

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Кузбасский государственный технический университет  
имени Т. Ф. Горбачева»

Кафедра теории и методики профессионального образования

Составитель  
Е. В. Кабачевская

## **МАТЕМАТИКА**

**Методические материалы  
для студентов 1 курса специальности СПО  
18.02.12 Технология аналитического контроля  
химических соединений**

Рекомендовано цикловой методической комиссией  
математических и естественнонаучных дисциплин  
в качестве электронного издания  
для использования в образовательном процессе

Кемерово 2018

Рецензент:

Ощепкова Е. А. – председатель цикловой методической комиссии математических и естественнонаучных дисциплин СПО

Кабачевская Елена Вячеславовна

**Математика** [Электронный ресурс] : методические материалы для студентов 1 курса специальности СПО 18.02.12 Технология аналитического контроля химических соединений очной формы обучения / сост. Е. В. Кабачевская; КузГТУ. – Электрон. издан. – Кемерово, 2018.

Приведено содержание самостоятельных и практических работ, материал, необходимый для успешного изучения дисциплины.

© КузГТУ, 2018

© Кабачевская Е. В.,  
составление, 2018

## Оглавление

Пояснительная записка	3
Практическое занятие 1. Выполнение арифметических действий над числами	5
Практическое занятие 2. Решение неравенств методом интервалов	6
Практическое занятие 3. Решение иррациональных уравнений	7
Практическое занятие 4. Решение показательных уравнений и неравенств	9
Практическое занятие 5. Применение метода рационализации в решении показательных и логарифмических неравенств	10
Практическое занятие 6. Преобразование тригонометрических выражений	11
Практическое занятие 7. Решение тригонометрических уравнений	13
Практическое занятие 8. Исследование функции с помощью производной	14
Практическое занятие 9. Нахождение наибольшего, наименьшего значения и экстремальных значений функции	15
Практическое занятие 10. Применение интеграла к вычислению физических величин и площадей	17
Самостоятельная работа. Прямые и плоскости в пространстве	18
Практическое занятие 11. Вычисление площадей и объемов многогранников	19
Практическое занятие 12. Вычисление площадей и объемов тел вращения	21
Самостоятельная работа. Координаты и векторы	23
Список источников	24

## **Пояснительная записка**

Методические материалы содержат темы самостоятельных и практических работ, время на выполнение заданий, практические задания, контрольные вопросы к темам и литературу, необходимые для выполнения работ.

### **Требования к оформлению самостоятельных и практических работ**

Самостоятельная работа выполняется в рабочей тетради, аккуратно, в полном объеме и должна содержать тему самостоятельной работы, дату выполнения.

По практическим работам составляется отчет, который выполняется в отдельной тетради, предназначенной для практических работ.

Отчет о практической работе должен содержать тему практической работы, ее номер, дату выполнения. В зависимости от задания отчет может включать расчеты, формулы, таблицы, графики и пр.

### **Критерии оценки практической работы**

Отметка	Критерии	Показатели по шкале от 0 до 100 баллов
5 (отлично)	работа выполнена в полном объеме, приведены все шаги решения и получены верные ответы.	100 баллов
	работа выполнена в полном объеме, приведены все шаги решения, но имеется одна–две вычислительные ошибки.	[90; 100) баллов
4 (хорошо)	работа выполнена в полном объеме, но есть пропуски в последовательности решения, которые обучающийся не может восстановить и объяснить.	[86; 90) баллов
	выполнено верно не менее 85 % от объема работы, приведена верная последовательность всех шагов решения.	85 баллов

	выполнено 80–85 % от объема работы, приведена верная последовательность всех шагов решения, но имеется одна вычислительная ошибка или недочет в выкладках, рисунках, чертежах, графиках (если эти виды работы не являются специальным объектом проверки).	[80; 85) баллов
3 (удовлетворительно)	выполнено 75–79 % от объема работы, приведена верная последовательность всех шагов решения, но допущены одна–две вычислительные ошибки или два–три недочета в чертежах, графиках	[65; 80)
	выполнено 60–74 % от объема работы допущено не более одной вычислительной ошибки или двух недочетов в выкладках, чертежах графиках, но обучающийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме	
	выполнено верно не менее 50 % от объема работы, приведена верная последовательность всех шагов решения	[60; 65)
2 (неудовлетворительно)	выполнено менее 50 % работы.	менее 60 баллов

## Практическое занятие 1

### Выполнение арифметических действий над числами

**Цель:** закрепить навык выполнения арифметических действий над числами.

**Продолжительность работы:** 90 мин.

**Литература:** [1; 4, гл. I, VII].

**Материально-техническое оснащение:** учебная аудитория, оборудованная учебно-наглядными устройствами (компьютер, проектор, доска).

### Задание к самостоятельной работе:

Выполните задание № 1, с. 10; законспектируйте с. 18–21; выполните задание № 1, с. 22 [1].

### Задания к практической работе:

#### Задание 1

1. Выполните действия:

$$a) \frac{\left(1,88 + 2\frac{3}{25}\right) \cdot \frac{3}{16} + \left(\frac{0,216}{0,15} + 0,56\right) : 0,5}{0,625 - \frac{13}{18} : \frac{26}{9}} + \frac{\left(7,7 : 24\frac{3}{4} + \frac{2}{15}\right) \cdot 4,5}{\left(5\frac{4}{45} - 4\frac{1}{6}\right) : 5\frac{8}{15}};$$
$$б) \frac{\left(5\frac{4}{45} - 4\frac{1}{6}\right) : 5\frac{8}{15}}{\left(4\frac{2}{3} + 0,75\right) \cdot 3\frac{9}{13}} \cdot 34\frac{2}{7} + \frac{0,3 : 0,01}{70} + \frac{2}{7}.$$

#### Задание 2

1. Округляя точное число  $A$  до трех значащих цифр, Определите абсолютную  $\Delta$  и относительную  $\delta$  погрешности полученного приближенного числа.

Дано:  $A = 0,1545$ ,  $n = 3$ .

Найти:  $\Delta$ ,  $\delta$ .

2. Определите абсолютную погрешность приближенного числа  $a$  по его относительной погрешности  $\delta$ .

Дано:  $a = 4,872$ ,  $\delta = 5\%$ .

Найти:  $\Delta$ .

3. При измерении длины с точностью до 5 м получено  $\alpha$  км, а при определении другой длины с точностью до 0,5 см, получено  $\beta$  м. Какое измерение по своему качеству лучше?

Дано:  $\alpha = 15,7$  км,  $\beta = 71$  м,  $\Delta_\alpha = 5$  м,  $\Delta_\beta = 0,5$  см.

Сравнить:  $\delta_\alpha$  и  $\delta_\beta$ .

### **Задание 3**

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Определение абсолютной погрешности.
2. Определение относительной погрешности.
3. Как определить какое из вычислений точнее?
4. Определение комплексного числа.
5. Определение действительной и мнимой частям комплексного числа.
6. Алгебраическая форма комплексного числа.
7. Правило выполнения операции сложения двух комплексных чисел.
8. Правило выполнения операции умножения двух комплексных чисел.
9. Определение сопряженных комплексных чисел.
10. Правило выполнения операции деления двух комплексных чисел.

## **Практическое занятие 2**

### **Решение неравенств методом интервалов**

**Цель:** отработать навык применения метода интервалов при решении линейных, квадратных и дробно-рациональных неравенств.

**Продолжительность работы:** 90 мин.

**Литература:** [3; 4, гл. II, § 1; 3, п. 2.16, 2.17].

**Материально-техническое оснащение:** учебная аудитория, оборудованная учебно-наглядными устройствами (компьютер, проектор, доска).

#### **Задание к самостоятельной работе:**

Законспектируйте с. 92–97; запишите ответы на вопросы с. 98 [3].

#### **Задания к практической работе:**

##### **Задание 1**

Решите системы неравенств:

$$1) \begin{cases} 2x-10 \geq 0, \\ 7-x > 0; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x^2-5x-14 < 0, \\ 2-4x \geq 0; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x^2-6x+8 < 0, \\ -x^2+12x-27 \geq 0. \end{cases}$$

### **Задание 2**

Решите неравенства:

$$1) \frac{(2x-5)(3-x)}{x} > 0; \quad 2) \frac{(x-2)(x+6)}{x^2-4} \leq 0; \quad 3) \frac{x^2-3x}{7x-x^2+6} \geq 0.$$

### **Задание 3**

Решите неравенство

$$\frac{4}{x^2+6x+9} - \frac{6}{9-x^2} \leq \frac{1}{x-3}.$$

### **Задание 4**

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Суть метода интервалов.
2. Какие неравенства можно решить методом интервалов?
3. Алгоритм метода интервалов.
4. Как определить промежутки?
5. Как найти знаки функции на получившихся промежутках?
6. Чем определяется выбор того или иного промежутка?

### **Задание к самостоятельной работе:**

Сделайте работу над ошибками, допущенными в практической работе, оформите отчет.

## **Практическое занятие 3**

### **Решение иррациональных уравнений**

**Цель:** сформировать умение классифицировать и решать иррациональные уравнения различными методами.

**Продолжительность работы:** 90 мин.

**Литература:** [3; 4, гл. II, § 7].

**Материально-техническое оснащение:** учебная аудитория, оборудованная учебно-наглядными устройствами (компьютер, проектор, доска).

### **Задание к самостоятельной работе:**

Запишите ответы на вопросы с. 101 [3].

### **Задания к практической работе:**



### Задание 1

Решите иррациональные уравнения методом возведения обеих частей уравнений в одну и ту же степень.

$$1)\sqrt{3x-7}=5; \quad 2)\sqrt{5x+14}=x; \quad 3)\sqrt{6-4x-x^2}=x+4.$$

### Задание 2

Решите иррациональные уравнения методом уединения корней.

$$1)\sqrt{x+3}+\sqrt{x+8}=5; \quad 2)\sqrt{x-10}+\sqrt{3-x}=2;$$

$$3)\sqrt{3x-5}-\sqrt{4-x}=1.$$

### Задание 3

Решите иррациональные уравнения методом замены переменной.

$$1)\sqrt{3x-5}-\sqrt{4-x}=1; \quad 2)\sqrt{2x^2-12x+46}-\sqrt{x^2-6x+22}=3;$$

$$3)8\sqrt{12+16x-16x^2}+4x=33+4x^2.$$

### Задание 4

Определите метод решения и решите иррациональные уравнения.

$$1)\sqrt{2x^2+x-4}-\sqrt{3x+3}=0;$$

$$2)x+\sqrt{2x^2-14x+13}=5;$$

$$5)x^2+2\sqrt{x^2+3x-4}=4-3x;$$

$$3)\sqrt{x+1}-\sqrt{2x-5}=\sqrt{x-2};$$

$$6)2x^2+3x+2\sqrt{2x^2+3x+9}=33;$$

$$4)x^2+\sqrt{x^2+11}=31;$$

$$7)2\sqrt{2x^2-x+8}=x-2x^2+7.$$

### Задание 5

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Какое уравнение называется иррациональным?
2. Какие условия накладываются на решение иррационального уравнения?
3. В чем заключается метод уединения корней?
4. Алгоритм метода замены переменной.
5. Как сделать отбор корней?
6. Как определить метод решения иррационального уравнения?

## Практическое занятие 4

### Решение показательных уравнений и неравенств

**Цель:** отработать навык решения показательных уравнений и неравенств.

**Продолжительность работы:** 90 мин.

**Литература:** [1; 3; 4, гл. III, § 1, 3].

**Материально-техническое оснащение:** учебная аудитория, оборудованная учебно-наглядными устройствами (компьютер, проектор, доска).

#### Задание к самостоятельной работе:

Выполните анализ решения уравнений: № 2.10–2.12, 2.16, с. 124–127 [3]. Решите уравнения и неравенства: № 1 (8, 13, 18, 19), № 2 (4, 7), с. 49 [1].

#### Задания к практической работе:

##### Задание 1

Определите метод решения и решите показательные уравнения.

1)  $8^{x+2} - 32^{1-x} = 0;$

2)  $4^x - 2^{x+1} - 8 = 0;$

3)  $8^x - 7 \cdot 4^x - 2^{x+4} + 112 = 0;$

4)  $3 \cdot 9^{x-0,5} - 7 \cdot 6^x + 3 \cdot 4^{x+1} = 0;$

5)  $7 \cdot 9^{x^2-3x+1} + 5 \cdot 6^{x^2-3x+1} - 48 \cdot 4^{x^2-3x} = 0;$

6)  $(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x = 4.$

##### Задание 2

Определите метод решения и решите показательные неравенства.

1)  $9^x - 27^{x+1} > 0;$

4)  $\frac{2 \cdot 3^{2x+1} - 6^x - 4^{x+1} - 9}{9^x - 3} \leq 3;$

2)  $25^{x-1,5} - 12 \cdot 5^{x-2} + 7 \leq 0;$

5)  $\frac{31 - 5 \cdot 2^x}{4^x - 24 \cdot 2^x + 128} \geq 0,25;$

3)  $16^x + 7 \cdot 4^x - 30 \geq 0;$

6)  $\frac{2^{2x+1} - 96 \cdot 0,5^{2x+3} + 2}{x+1} \leq 0.$

### Задание 3

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Какое уравнение называется показательным?
2. Какое условие необходимо учесть при решении показательного неравенства?
3. Как определить метод решения показательного уравнения?

## Практическое занятие 5

### Применение метода рационализации

#### в решении показательных и логарифмических неравенств

**Цель:** отработать навык решения показательных и логарифмических неравенств методом рационализации.

**Продолжительность работы:** 90 мин.

**Литература:** [4, гл. IV, § 3, 5; 3, п. 7.4, 7.5; 9].

**Материально-техническое оснащение:** учебная аудитория, оборудованная учебно-наглядными устройствами (компьютер, проектор, доска).

#### Задание к самостоятельной работе:

Выполните анализ решения неравенств с. 69–72 [4].

Решите неравенства: № 1765, 1766, с. 259 [9].

#### Задания к практической работе:

##### Задание 1

Решите показательные неравенства с помощью метода рационализации.

$$1) 7^{x^2-x} < 49;$$

$$2) 3^{x^2+3x-4} < 3^{5-x};$$

$$3) \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x+5} - 4^{x^2-x-2} \leq 0;$$

$$4) 7^{\frac{1}{x+2}} \geq \left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{3}{3-x}}.$$

##### Задание 2

Решите логарифмические неравенства.

$$1) \log_5^2(25-x^2) - 3\log_5(25-x^2) + 2 \geq 0;$$

$$2) \log_3^2(81-x^2) - 7\log_3(81-x^2) + 12 \geq 0;$$

$$3) 9 \log_{12} (x^2 - 3x - 4) \leq 10 + \log_{12} \frac{(x+1)^9}{x-4};$$

$$4) \frac{\log_4 (16x^4) + 11}{\log_4^2 x - 9} \geq 1.$$

### Задание 3

Решите логарифмические неравенства с помощью метода рационализации.

$$1) \log_{\frac{25-x^2}{16}} \left( \frac{24-2x-x^2}{14} \right) > 1;$$

$$2) \log_{x^2} (x+2) < 1;$$

$$3) \log_{1/2} (x+2) \cdot \log_2 (x+1) > \log_{(x+2)} (x+1).$$

### Задание 4

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Что значит решить систему уравнений?
2. Какое условие необходимо учесть при решении логарифмического уравнения?
3. В чем суть метода декомпозиции?
4. Что означает решить систему неравенств?
5. Какие ограничения накладываются на область решения при переменном основании логарифма?

## Практическое занятие 6

### Преобразование тригонометрических выражений

**Цель:** закрепить навык применения формул тригонометрии к преобразованию тригонометрических выражений.

**Продолжительность работы:** 90 мин.

**Литература:** [1, с. 103; 4; 9].

**Материально-техническое оснащение:** учебная аудитория, оборудованная учебно-наглядными устройствами (компьютер, проектор, доска).

### Задание к самостоятельной работе:

Выполните анализ вычисления значений тригонометрических функций: № 6–9, с. 101–102; повторите основные тригонометрические тождества и формулы сложения с. 99, с. 147 [4].

Выполните упражнения: № 55, 56, с. 11; № 83, с. 14; № 159, 160, с. 23; № 403, 405, с. 59; № 421, 422, с. 62 [9].

### Задания к практической работе:

#### Задание 1

Найти значение функции:

1.  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{24}{25}$  и  $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ ;

2.  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{51}}{10}$  и  $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ ;

3.  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$  и  $\alpha \in (0,5\pi; \pi)$ ;

4.  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{10}{\sqrt{101}}$  и  $\alpha \in (0,5\pi; \pi)$ ;

#### Задание 2

Найдите значение выражения:

1)  $\frac{2\cos(-3\pi - \beta) + \sin\left(-\frac{\pi}{2} + \beta\right)}{3\cos(\beta + \pi)}$ ;      3)  $\frac{2\cos(\pi - \beta) + 2\sin\left(-\frac{\pi}{2} + \beta\right)}{\cos(\beta + 2\pi)}$ ;

2)  $\frac{4\sin(-3\pi + \beta) + \cos\left(-\frac{3\pi}{2} + \beta\right)}{2\sin(\beta - \pi)}$ ;      4)  $\frac{\cos(2\pi - \beta) - \sin\left(-\frac{3\pi}{2} + \beta\right)}{2\cos(\beta - \pi)}$ .

#### Задание 3

Примените формулы суммы (разности) углов и вычислите значение выражений.

a)  $\cos(46^\circ)\cos(14^\circ) - \sin(46^\circ)\sin(14^\circ)$ ;

b)  $\cos(36^\circ)\cos(6^\circ) + \sin(36^\circ)\sin(6^\circ)$ ;

c)  $\sin(40^\circ)\cos(5^\circ) + \sin(5^\circ)\cos(40^\circ)$ ;

d)  $\sin(40^\circ)\cos(10^\circ) - \sin(10^\circ)\cos(40^\circ)$ .

#### Задание 4

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Сформулируйте определение радианной меры угла.
2. Определите функции синус, косинус, тангенс и котангенс.
3. Запишите основные тригонометрические тождества.

### Практическое занятие 7

#### Решение тригонометрических уравнений

**Цель:** закрепить умение классифицировать и решать тригонометрические уравнения различными методами.

**Продолжительность работы:** 90 мин.

**Литература:** [4, гл. IV, § 11; 3 гл. 3, § 40; 9].

**Материально-техническое оснащение:** учебная аудитория, оборудованная учебно-наглядными устройствами (компьютер, проектор, доска).

#### Задание к самостоятельной работе:

Повторите основные тригонометрические тождества и формулы сложения с. 99, с. 147 [4].

Решите уравнения: № 351–353, с. 52 [9].

#### Задания к практической работе:

##### Задание 1

Классифицируйте, определите метод и решите тригонометрические уравнения.

- |   |  |
|---|--|
| 1) $\operatorname{tg}^2 2x - 7\operatorname{tg} 2x + 10 = 0;$ | 9) $\cos 2x + \sqrt{3} \cos x + 1 = 0;$                                |
| 2) $6\cos^2 x = 9\cos x - 4\sin^2 x;$                         | 10) $5\operatorname{tg} x + \frac{1}{\cos x} = 5;$                     |
| 3) $2\cos^2 x - 11\sin x - 7 = 0;$                            | 11) $\cos 2x + \sqrt{3} \cos x + 1 = 0;$                               |
| 4) $2\sin^2 x + 7\cos x + 2 = 0;$                             | 12) $5 + 2\cos 2x - 4\sqrt{3} \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 0;$ |
| 5) $3\sin x + \cos^2 x = 2;$                                  | 13) $\cos^2 x + 4\sin^2 x + 2\sin 2x = 0.$                             |
| 6) $5\sin^2 5x + 20\cos 5x = 20;$                             |  |
| 7) $2\cos^2 x = 12 - 21\sin x;$                               |  |
| 8) $\cos 2x + 3\cos x + 2 = 0;$                               |  |
| 14) $\sin^2 x - 10\sin x \cos x + 21\cos^2 x = 0;$            |  |

## Задание 2

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Какие тригонометрические уравнения называются простейшими?
2. Что понимается под решением тригонометрического уравнения?
3. Перечислите основные способы решения тригонометрических уравнений.
4. Суть метода введения вспомогательного аргумента.

### Задание к самостоятельной работе:

Выполните работу над ошибками, допущенными в практической работе по теме «Решение показательных уравнений и неравенств» [1; 3; 4].

## Практическое занятие 8

### Исследование функции с помощью производной

**Цель:** отработать навык исследования функции с помощью производной и построение графика по результатам исследования.

**Продолжительность работы:** 90 мин.

**Литература:** [1, с. 183; 3, гл. 6].

**Материально-техническое оснащение:** учебная аудитория, оборудованная учебно-наглядными устройствами (компьютер, проектор, доска).

### Задание к самостоятельной работе:

Запишите ответы на вопросы с. 238, 244;

выполните анализ исследования функций № 6.2, 6.4 [3].

### Задания к практической работе:

#### Задание 1

Исследуйте функции на монотонность и точки экстремума.

$$1) y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1; \quad 3) y = \frac{x^2 - 3x + 4}{x - 1};$$

$$2) y = \frac{2x - 5}{x + 1}; \quad 4) y = \log_2(x^2 - 5x + 14).$$

По результатам исследований функций постройте графики.

#### Задание 2

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Какая функция называется возрастающей? убывающей?

2. Дать определение интервалов монотонности функции.
3. Сформулировать достаточные условия возрастания и убывания функции.
4. Сформулировать правило нахождения интервалов монотонности функции.
5. Что такое критические точки?
6. Дать определения экстремумов функции.
7. Первый достаточный признак существования экстремума.
8. Второй достаточный признак существования экстремума.
9. Определение выпуклости и вогнутости графика функции.
10. Достаточный признак выпуклости и вогнутости графика функции.
11. Определение точки перегиба графика функции.
12. Достаточный признак существования точки перегиба.
13. Алгоритм исследования функции с помощью производных.

**Задание к самостоятельной работе:**

Законспектируйте с. 241–242, с. 244–245; ответьте на вопросы с. 244 [3].

## **Практическое занятие 9**

### **Нахождение наибольшего, наименьшего значения и экстремальных значений функции**

**Цель:** отработать навык решения задач на отыскание наибольшего и наименьшего значений функции.

**Продолжительность работы:** 90 мин.

**Литература:** [1, с. 187–192; 3, гл. 6, с. 242; 5, § 4; 9].

**Материально-техническое оснащение:** учебная аудитория, оборудованная учебно-наглядными устройствами (компьютер, проектор, доска).

**Задание к самостоятельной работе:**

Решите задачи: № 949, 950, с. 149 [9].

**Задания к практической работе:**

**Задание 1**

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции.

1)  $y = x^3 + 3x^2 - 9x - 7$  на отрезке  $[-5; 0]$ .



$$2) y = 2x^3 - 6x + 5 \text{ на отрезке } \left[-\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right].$$

$$3) y = x + \frac{36}{x} \text{ на отрезке } [1; 9].$$

### Задание 2

Найдите наибольшее значение функции.

$$1) y = 7 + 6x - 2x^{3/2} \text{ на отрезке } [0; 4].$$

$$2) y = 3 \ln(x+2) - 3x + 10 \text{ на отрезке } [-1, 5; 0].$$

$$3) y = 32x - 32 \operatorname{tg} x - 14 \text{ на отрезке } \left[0; \frac{\pi}{4}\right].$$

$$4) y = (x-1)^2(x-10) - 1 \text{ на отрезке } [-1; 6].$$

### Задание 3

Найдите наименьшее значение функции.

$$1) y = e^{2x} - 8e^x + 1 \text{ на отрезке } [1; 2].$$

$$2) y = x\sqrt{x} - 9x + 23 \text{ на отрезке } [1; 49].$$

$$3) y = 12 \cos x + \frac{45x}{\pi} - 4 \text{ на отрезке } \left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right].$$

$$4) y = \ln(x+8)^3 - 3x \text{ на отрезке } [-7, 5; 0].$$

### Задание 4

Решите задачи на отыскание наибольших и наименьших значений величин.

1) Требуется огородить проволоочной сеткой длиной 60 м прямоугольный участок, прилегающий к стене дома. Каковы должны быть длина и ширина участка, чтобы он имел наибольшую площадь?

2) Каковы должны быть размеры прямоугольной комнаты, площадь которой  $36 \text{ м}^2$ , чтобы периметр ее был наименьший?

3) Найти размеры коробки, в основании которой лежит квадрат, чтобы объем был наибольшим, если полная поверхность равна  $12 \text{ м}^2$ .

4) По перекрестным дорогам движутся два автомобиля в сторону перекрестка. Каждому автомобилю до перекрестка ехать по 50 км. Автомобили движутся со скоростями 30 и 40 км/ч, со-

ответственно. Найти, когда автомобили будут друг от друга на наименьшем расстоянии и на каком.

### **Задание 5**

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Алгоритм исследования функции на наибольшее и наименьшее значения.
2. В чем различие понятий «максимум» и «наибольшее значение функции»? Минимум и наименьшее значение функции?

## **Практическое занятие 10**

### **Применение интеграла к вычислению физических величин и площадей**

**Цель:** сформировать умение применять определенный интеграл к решению прикладных задач.

**Продолжительность работы:** 90 мин.

**Литература:** [1, с. 203–206; 3, § 67; 5, гл. V; 12].

**Материально-техническое оснащение:** учебная аудитория, оборудованная учебно-наглядными устройствами (компьютер, проектор, доска).

#### **Задание к самостоятельной работе:**

Выполните анализ решения задач: № 9.5–9.9, с. 275–277 [3].

Выполните упражнение № 12.3, с. 282 [12].

#### **Задания к практической работе:**

##### **Задание 1**

Постройте графики функций в одной системе координат и вычислите площадь плоской фигуры ограниченной этими графиками.

1)  $y = 2x + 6$ ,  $x = 2$ ,  $y = 0$ ;

2)  $y = 2x^2$ ,  $x = 6$ ,  $y = 0$ ;

3)  $y = x^2 - 5x$ ,  $y = -2x + 18$ ,  $y = 0$ .

##### **Задание 2**

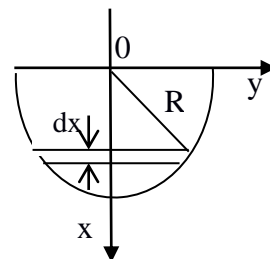
Решите задачи.

1) Тело движется со скоростью  $v(t) = t + 2$  (м/с). Найти путь, который пройдет тело за 2 с после начала движения.

2) Тело движется с ускорением  $2 \text{ м/с}^2$ . Найти в общем виде функции, задающие изменение скорости и пройденный путь.

3) Найти работу, которую необходимо затратить, чтобы выкачать через край жидкость из вертикального цилиндрического резервуара высоты  $H$  м и радиусом основания  $R$  м.

4) Определите величину давления воды на полукруг, вертикально погруженный в жидкость, если его радиус  $R$ , а центр  $O$  находится на свободной поверхности воды.



### Задание 3

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Сформулируйте понятие определенный интеграл.
2. Запишите формулу Ньютона–Лейбница и объясните ее смысл.
3. Объясните, в чем заключается геометрический смысл определенного интеграла.
4. Запишите формулу для вычисления пройденного пути.
5. Запишите формулу для вычисления работы переменной силы.
6. Запишите формулу для вычисления давления жидкости на вертикальную пластинку.

### Задание к самостоятельной работе:

Выполните работу над ошибками, допущенными в практической работе [3].

## Самостоятельная работа

### Прямые и плоскости в пространстве

**Цель:** обобщить и систематизировать материал по теме «Прямые и плоскости в пространстве».

**Продолжительность работы:** 90 мин.

**Литература:** [3, ч. III, гл. 12].

**Материально-техническое оснащение:** учебная аудитория, оборудованная учебно-наглядными устройствами (компьютер, проектор, доска).

### Задание к самостоятельной работе:

Запишите ответы на вопросы: с. 323, с. 326, с. 329, с. 334 [3].

## Практическое занятие 11

### Вычисление площадей и объемов многогранников

**Цель:** отработать навык решения задач на вычисление площадей и объемов многогранников методами стереометрии.

**Продолжительность работы:** 90 мин.

**Литература:** [1; 3, ч. III, гл. 15; 5].

**Материально-техническое оснащение:** учебная аудитория, оборудованная учебно-наглядными устройствами (компьютер, проектор, доска).

#### Задание к самостоятельной работе:

Выполните упражнения: 3–4, с. 148 [1].

#### Задания к практической работе:

##### Задание 1

Решите задачи на вычисление площади поверхности многогранника.

1. Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 10 см, боковые ребра равны 13 см. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.

2. Дана правильная шестиугольная призма, стороны которой равны 6 м, а высота 7 м.

Найдите:

а) площадь боковой поверхности призмы;

б) площадь полной поверхности призмы.

3. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 8 и 6 м. Площадь ее поверхности равна  $312 \text{ м}^2$ . Найдите высоту призмы.

4. Найдите площадь поверхности прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями, равными 18 и 24 м, и боковым ребром, равным 7 м.

##### Задание 2

Решите задачи на вычисление объема многогранника.

1. Площадь грани прямоугольного параллелепипеда равна 12 м. Ребро, перпендикулярное этой грани, равно 4 м. Найдите объем параллелепипеда.

2. Длина прямоугольной комнаты в 2 раза больше ширины и на 2 м больше высоты. Найдите объем комнаты, если ее длина равна 6 м.

3. Найдите объем куба, если площадь его развертки равна  $96 \text{ см}^2$ .

4. Найдите ребро куба, если его объем равен  $512 \text{ м}^3$ .

5. Как изменится объем параллелепипеда, если его длину увеличить в 4 раза, ширину увеличить в 6 раз, а высоту уменьшить в 8 раз?

6. Объем прямоугольного параллелепипеда равен 24. Одно из его ребер равно 3. Найдите площадь грани параллелепипеда, перпендикулярной этому ребру.

7. Три ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 1, 0,5 и 16. Найдите ребро равновеликого ему куба.

8. Как изменится объем параллелепипеда, если его длину увеличить в 5 раза, ширину увеличить в 8 раз, а высоту уменьшить в 10 раз?

### **Задание 3**

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Многогранник – это...
2. Грань многогранника – это ...
3. Тетраэдр – это...
4. Геометрическое тело – это...
5. Сформулируйте теорему Эйлера
6. Призма – это...
7. Диагональ многогранника – это...
8. В выпуклом  $n$ -угольнике сумма внутренних углов при всех его вершинах равна ...
9. Запишите формулу для нахождения площади боковой поверхности прямой призмы.
10. Запишите формулу для нахождения объема призмы.
11. Какое наименьшее число ребер может иметь многогранник?
12. Тетраэдр – это...
13. Правильная призма – это...
14. Правильная пирамида – это...
15. Запишите формулу для вычисления полной поверхности пирамиды.
16. Запишите формулу для вычисления объема пирамиды.

17. Апофема – это ...

18. Какими многоугольниками могут быть основания призмы? Боковые грани призмы? Основание пирамиды? Боковые грани пирамиды?

## **Практическое занятие 12**

### **Вычисление площадей и объемов тел вращения**

**Цель:** отработать навык решения задач на вычисление площадей и объемов тел вращения методами стереометрии.

**Продолжительность работы:** 90 мин.

**Литература:** [3, ч. III, гл. 15].

**Материально-техническое оснащение:** компьютер с выходом в интернет, проектор, учебно-наглядные таблицы, аудиовизуальные средства.

#### **Задания к практической работе:**

##### **Задание 1**

Решите задачи на вычисление площади поверхности.

1. Прямоугольник, стороны которого равны 6 и 4 см, вращается около меньшей стороны. Найдите площадь поверхности тела вращения.

2. Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна  $3\sqrt{2}$  см. Найдите площадь поверхности цилиндра.

3. Площадь боковой поверхности цилиндра равна  $42\pi$ . Найдите площадь осевого сечения цилиндра.

4. Высота конуса равна 12 см, образующая конуса наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найдите площадь его боковой поверхности.

5. Прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна 17 см, а один из катетов – 8 см, вращается около этого катета. Найдите площадь поверхности тела вращения.

6. Радиус конуса равен 4 см. Осевым сечением конуса служит прямоугольный треугольник. Найдите его площадь.

7. Высота конуса равна 8 м, радиус – 6 м. Найдите его образующую.

8. Образующая конуса равна 8 см, а угол при вершине осевого сечения  $60^\circ$ . Найдите площадь осевого сечения.

## Задание 2

Решите задачи на вычисление объема тела вращения.

1. Площадь большего круга шара равна 50. Найдите объем шара.

2. Около шара описан цилиндр, площадь поверхности которого равна 54. Найдите объем шара.

3. В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ , а на окружности другого основания – точка  $C_1$ , причем  $CC_1$  – образующая цилиндра, а  $AC$  – диаметр основания. Известно, что

$$\angle ABC = 30^\circ, AB = \sqrt{2}, CC_1 = 2.$$

а) Докажите, что угол между прямыми  $AC_1$  и  $BC$  равен  $45^\circ$ .

б) Найдите объем цилиндра.

## Задание 3

Решите задачи на комбинации геометрических тел.

1. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1,5. Найдите объем параллелепипеда.

2. Середина ребра куба со стороной 1,8 является центром шара радиуса 0,9. Найдите площадь  $S$  части поверхности шара, лежащей внутри куба.

3. Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем конуса равен 14. Найдите объем шара.

4. Около шара описан цилиндр, площадь поверхности которого равна 54. Найдите объем шара.

5. В конус, радиус основания которого равен 3, вписан шар радиуса 1,5.

а) Изобразите осевое сечение комбинации этих тел.

б) Найдите отношение площади полной поверхности конуса к площади поверхности шара.

## Задание 4

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Определение цилиндрической поверхности, цилиндра.

2. Определение прямого кругового цилиндра.

3. Определение образующей, радиуса, высоты цилиндра.

Определение оси цилиндра и осевого сечения. Сечение цилиндра



плоскостью параллельной его оси. Сечение цилиндра плоскостью перпендикулярной его оси.

4. Развертка цилиндра. Площадь боковой и полной поверхностей цилиндра.

5. Формула для вычисления объема цилиндра.

6. Определение конической поверхности, конуса.

7. Определение прямого кругового конуса.

8. Определение образующей, радиуса, высоты конуса.

Определение оси конуса и осевого сечения. Сечение конуса плоскостью перпендикулярной его оси.

9. Развертка конуса. Формула для вычисления площади боковой и полной поверхности конуса.

10. Формула для вычисления объема конуса.

11. Определение шара, сферы. Отличие и общее этих двух тел.

12. Формула для вычисления площади поверхности сферы.

13. Формула для вычисления объема шара.

### **Самостоятельная работа**

#### **Координаты и векторы**

**Цель:** закрепить навык выполнения операций с векторами в координатной форме.

**Продолжительность работы:** 90 мин.

**Литература:** [11, гл. IV].

**Материально-техническое оснащение:** учебная аудитория, оборудованная учебно-наглядными устройствами (компьютер, проектор, доска).

**Задание к самостоятельной работе:**

Решите задачи: № 495, 496, 502, 509, с. 127–128 [11].

### **Самостоятельная работа**

#### **Элементы комбинаторики и теории вероятностей**

**Цель:** закрепить навык вычисления вероятностей событий.

**Продолжительность работы:** 90 мин.

**Литература:** [12, гл. 16].

**Задание к самостоятельной работе:**

Решите задачи: № 16.3, 16.13, 16.14, 16.16, 16.19, 16.20, 16.26, с. 350–352 [12].



## Список источников

### Основная литература

1. Башмаков М. И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия [Электронный ресурс] : учебник для использования в учебном процессе образовательных учреждений СПО на базе основного общего образования с получением среднего общего образования / М. И. Башмаков. – Москва: Академия, 2017. – 256 с. – Режим доступа: <http://academia-moscow.ru/reader/?id=291758#copy>. – Загл. с экрана.

2. Башмаков М. И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия [Электронный ресурс] : сборник задач профильной направленности: учебное пособие для студентов учреждений среднего профессионального образования / М. И. Башмаков. – Москва : Академия, 2017. – 208 с. – Режим доступа: <http://academia-moscow.ru/reader/?id=293376#copy>. – Загл. с экрана.

### Дополнительная литература

3. Богомолов, Н. В. Математика [Электронный ресурс] : учебник для СПО / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. – 5-е изд., перераб. и доп. – Москва : Юрайт, 2018. – 401 с. – (Серия : Профессиональное образование). – ISBN 978-5-534-07878-7. – Режим доступа : [www.biblio-online.ru/book/D70C4F85-E465-42CA-BBD3-F7EC185EB415](http://www.biblio-online.ru/book/D70C4F85-E465-42CA-BBD3-F7EC185EB415).

4. Богомолов, Н. В. Математика [Электронный ресурс] : учебник для СПО / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. – 5-е изд., перераб. и доп. – Москва : Юрайт, 2018. – 401 с. – (Серия : Профессиональное образование). – ISBN 978-5-534-07878-7. – Режим доступа : [www.biblio-online.ru/book/D70C4F85-E465-42CA-BBD3-F7EC185EB415](http://www.biblio-online.ru/book/D70C4F85-E465-42CA-BBD3-F7EC185EB415).

5. Богомолов, Н. В. Алгебра и начала анализа [Электронный ресурс] : учеб. пособие для СПО / Н. В. Богомолов. – Москва : Юрайт, 2018. – 200 с. – (Серия : Профессиональное образование). – ISBN 978-5-9916-9858-0. – Режим доступа : [www.biblio-online.ru/book/FAB02AF4-B498-40AB-9FC5-000A50E493B8](http://www.biblio-online.ru/book/FAB02AF4-B498-40AB-9FC5-000A50E493B8).

6. Богомолов, Н. В. Геометрия [Электронный ресурс] : учеб. пособие для СПО / Н. В. Богомолов. – Москва : Юрайт, 2018. – 92 с. – (Серия : Профессиональное образование). – ISBN 978-5-

9916-9860-3. – Режим доступа : [www.biblio-online.ru/book/6CFDE1DA-A86C-4739-A894-31A048614841](http://www.biblio-online.ru/book/6CFDE1DA-A86C-4739-A894-31A048614841).

7. Энатская, Н. Ю. Теория вероятностей [Электронный ресурс] : учеб. пособие для СПО / Н. Ю. Энатская. – Москва : Юрайт, 2018. – 203 с. – (Серия : Профессиональное образование). – ISBN 978-5-9916-9315-8. – Режим доступа : [www.biblio-online.ru/book/C4992C3F-6AF8-4268-8EB8-E7C2E1731474](http://www.biblio-online.ru/book/C4992C3F-6AF8-4268-8EB8-E7C2E1731474).

8. Малугин, В. А. Теория вероятностей [Электронный ресурс] : учеб. пособие для СПО / В. А. Малугин. – Москва : Юрайт, 2018. – 266 с. – (Серия : Профессиональное образование). – ISBN 978-5-534-08519-8. – Режим доступа : [www.biblio-online.ru/book/CB87EE92-2EBC-46F4-9D75-E91EB911F34E](http://www.biblio-online.ru/book/CB87EE92-2EBC-46F4-9D75-E91EB911F34E).

### **Интернет-ресурсы**

9. Алгебра и начала анализа. 10-11 класс. Задачник / А. Г. Мордкович и др. – Режим доступа: <http://prosheno.ru/uchebniki/algebra/11klass/714-algebra-i-nachala-analiza-10-11-klass-zadachnik-mordkovich-a-g-i-dr/visit>

10. Алгебра и математический анализ. 10 класс (углубленное изучение) / Н. Я. Виленкин, О. С. Ивашев-Мусатов, С. И. Шварцбурд. – Режим доступа: <http://prosheno.ru/uchebniki/algebra/10klass/686-algebra-i-matematicheskij-analiz-10-klass-uglublennoe-izuchenie-vilenkin-n-ya-ivashev-musatov-o-s-shvartsburd-s-i/visit>

11. Седых, И. Ю. Математика [Электронный ресурс] : учебник и практикум для СПО / И. Ю. Седых, Ю. Б. Гребенщиков, А. Ю. Шевелев. – Москва : Юрайт, 2018. – 443 с. – (Серия : Профессиональное образование). – ISBN 978-5-9916-5914-7. – Режим доступа: [www.biblio-online.ru/book/CAB1548F-63AC-4C3F-8E82-C9B841E8F0A1](http://www.biblio-online.ru/book/CAB1548F-63AC-4C3F-8E82-C9B841E8F0A1).

12. Геометрия 10-11 классы [Электронный ресурс] : учебник (базовый и профильный уровни) / И. М. Смирнова, В. А. Смирнов. – Режим доступа: <http://prosheno.ru/uchebniki/geometria/11klass/772-geometriya-10-11-klassy-uchebnik-bazovyy-i-profilnyj-urovni-smirnova-i-m-smirnov-v-a/visit>

13. Математика в Открытом колледже. – Режим доступа: <http://www.mathematics.ru>