероятность того, что покупателю нужна обувь 42 размера, равна 0,4. Найти вероятность того, что из 900 покупателей не более 460 потребуют обувь этого размера.

5.14. Вероятность появления успеха в каждом из 625 независимых опытов равна 0,8. Какова вероятность появления успеха от 400 до 520 раз?

5.15. Вероятность того, что человек имеет высшее образование в России 0,3. Какова вероятность того, что из 100 случайно взятых человек высшее образование имеют более 20%?

5.16. Вероятность того, что изделие не выдержит испытание, равна 0,001. Найти вероятность того, что из 5000 изделий хотя бы одно не выдержит испытание.

5.17. Магазин получил 2000 бутылок минеральной воды. Вероятность того, что при перевозке бутылка окажется разбитой, равна 0,002. Найти вероятность того, что магазин получит более трех разбитых бутылок.

6. Случайные события.

6.1. В круг радиуса R вписан правильный треугольник. Найти вероятность того, что точка, брошенная в этот круг, попадет в данный треугольник?

6.2. В группе из 30 студентов оценку «отлично» получили трое студентов, «хорошо» – шесть студентов, «удовлетворитель-

но» – девять студентов. Какова вероятность того, что из четырех наудачу выбранных студентов, один имеет неудовлетворительную оценку.

6.3. У сборщика имеется 3 корпусных и 7 эллиптических валиков. Сборщик наудачу взял один валик, а затем второй. Найти вероятность того, что первый из взятых валиков - конусный, а второй - эллиптический.

6.4. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго - 0,8. Найти вероятность того, что А - в мишень попадает только один из стрелков; В – в мишень попадет хотя бы один из стрелков.

6.5. Студент разыскивает нужную ему формулу в трёх справочниках. Вероятность того, формула содержится в первом, втором, третьем справочнике, соответственно равны: 0,6; 0,7; 0,8. Найти вероятности того, что формула содержится: а) только в одном справочнике; б) только в двух справочниках; в) во всех трёх, г) только в третьем справочнике.

6.6. В вычислительной лаборатории имеется 6 клавишных автоматов и 4 полуавтомата. Вероятность того, что за время выполнения расчета автомат не откажет, равна 0,95; для полуавтомата эта вероятность равна 0,8. Студент производит расчет на наудачу взятой машине. Найти вероятность того, что до окончания расчета машина не откажет.

6.7. Известно, что в партии из 600 электрических лампочек 200 изготовлены на I заводе, 250 на II заводе и 150 на III заводе. Известны также вероятности 0,97; 0,91; 0,93 того, что лампочка окажется стандартного качества при изготовлении её соответственно I, II, и III заводами. Какова вероятность того, что наудачу выбранная стандартная лампочка изготовлена на втором заводе.

6.8. Характеристика материалов, взятого для изготовления продукции, с вероятностями 0,09; 0,16; 0,25; 0,25; 0,16; и 0,09 может находиться в шести различных интервалах. В зависимости от свойств материала вероятности получения первосортной продукции равны соответственно 0,2; 0,3; 0,4; 0,4; 0,3 и 0,2. Определить вероятность получения первосортной продукции.

6.9. Имеется 5 станций, с которыми поддерживается связь. Время от времени связь прерывается из-за атмосферных помех.

Вследствие удаленности станций перерыв друг от друга связи с каждой из них происходит независимо от остальных с вероятностью $p = 0,2$. Найти вероятность того, что данный момент времени будет иметься связь не более чем с двумя станциями.

6.10. Вероятность появления успеха в каждом из 800 независимых опытов равна 0,8. Какова вероятность появления успеха 455 раз? От 400 до 700 раз?

6.11. Вероятность того, что изделие бракованное, равна 0,001. Найти вероятность того, что из 6000 изделий хотя бы три бракованные.

7. Дискретная случайная величина.

Составить ряд распределения случайной величины X и вычислить ее числовые характеристики.

7.1. Вероятность выигрыша по лотерейному билету 0,2. Случайная величина X – число выигравших билетов из трех купленных.

7.2. Студент сдает в сессию экзамены с вероятностями: математику – 0,8, физику – 0,7, историю – 0,9. Случайная величина X – число сданных экзаменов.

7.3. Студент может сдавать экзамен 3 раза, после чего его отчисляют. Вероятность сдать с 1-го раза равна 0,6, со 2-го – 0,7, с 3-го – 0,8. Случайная величина X – число приходов на экзамен. Записать функцию распределения.

7.4. Студент получает «5» за экзамен: по математике с вероятностью 0,2, по физике – 0,1, по истории – 0,4. Случайная величина X – число «пятерок» в сессию.

7.5. Студент ищет нужную формулу в 3 справочниках, причем если нашел, то дальше не ищет. Вероятность найти формулу в 1-м справочнике – 0,4, во 2-м – 0,5, в 3-м – 0,7. Случайная величина X – число просмотренных справочников.

7.6. Шахматист должен сыграть с тремя другими шахматистами. Он знает, что вероятность выиграть у 1-го равна 0,9, у 2-го – 0,7, у 3-го – 0,3. Случайная величина X – число выигранных партий.

7.7. У студента в сумке учебники по математике, физике, истории, геологии. Ему нужно достать учебник по математике, и он наугад достает по одному, пока не достанет нужный. Случайная величина X – число вынутых учебников.

7.8. Студент посещает занятия с вероятностями: первую пару с вероятностью – 0,6, 2-ю – 0,9, 3-ю – 0,8. Случайная величина X – число пар, на которых был студент.

7.9. У охотника 3 патрона и он стреляет в дичь пока не попадет, или пока не закончатся патроны. Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,6. Случайная величина X – число израсходованных патронов. Записать функцию распределения.

7.10. В колоде 36 карт, сдают 6 карт. Случайная величина X – число тузов среди сданных карт.

7.11. Вероятность того, что студент получает стипендию, равна 0,4. Случайная величина X – число студентов, получающих стипендию из 4-х наугад выбранных.

7.12. У дежурного гостиницы в кармане 4 различных ключа. Вынув наугад ключ, он пробует открыть дверь комнаты. Составить закон распределения числа опробованных ключей, если проверенный ключ не возвращается обратно. Найти его числовые характеристики.

8. Непрерывная случайная величина.

8.1. Случайная величина X задана функцией распределения (интегральной функцией) $F(x)$. Найти: а) дифференциальную функцию $f(x)$ (плотность вероятности); б) математическое ожидание и дисперсию; в) вероятность попадания случайной величины в заданный интервал $(\alpha; \beta)$, то есть $P(\alpha < X < \beta)$. г) Построить $F(x)$ и $f(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 0,5 \cdot x, & 0 < x \leq 2, \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{x^2}{100}, & 0 < x < 10, \\ 1, & x \geq 10 \end{cases}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -2, \\ \frac{x}{4} + \frac{1}{2}, & -2 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

- 1) $a=1, b=2$; $a=5, b=8$; $a=0, b=3$.
 2) $a=1, b=5$; $a=6, b=12$; $a=-1, b=4$.
 3) $a=-1, b=1$; $a=2, b=10$; $a=-3, b=1$.

8.2. Случайная величина X имеет плотность

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ Ax + \frac{1}{12} & \text{при } 0 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{при } x > 4 \end{cases}.$$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ Ax^2 + \frac{1}{20} & \text{при } 0 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{при } x > 4 \end{cases}$$

Найти коэффициент A . Записать функцию распределения данной случайной величины. Найти числовые характеристики.

9. Нормальный закон распределения.

9.1. Вес вылавливаемых в прудах зеркальных карпов X – случайная величина, имеющая нормальный закон распределения с математическим ожиданием, равным 500 г, и средним квадратическим отклонением – 75 г. Записать плотность вероятности случайной величины X . Найти вероятность того, что вес наудачу взятого карпа: а) заключен в пределах от 425г до 550 г; б) более 700г; в) менее 400г.

9.2. Некоторая категория работников имеет среднюю зарплату 16 тыс. рублей и среднее квадратическое отклонение зарплаты 4 тыс. рублей. Предполагая, что зарплата X – случайная величина, имеющая нормальное распределение, записать ее плотность распределения. Определить процент работников, получающих зарплату: а) более 20 тыс.руб.; б) менее 8 тыс. рублей; в) от 15 до 18 тыс. рублей.

9.3. Длина изготавливаемых станком-автоматом деталей представляет собой случайную величину X , имеющую нормальное распределение с математическим ожиданием, равным 200 см, и среднеквадратическим отклонением – 0,2 см. Записать плотность распределения случайной величины X . Определить вероятность брака, если допустимые размеры детали $200 \pm 0,3$ см.

9.4. Некоторая категория людей имеет средний вес 60 кг и среднее квадратическое отклонение веса 3 кг. Предполагая, что

вес m – случайная величина, имеющая нормальное распределение, записать ее плотность распределения. Определить вероятность того, что вес случайно взятого человека: а) отличается от среднего не более чем на 5 кг; б) находится в пределах от 62 до 66 кг; в) менее 50 кг.

9.5. В нормально распределенной совокупности 15% значений X меньше 12, а 40% значений X больше 16,2. Найти среднее значение и среднее квадратическое отклонение данного распределения.

9.6. Игральную кость бросают 80 раз. Найти границы, в которых с вероятностью 0,95 будет заключено число m выпадений шестерки.

10. Равномерное распределение.

10.1. Случайная величина X распределена равномерно на интервале $(2;8)$. Записать функцию плотности вероятности, функцию распределения, построить их графики, найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и медиану. Найти вероятности $P(X < 3)$; $P(X > 5)$; $P(4 < X < 6)$.

10.2. Число дней, проведенных больным в больнице, T – случайная величина, имеющая равномерное распределение. Наименьшее число дней, необходимое для обследования, равно 5; наибольшее – 12. Записать плотность распределения случайной величины T . Найти ее математическое ожидание, дисперсию; вероятность того, что время пребывания больного в больнице: а) не превысит 7 дней; б) превысит 10 дней; в) будет в пределах от 6 до 8 дней.

10.3. Автобусы идут с интервалом 10 минут. Считая, что случайная величина X – время ожидания автобуса имеет равномерное распределение, найти А) функции плотности и распределения, построить их графики; Б) среднее время ожидания, дисперсию и среднее квадратическое отклонение времени ожидания; В) вероятности того, что время ожидания автобуса будет не более 3 минут; более 4 минут; от 5 до 8 минут.

11. Показательный закон распределения.

11.1. Записать функцию плотности и функцию распределения показательного закона, если параметр $\lambda = 5$; построить их графики. Найти математическое ожидание, дисперсию, среднее

квадратическое отклонение, вероятности $P(X < 7)$; $P(X > 3)$; $P(2 < X < 5)$.

11.2. Время между двумя сбоями вычислительной машины t – случайная величина, имеющая показательное распределение с математическим ожиданием, равным 400 часов. Записать функцию плотности вероятности данной случайной величины. Найти вероятность безотказной работы машины в течение а) менее 300 часов; б) более 500 часов.

11.3. Для ремонта автомобиля требуется в среднем 3 часа. Предполагая, что время T , необходимое для ремонта автомобиля, случайная величина, имеющая показательное распределение, записать плотность вероятности случайной величины T . Найти ее математическое ожидание, дисперсию, вероятность того, что время ремонта составит: а) самое большее 1,5 часа; б) от 1 до 2 часов; в) более 2,5 часов.

12. Случайные величины.

12.1. Вероятность перевыполнения плана для СУ-1 равна 0,9, для СУ-2 – 0,8, для СУ-3 – 0,7. X – число СУ, перевыполнивших план. Составить закон распределения. Вычислить числовые характеристики. Построить функцию распределения.

12.2. X – непрерывная случайная величина, задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0; & x < 1 \\ \frac{1}{2}(x^2 - x); & 1 \leq x \leq 2 \\ 1; & x > 2 \end{cases}$$

Найти плотность распределения вероятностей, числовые характеристики, вероятность попадания СВ в интервал: $[1,5; 1,9]$, $[1,2; 2,3]$.

12.3. Из пункта С ведется стрельба из орудия. Предполагается, что дальность полета распределена нормально и среднее его значение 1000м, с отклонением 5м. Определить (%), сколько снарядов упадет с перелетом от 5 до 70 метров.

Записать функции плотности и распределения.

12.4. Случайная величина распределена по показательному закону с математическим ожиданием равным 3. Записать функ-

ции плотности и распределения. Найти вероятность того, что данная СВ примет положительное значение.

12.5. Ребро куба x измерено приближенно: $1 \leq X \leq 2$. Рассматривая ребро куба как СВ X , распределенную равномерно, найти математическое ожидание и дисперсию объема куба и вероятность того, что объем куба будет в пределах от 5 до 9.

12.6. X – непрерывная случайная величина, задана функцией плотности вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 2 \\ Ax - 4 & 2 \leq x \leq 3 \\ 0 & x > 3 \end{cases}$$

Найти A , функцию распределения, числовые характеристики.

Самостоятельная работа:

1. На экзамене студенту предлагаются 25 билетов. В каждом билете 3 вопроса. Из 75 вопросов, вошедших в билеты, студент знает 60. Какова вероятность того, что взятый студентом билет будет содержать только один не известный ему вопрос?

2. В двух ящиках находятся детали: в 1ом – 10 (из них 3 стандартных), во 2ом – 15 (из них 6 стандартных). Из каждого ящика наудачу вынимают по одной детали. Найти вероятность того, что обе детали окажутся стандартными.

3. В двух ящиках содержится по 20 деталей, причем из них в 1-м – 17, а во 2-м – 15 стандартных деталей. Из 2го ящика наудачу извлечена одна деталь и переложена в 1ый ящик. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная после этого деталь из 1го ящика будет стандартной.

4. Какова вероятность того, что квадрат выбранного наудачу целого числа будет оканчиваться цифрой 6?

5. Стрелок выстрелил 3 раза по удаляющейся от него мишени, причем вероятность попадания в цель в начале стрельбы равна 0,7, а после каждого выстрела она уменьшается на 0,1. Вычислить вероятность попасть в мишень два раза и один раз промахнуться.

6. Имеется 5 урн: две из них содержат по 2 белых и 3 черных шара, две – по 1 белому и 4 черных и одна урна – 4 белых и 1

черный шар. Из одной наудачу выбранной урны взяли шар. Он оказался белым. Чему равна вероятность того, что шар вынули из урны с 4 белыми и 1 черным шарами?

7. В коробке находятся 2 черных, 3 красных и 5 белых шаров. Три человека вынимают по шару. Найти вероятность того, что вынутые шары будут разных цветов.

8. При одном цикле обзора радиолокационной станции, следящей за космическим объектом, объект обнаруживается с вероятностью 0,7. Обнаружение объекта в каждом цикле происходит независимо от других. Найти вероятность того, что при 4 циклах объект будет обнаружен.

9. При передаче сообщения сигналами «точка» и «тире» эти сигналы встречаются в отношении 5:3. Статистические свойства помех таковы, что искажаются в среднем $\frac{2}{5}$ сообщений «точка» и $\frac{1}{3}$ сообщений «тире». Найти вероятность того, что произвольный из принятых сигналов не искажен.

10. На столе лежат 36 экзаменационных карточек с номерами 1,2,...,36. Преподаватель берет 2 любые карточки. Какова вероятность того, что они из первых 6?

11. Стрелок выстрелил три раза по удаляющейся от него мишени, причем вероятность попадания в цель в начале стрельбы равна 0,7, а после каждого выстрела она уменьшается на 0,1. Вычислить вероятность попасть в мишень хотя бы один раз.

12. В партии 600 лампочек; 200 изготовлены на 1-м заводе, 250 – на 2-м, 150 – на 3-ем. Вероятность того, что лампочка окажется стандартной для 1-го завода равна 0,97, для 2-го – 0,91, для 3-го – 0,93. Какова вероятность того, что наудачу взятая лампочка, оказавшаяся стандартной, изготовлена 1ым заводом?

13. Найти вероятность того, что при бросании двух игральных костей выпадет число очков, составляющих в сумме число, кратное трем.

14. Три баскетболиста должны произвести по одному броску мяча. Вероятности попадания мяча в корзину для первого, второго и третьего баскетболистов равны соответственно 0,9; 0,8 и 0,7. Найти вероятность того, что удачно произведет бросок только один спортсмен.

15. В стройотряде 70% первокурсников и 30% студентов второго курса. Среди первокурсников 10% девушек, а среди сту-

дентов второго курса – 5% девушек. Все студенты по очереди дежурят на кухне. Найти вероятность того, что в случайно выбранный день на кухне дежурит девушка.

16. Для проверки магазинов нужны три ревизора, каждый из которых должен проверить два магазина. Чему равна вероятность того, что при случайном распределении объектов первому ревизору попадут данные два магазина?

17. Стрелок выстрелил 3 раза по удаляющейся от него мишени, причем вероятность попадания в цель в начале стрельбы равна 0,7, а после каждого выстрела она уменьшается на 0,1. Вычислить вероятность попасть в мишень один раз и два раза промахнуться.

18. Три станка расположены на одной прямой, расстояние между каждыми двумя соседними станками одинаково и равно a . Рабочий, обслуживающий станки, переходит от станка, на котором работа закончена, к любому из двух остальных с равными вероятностями. Найти вероятность того, что длина совершаемого им перехода равна a .

19. Студентам, едущим на практику, предоставили 7 мест в Ленинград, 8 – в Омск и 10 – в Воронеж. Какова вероятность того, что три определенных студента попадут на практику в Воронеж?

20. Чему равна вероятность того, что при бросании трех игральных костей 6 очков появятся хотя бы один раз?

21. При рентгеновском обследовании вероятность обнаружить заболевание туберкулезом у больного туберкулезом равна 0,9. Вероятность принять здорового человека за больного равна 0,01. Пусть доля больных туберкулезом по отношению ко всему населению равна 0,001. Найти условную вероятность того, что человек здоров, если он был признан больным при обследовании.

22. Из букв разрезной азбуки составлено слово “воздух”. Перемешаем карточки, затем, вынимая их наудачу, кладем по порядку. Какова вероятность того, что получится слово “ход”?

23. При включении зажигания двигатель начинает работать с вероятностью 0,8. Найти вероятность того, что для ввода двигателя в работу придется включить зажигание не более двух раз.

24. Партия состоит из вентиляторов рижского и московского заводов. В партии 70% вентиляторов рижского завода. Для

вентилятора московского завода надежность в течение времени t равна 0,95, рижского – 0,92. Найти вероятность безотказной работы вентилятора в течение времени t .

25. На сборку поступил ящик с 30 деталями, из которых 3 нестандартных, а детали высшего и первого сортов находятся в отношении 2:7. Рабочий взял 4 детали из ящика. Найти вероятность того, что взяты две детали первого сорта и по одной детали высшего сорта и нестандартной.

26. Подбрасываются две монеты. Какова вероятность того, что на обеих выпадет герб?

27. При разрыве снаряда образуются крупные, средние и мелкие осколки в отношении 1:3:6. При попадании в танк крупный осколок пробивает броню с вероятностью 0,9, средний – 0,3, мелкий – 0,1. Какова вероятность того, что попавший в броню осколок и пробивший ее был крупный?

28. В партии из пяти деталей имеются две дефектных. Наудачу отобраны три детали. Найти вероятность того, что будут отобраны две стандартных и одна дефектная детали.

29. В лотерее 1000 билетов, из них на 1 билет падает выигрыш 500 рублей, на 10 билетов – по 100 руб., на 50 билетов – по 5 руб., остальные билеты невыигрышные. Некто покупает 1 билет. Найти вероятность выигрыша не менее 20 рублей.

30. На сборку поступают детали с трех автоматов. Первый автомат дает 0,3% брака, второй – 0,2%, третий – 0,4%. Найти вероятность попадания на сборку бракованной детали, если с первого автомата поступает 1000 деталей, со второго – 2000, а с третьего – 2500.

31. Группа состоит из 4 студентов горного, 8 – механического, 6 – химического и 7 – электротехнического факультетов. Какова вероятность того, что 3 первых студента, явившихся на экзамен, окажутся студентами химического факультета?

32. Имеется четыре различных ключа, из которых только один подходит к замку. Определить вероятность трех опробований при открывании замка, если испробованный ключ, в последующих попытках открыть замок не участвует.

33. Наборщик пользуется двумя кассами. В первой кассе – 90%, а во второй – 80% отличного шрифта. Извлеченная литера

из наудачу взятой кассы оказалась отличного качества. Найти вероятность того, что она взята из первой кассы.

Самостоятельная работа студентов

Студенты обязаны в объеме часов, отпущенных на самостоятельную работу при изучении данной дисциплины, выполнять следующие виды самостоятельной работы:

- разбор и изучение теоретического материала по учебникам, пособиям и конспектам лекций;
- решение заданий по темам практических занятий;
- подготовка к промежуточному контролю.

К зачету необходимо выполнить все виды работ.