**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
**«Кузбасский государственный технический университет
имени Т.Ф. Горбачева»**

Кафедра прикладных информационных технологий

Составитель

Г. Н. Речко
Т. В. Сарапулова

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Методические указания к самостоятельной работе

Рекомендовано учебно-методической комиссией специальности
38.05.01 (080101.65) «Экономическая безопасность»
в качестве электронного издания
для самостоятельной работы

Кемерово 2015

Рецензенты:

1. Буйная Елена Васильевна – кандидат экономических наук, доцент кафедры прикладных информационных технологий.
2. Лубкова Эльмира Миннулловна – кандидат экономических наук, доцент, зав. кафедрой финансы и кредит, председатель учебно-методической комиссии специальности 38.05.01 (080101.65) «Экономическая безопасность».

Речко Галина Николаевна, Сарапулова Татьяна Викторовна. Моделирование экономических процессов: методические указания к самостоятельной работе [электронный ресурс]: для студентов специальности 38.05.01 (080101.65) «Экономическая безопасность», образовательная программа «Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности», очной формы обучения / сост.: Г. Н. Речко, Т. В. Сарапулова. – Кемерово: КузГТУ, 2015. – Систем. требования: Pentium IV; ОЗУ 8 Мб; Windows XP; мышь. – Загл. с экрана.

Электронное издание предназначено для выполнения самостоятельной работы. В состав указаний входят задания для самостоятельной работы, оценочные средства для текущего контроля и промежуточной аттестации.

© КузГТУ, 2015
© Речко Г. Н.,
© Сарапулова Т. В.,
составление, 2015

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Методические указания предназначены для студентов специальности «Экономическая безопасность» очной формы обучения, изучающих дисциплину «Моделирование экономических процессов», для выполнения самостоятельной работы.

Самостоятельная работа студентов включает:

1) проработку теоретического материала, изложенного на лекциях;

2) подготовку к практическим занятиям;

3) выполнение заданий для самостоятельной работы. Номер варианта задания определяется преподавателем. В качестве закрепления материала студент может дополнительно выполнить любой другой вариант задания. Защита самостоятельных работ производится по мере их выполнения в соответствии с календарным учебным планом-графиком и определенной в данных методических указаниях последовательности.

Качество самостоятельной работы студентов оценивается по результатам устного опроса студентов на лекциях, защиты заданий практических занятий и самостоятельных работ, проверки контрольных работ.

ОБЩАЯ ЗАДАЧА ЛИНЕЙНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Формальная постановка и **математическая запись** задачи линейной оптимизации выступает в следующей форме.

Дано:

m – количество видов используемых ресурсов $(i = 1,2,...,m)$;

n – количество видов производимой продукции $(j = 1,2,\dots,n)$;

B_i – наличный объем i-*го* вида ресурса $(i = 1,2,...,m)$;

A_{ij} – норма расхода i-*ого* вида ресурса на производство единицы продукции j *го* вида $(i = 1,2,...,m;\ j = 1,2,\dots,n)$;

C_j – прибыль от реализации единицы продукции j-*го* вида $(j = 1,2,\dots,n)$.

Искомые переменные:

X_j – объем производства продукции j-*го* вида $(j = 1,2,\dots,n)$.

Требуется найти такие значения переменных (объемов производства) $X_1, X_2, .., X_n$, при которых достигается:

• целевая «установка» (получение максимальной прибыли)

$$L(X) = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j \qquad (1.1)$$

• ограничения задачи (не превзойти имеющихся объёмов ресурсов):

$$\sum_{j=1}^{n} A_{ij} X_j \le B_i \quad (i = 1 \dots m) \qquad (1.2)$$

• условия неотрицательности искомых переменных (объёмы производства не могут быть отрицательными числами):

$$X_j \ge 0 \qquad (j = 1 \dots n) \qquad (1.3)$$

Основные понятия и общие свойства линейных программ

Любой вектор $X=(X_1,X_2,..,X_n)$, удовлетворяющий ограничениям (1.2)-(1.3) задачи линейного программирования, называют ***допустимым решением (планом)***, а совокупность таких векторов – ***множеством допустимых решений (планов)***.

• Если учесть, что каждое из ограничений (1.2)-(1.3) имеет своим геометрическим образом полупространство, ограниченное гиперплоскостью (плоскостью n-мерного пространства), то по аналогии с ранее приведенным графическим рассмотрением двухмерной линейной программы напрашивается вывод о том, что *множество планов является выпуклым многогранником и оптимум (максимум, минимум) достигается только в его вершинах*.

• Множество планов нашей n-мерной задачи ограничено m+n гиперплоскостями. Поскольку всякая вершина получается пересечением хотя бы n плоскостей, количество вершин не превышает числа сочетаний из m+n по n и для поиска их координат достаточно перебрать все возможные системы уравнений, формируемые на основе (1.2)-(1.3).

Обычно вместо понятия вершины многогранника планов используют понятие ***опорного плана***. *План называют опорным, если он обращает в равенство хотя бы n независимых ограничений* (1.2)-(1.3) (в вершине пересекаются хотя бы n граничных гиперплоскостей). Можно доказать, что *число ненулевых составляющих опорного плана не превышает* числа m ограничений (1.2). Опорный план, содержащий ровно m положительных компонент, называется *невырожденным*, и в противном случае – *вырожденным.*

Очевидно, что ***оптимальный план*** – план $X=(X_1,X_2,..,X_n)$, обеспечивающий наибольшее (наименьшее) значение целевой функции – *всегда является опорным (но не любой опорный план является оптимальным*).

Перепишем (1.2) в компактном виде:

$$\sum_{j=1}^{n} A_j X_j \le B \quad , \qquad (1.4)$$

где A_j – вектор коэффициентов при X_j и B – вектор правой части.

Система m векторов A_j при положительных компонентах опорного плана называется ***базисом*** этого плана (эта система линейно независима и знание базиса автоматически определяет соответствующий опорный план).

В случае задачи двух переменных для решения можно воспользоваться **графическим методом**.

Решение задачи графически осуществляется в два этапа:

1-й этап – поиск множества допустимых решений. Очевидно, что условие $\alpha X_1 + \beta X_2 \le \gamma$ задает полуплоскость, ограниченную прямой $\alpha X_1 + \beta X_2 = \gamma$. Тогда система подобных ограничений определит *множество* допустимых решений (*планов*) в виде некоторого выпуклого многоугольника.

2-й этап – поиск оптимального решения. Если вспомнить понятие *градиента* функции в точке как вектора, составленного из частных производных функции, вычисленных в этой точке, и учесть, что *градиент указывает направление наибольшего возрастания функции в окрестности точки*, то в случае линейной функции можно утверждать постоянство градиента в любой точке плоскости. Тогда очевидно, что экстремумы линейной функции достигаются лишь в вершинах множества планов (или на какой-то грани множества, если градиент перпендикулярен этой грани), но не внутри множества.

Рассмотренный подход к решению двухмерной линейной программы приводит к следующим исходам:

• *множество планов пусто* (построив полуплоскости, соответствующие ограничениям задачи, может обнаружиться отсутствие общей области, рис. 1), т.е. система ограничений противоречива или несовместна. Следовательно, *задача не имеет решения;*

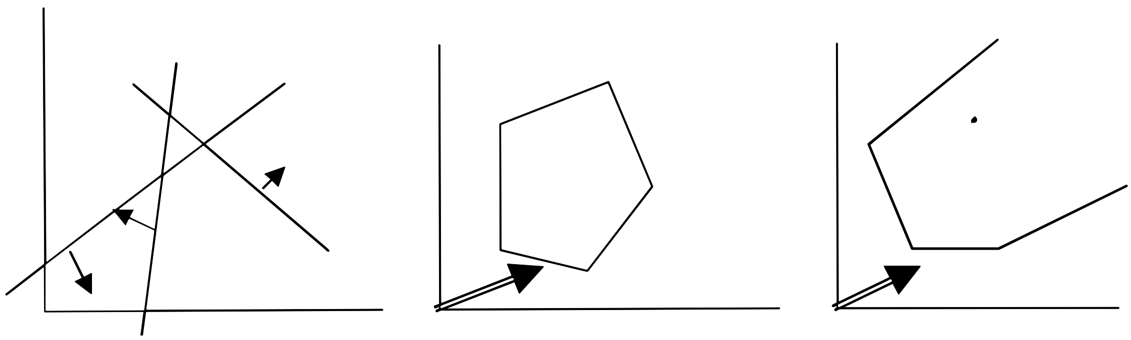

Рис.1 *Рис.2* *Рис.3*

• в случае непротиворечивых ограничений *множество планов является выпуклым многоугольником* (в частности, отрезком, лучом или даже точкой) и *экстремумы целевой функции достигаются в вершинах этого многоугольника* (рис. 2); если градиент перпендикулярен некоторой грани, то во всех точках отрезка, соединяющего соответствующие вершины);

• *множество планов может оказаться неограниченным* (рис. 3) – в этом случае может обнаружиться факт *неограниченности значений целевой функции по максимуму и (или) минимуму*.

Установленные для двухмерного случая свойства решений обобщаются и на произвольную линейную программу:

множество планов линейной программы представляет собой выпуклый многогранник и *экстремумы целевой функции достигаются в вершинах этого многогранника.*

Наряду с графическим методом существует более быстрый **симплексный метод** – *метод упорядоченного перебора опорных планов* (упорядоченность обеспечивается монотонным изменением значения целевой функции при переходе к очередному опорному плану). При использовании этого метода число перебираемых опорных планов не превышает m (в худшем случае до $2m$). Алгоритм симплексного метода подробно описан в [1].

Задания для самостоятельной работы

Предположим, что для производства двух видов продукции А и В используются три вида ресурсов. На изготовление единицы изделия А расходуется a_1, a_2 и a_3 кг ресурсов соответствующего вида, на изготовление единицы изделия В расходуется b_1, b_2 и b_3 кг ресурсов.

На складе фирмы наличные объемы ресурсов соответствующего вида составляют c_1, c_2 и c_3 кг.

От реализации единицы готовой продукции вида А фирма имеет прибыль в размере α рублей, а от единицы продукции вида В – β рублей.

Требуется найти такие объемы производства продукции А и В, при которых достигается максимум суммарной прибыли от реализации. При этом количество используемых ресурсов на производство продукции не должно превосходить их наличного количества.

Задание 1

1. Запишите соответствующую вашему варианту общую модель линейной оптимизации.
2. Запишите соответствующую вашему варианту числовую модель (т.е. модель, соответствующую количественным параметрам вашего варианта) линейной оптимизации.
3. Найдите графическое решение задачи и дайте геометрическую интерпретацию.
4. Поясните экономический смысл полученного решения.

Задание 2

1. Найдите решение задачи, соответствующей вашему варианту, симплексным методом.

2. Дайте геометрическую интерпретацию полученного решения.

3. Поясните экономический смысл полученного решения.

Варианты заданий:

	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3	c_1	c_2	c_3	α	β
1	20	15	14	28	9	1	758	526	541	10	2
2.	15	15	9	33	25	3	571	577	445	8	10
3.	11	13	13	21	15	3	741	741	822	5	3
4.	14	12	8	8	4	2	624	541	376	7	3
5.	19	16	19	26	17	8	868	638	853	5	4
6.	14	15	20	40	27	4	1200	993	1097	5	13
7.	9	15	15	27	15	3	606	802	840	11	6
8.	13	13	11	23	11	1	608	614	575	5	7
9.	8	14	14	7	8	1	417	580	591	5	5
10.	19	16	19	31	9	1	1121	706	1066	16	19
11.	7	6	5	8	3	1	476	364	319	11	10
12.	10	9	3	18	15	1	1238	1118	523	11	13
13.	8	7	7	12	9	3	612	492	562	11	9
14.	8	7	7	10	5	2	459	379	459	9	9
15.	10	9	5	6	3	1	735	765	455	8	4
16.	5	6	7	7	6	1	256	283	363	9	7
17.	3	9	10	5	3	2	414	723	788	12	16
18.	7	7	8	13	8	2	363	327	429	6	4
19.	7	7	8	5	2	1	347	300	357	11	7
20.	5	9	10	7	9	8	343	587	587	11	7

Контрольные вопросы

1. Что означает выражение «найти оптимальное решение задачи»?

2. Как вы понимаете заявление о желании найти «наиболее оптимальный план»?

3. Допустимый план, опорный план, оптимальный план: в чем разница между понятиями?

4. В чем состоит идея симплексного метода?

5. Имеет ли верхняя строчка симплексной таблицы какое-нибудь отношение к понятию градиента?

6. Объясните, почему при поиске оптимального решения задачи рассматривают только опорные планы.

7. Ищется максимум линейной функции при 3 ограничениях на 5 неотрицательных переменных. Может ли ее план с компонентами (1, 2, 3, 4, 5) быть оптимальным? А набор значений (5, 4, 3, 2, 1)?

8. Когда дальнейший перебор опорных планов становится невозможен?

9. В каких случаях, решая задачу линейной оптимизации симплексным методом, вы сделаете вывод, что она не разрешима?

10. Почему искусственные переменные в целевой функции отражаются с коэффициентом $+M$ для задачи минимизации и $-M$ для задачи максимизации?

11. Как вы сможете объяснить обнаружение факта неограниченности значения целевой функции при решении реальной задачи максимизации прибыли от какой-то деятельности?

ДВОЙСТВЕННАЯ ЗАДАЧА

Для всякой задачи линейного программирования (прямой задачи) существует связанная с ней задача линейного программирования, которая называется **двойственной.** Ниже иллюстрируется взаимосвязь данных прямой и двойственной задач.

ПРЯМАЯ ЗАДАЧА

Найти план производства ($X_1,X_2,..,X_n$), дающий **максимум** прибыли

$$L(X) = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j \qquad (2.10)$$

при ограничениях на объём ресурсов :

$$\sum_{j=1}^{n} A_{ij} X_j \le B_i \quad (i = 1 \dots m) \qquad (2.11)$$

и условиях неотрицательности объёмов производства:

$$Xj \ge 0 \qquad (j=1...n) \qquad (2.12)$$

ДВОЙСТВЕННАЯ ЗАДАЧА

Найти двойственные оценки ($Y_1,Y_2,..,Y_m$), дающие **минимум** функции

$$\tilde{L}(Y) = \sum_{i=1}^{m} B_i Y_i \qquad (2.13)$$

при ограничениях:

$$\sum_{i=1}^{m} A_{ij} Y_i \ge C_j \qquad (j = 1..n), \qquad (2.14)$$

$$Y_i \ge 0 \qquad (i = 1..m). \qquad (2.15)$$

Двойственные оценки – переменные Y_i ($i=1..m$) называют обычно *объективно обусловленными оценками ресурсов* (Y_i – объективная стоимость i–го ресурса). Тогда целевая функция (2.4) определяет стоимость имеющихся (предоставленных нам) ресурсов, а ограничения (2.5) требуют, чтобы назначаемая цена на произведенный продукт не превышала затрат на использованные ресурсы (*при отказе от сверхприбыли*).

Полученные двойственные оценки обладают рядом свойств, используемых при экономико-математическом анализе результатов решения.

1. *Значения целевых функций прямой и двойственной задач для оптимальных планов равны* (если для каких-то допустимых планов пары двойственных задач значения целей совпадают, эти планы являются оптимальными).

2. *Если какой-либо продукт производится в оптимальном плане*, то расход ресурсов на его производство, исчисленный в оценках ресурсов, в точности равен прибыли, получаемой от его реализации.

3. *Если продукт не производится в оптимальном плане*, то затраты ресурсов на его производство, исчисленные в оценках ресурсов, как правило больше (во всяком случае не меньше) прибыли от его реализации.

4. *Если оценка ресурса строго положительна, то ресурс расходуется полностью. Если ресурса в избытке, то его оценка в оптимальном плане будет равна нулю.*

5. *Оценка ресурса показывает, на какую величину изменится (увеличится) значение целевой функции прямой задачи, если увеличить количество данного ресурса на единицу* (предлагается в экспериментальном порядке убедиться, что это на самом деле так).

Вообще говоря, постановка двойственной задачи не ограничивается поиском упомянутых оценок.

Обычно ставят двойственную задачу и решают ее, если ее решение проще решения исходной.

Найденное оптимальное значение целевой функции совпадает с оптимальным значением целевой функции исходной задачи (***первая теорема двойственности***).

Этого конечно мало для поиска компонент оптимального плана исходной задачи. Но здесь на помощь приходит ***вторая теорема двойственности***, утверждающая, что для оптимальных планов, если какое-то условие одной задачи выполняется как строгое неравенство, то соответствующее условие другой задачи выполняется строгим равенством.

Для рассмотренной задачи между условиями пары двойственных задач установлено соответствие:

$$(1)\quad \sum_{j=1}^{n} A_{ij} X_j \le B_i \quad \leftrightarrow \quad Y_i \ge 0 \quad ;$$

$$(2)\quad X_j \ge 0 \quad \leftrightarrow \quad \sum_{i=1}^{m} A_{ij} Y_i \ge C_j \quad .$$

Более подробно с использованием двойственных оценок можно ознакомиться в [1].

Задание для самостоятельной работы

Задание 3

1. Запишите сопряженную (двойственную) задачу, соответствующую числовой модели вашего варианта (задание 1).

2. Найдите решение сопряженной задачи из соотношений двойственности.

3. Поясните экономический смысл полученного решения сопряженной задачи.

Контрольные вопросы

1. Зачем нужна двойственность в линейном программировании?

2. Экономическая интерпретация симметричной пары двойственных задач.

3. Какой путь вы предпочли бы для решения задачи линейной оптимизации с 2 ресурсными ограничениями на 8 неотрицательных искомых показателей?

4. Что бы вы предложили при решении задачи линейной оптимизации с одним ограничением на 8 неотрицательных искомых показателей?

5. Как запишется сопряженная задача для задачи максимизации прибыли $L(X)= C^T X$ при условиях $AX \le B$, $X \ge 0$?

6. Решая задачу максимизации $L(X)= C^T X$ при условиях $AX \le B$, $X \ge 0$, мы получили вектор X, при котором одно из условий $AX \le B$ выполняется строгим неравенством. Что вы скажете о значении соответствующей двойственной переменной?

СОЗДАНИЕ БИЗНЕС-ПРЕЗЕНТАЦИИ

Информация, поданная потребителю в виде бизнес-презентации, легко воспринимается. Презентации незаменимы на выставках и конференциях, это отличный способ анонсировать новый товар или услугу, представить инвестиционный проект. Бизнес-презентация – это серьезный маркетинговый инструмент, самый быстрый и современный способ донести любую информацию до аудитории.

Создание презентации состоит из нескольких этапов:

1. Планирование презентации – это многошаговая процедура, включающая определение целей, изучение аудитории, формирование структуры и логики подачи материала. Планирование презентации включает в себя:

- определение целей;
- сбор информации об аудитории;
- определение основной идеи презентации;
- подбор дополнительной информации;
- планирование выступления;
- создание структуры презентации;
- проверка логики подачи материала.

2. Разработка презентации включает следующие задачи:

- определить наполнение слайдов;
- визуализировать полученный материал;
- разработать для презентации дизайн ключевых слайдов, применяя единый подход в оформлении;
- оживить презентацию с помощью анимации, придав ей наглядность и динамику;
- провести окончательную текстовую и графическую оптимизацию, которая позволит создать эффектную презентацию, сделать ее более понятной, интересной и результативной.

3. Репетиция презентации – это проверка и отладка созданной презентации.

PowerPoint-презентация – наиболее универсальный и распространенный вид презентаций. В PowerPoint-презентацию кроме текста можно встроить картинки, фотографии, анимационные, звуковые и другие мультимедиа файлы. С помощью встроенных средств анимации и управления PowerPoint можно создать динамичную презентацию, а можно размеренную, наполненную подробными описаниями. Более подробно с использованием MS PowerPoint можно ознакомиться в [3].

Задание для самостоятельной работы
Задание 4

Для предложенной задачи по теме «Принятие решений в условиях неопределенности (теория статистических решений)» подготовить материал в виде презентации, используя MS PowerPoint.

Требования к презентации:

- презентация должна полностью соответствовать теме;
- первый лист – это титульный лист, на котором обязательно должны быть представлены название презентации, фамилия, имя, отчество автора;
- презентация обязательно должна включать экономическую постановку задачи;
- соблюдайте единый стиль оформления;
- каждый слайд должен иметь заголовок и нумерацию;
- в тексте используйте короткие предложения и фразы;
- минимизируйте количество предлогов, наречий, прилагательных;
- избегайте сплошного текста, лучше используйте списки;
- для упрощения восприятия цифры желательно округлять, убирая сотые и десятые доли, если это не меняет смысла информации;
- таблицы можно показывать в презентации, если точек сравнения (ячеек) до 10. Если точек сравнения больше, лучше представить на графике или диаграмме, так как таблица будет громоздкой;
- не стоит заполнять один слайд слишком большим объемом информации. Обычно в слайде должно быть от 20 до 40 слов. Разумный максимум – 80 слов;

- наибольшая эффективность достигается тогда, когда ключевые пункты отображаются по одному на каждом отдельном слайде;
- оптимальная скорость переключения: один слайд за 1–2 минуты. Слушатели должны успеть воспринять информацию и со слайда, и на слух;
- документ должен быть выдержан в строгой цветовой гамме, содержать максимум два-три различных оттенка. Для фона и текста используйте контрастные цвета;
- шрифт лучше выбрать один, лаконичный и легко читаемый. Желательно использовать шрифты без засечек. Размер шрифта для заголовков – не менее 24, для информации – не менее 18. Текст меньшего размера воспринимается с трудом;
- большим плюсом в презентации является наличие иллюстраций и инфографики. Формулы, таблицы, диаграммы помогают донести больше информации. Иллюстрации должны быть высокого качества. Графические изображения должны сочетаться по стилю с текстом;
- не стоит злоупотреблять различными анимационными эффектами, они не должны отвлекать внимание от содержания информации на слайде.

В результате выполнения данной работы студент должен выступить с презентацией своего проекта (максимальная продолжительность выступления 7 мин.) и уметь ответить на дополнительные вопросы.

Контрольные вопросы

1. В чем разница между понятиями риск и неопределенность?
2. В чем разница между ситуацией риска и ситуацией неопределенности? Приведите примеры.
3. Сформулируйте критерии принятия решения для ситуации риска и для ситуации неопределенности?

ТЕМАТИКА ВОПРОСОВ К ЗАЧЕТУ
по дисциплине «**Моделирование экономических процессов**»

1. Введение в экономико-математическое моделирование
   1.1. Понятие экономико-математической модели и экономико-математического моделирования
   1.2. Типичные экономические задачи, решаемые при помощи экономико-математического моделирования
   1.3. Этапы экономико-математического моделирования
2. Основы линейного программирования
   2.1. Линейная программа: случай двух переменных
   2.2. Алгоритм графического решения линейной программы
   2.3. Общая задача линейной оптимизации (постановка и математическая запись)
   2.4. Понятие о базисе опорного плана
   2.5. Основная идея и алгоритм симплексного метода
   2.6. Приведение задачи к канонической форме
   2.7. Выбор начального опорного плана
   2.8. Критерий оптимальности плана
3. Двойственность в линейном программировании и её прикладное значение
   3.1. Понятие о двойственности в линейных программах
   3.2. Экономическая интерпретация двойственных оценок
4. Классическая транспортная задача
   4.1. Экономическая постановка задачи
   4.2. Открытая и замкнутая модель
   4.3. Выбор начального опорного плана прямых поставок
   4.4. Метод Д. Данцига последовательного улучшения плана
   4.5. Критерий оптимальности плана
5. Элементы теории статистических решений
   5.1. В чем разница между ситуацией риска и ситуацией неопределенности? Приведите примеры
   5.2. Критерии принятия решений в условиях неопределенности (ситуация риска и ситуация неопределенности)

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Тынкевич, М. А. Экономико-математические методы (исследование операций) [электронный ресурс]: учеб. пособие для студентов инж.-экон. специальностей и направлений вузов / КузГТУ. – Кемерово, 2011. – 222 с. Режим доступа: http://library.kuzstu.ru/meto.php?n=90515&type=utchposob:common

2. Тынкевич, М. А. Исследование операций [электронный ресурс]: электр. учеб. пособие / М. А. Тынкевич, А. А. Тайлакова. КузГТУ. – Кемерово, 2012. Режим доступа: http://library.kuzstu.ru/meto.php?n=90797&type=utchposob:common

3. Колокольникова, А. И. Технологии использования Microsoft Excel 2010 [электронный ресурс]: учебное пособие / А. И. Колокольникова, Е. В. Прокопенко, Л. С. Таганов, КузГТУ. – Кемерово, 2010. Режим доступа: http://library.kuzstu.ru/meto.php?n=90810&type=utchposob:common