

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кузбасский государственный технический университет
имени Т. Ф. Горбачева»

Кафедра математики

Составитель
Е. Н. Грибанов

МАТЕМАТИКА

Методические материалы

для студентов II курса специальности СПО
23.02.07 Техническое обслуживание и ремонт двигателей,
систем и агрегатов автомобилей

Рекомендовано цикловой методической комиссией
математических и естественнонаучных дисциплин
в качестве электронного издания
для использования в образовательном процессе

Кемерово 2018

Рецензенты

Николаева Е. А., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики ФГБОУ ВО «Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева»

Ощепкова Е. А., председатель цикловой методической комиссии математических и естественнонаучных дисциплин

Грибанов Евгений Николаевич

Математика: методические материалы [Электронный ресурс] для студентов II курса специальности СПО 23.02.07 Техническое обслуживание и ремонт двигателей, систем и агрегатов автомобилей / сост. Е. Н. Грибанов, КузГТУ. – Электрон. издан. – Кемерово, 2018.

Приведены методические материалы к практическим занятиям и самостоятельной работе по дисциплине «Математика», позволяющие закрепить знания, полученные в ходе аудиторных занятий; способствующие закреплению теоретических положений; развитию навыков по их практическому применению.

© КузГТУ, 2018

© Грибанов Е. Н.,
составление, 2018

Оглавление

Пояснительная записка.....	5
Общие положения	5
РАЗДЕЛ 1. Математический анализ	6
Тема 1.1 Функция одной независимой переменной и ее характеристики	6
Практическое занятие 1. Построение графиков реальных функций с помощью геометрических преобразований	6
Тема 1.2 Предел функции. Непрерывность функции	6
Практическое занятие 2. Нахождение пределов функций с помощью замечательных пределов.....	6
Тема 1.3 Дифференциальное и интегральное исчисление	7
Практическое занятие 3. Вычисление производных функций. 7	
Практическое занятие 4. Применение производной к решению практических задач	8
Практическое занятие 5. Нахождение неопределенных интегралов различными и методами.....	8
Практическое занятие 6. Вычисление определенных интегралов.....	9
Практическое занятие 7. Применение определенного интеграла в практических задачах	9
Самостоятельная работа к разделу 1.....	9
РАЗДЕЛ 2. Основные понятия и методы линейной алгебры.....	11
Тема 2.1 Матрицы и определители	11
Практическое занятие 8. Действия с матрицами	11
Практическое занятие 9. Нахождение обратной матрицы	11
Тема 2.2 Решение систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)	12
Практическое занятие 10. Решение систем линейных уравнений методами линейной алгебры.....	12
Практическое занятие 11. Решение СЛАУ различными методами	13
Самостоятельная работа к разделу 2.....	13
РАЗДЕЛ 3. Основы дискретной математики	15
Тема 3.1 Множества и отношения.....	15
Практическое занятие 12. Выполнение операций над множествами.....	15
Тема 3.2 Основные понятия теории графов	15

Самостоятельная работа к разделу 3	15
РАЗДЕЛ 4. Элементы теории комплексных чисел.....	16
Тема 4.1 Комплексные числа и действия над ними	16
Практическое занятие 13. Комплексные числа и действия над ними	16
Самостоятельная работа к разделу 4.....	17
РАЗДЕЛ 5. Основы теории вероятностей и математической статистики	17
Тема 5.1 Вероятность. Теорема сложения вероятностей.....	17
Практическое занятие 14. Решение практических задач на определение вероятности события.....	17
Тема 5.2 Случайная величина, ее функция распределения	19
Практическое занятие 15. Решение задач с реальными дискретными случайными величинами.....	19
Тема 5.3 Математическое ожидание и дисперсия случайной величины	20
Самостоятельная работа к разделу 5.....	20
Критерии оценки практической работы	22
Список источников	23

Пояснительная записка

Общие положения

Методические материалы разработаны в соответствии с рабочей программой по дисциплине «Математика».

Цель работы – помочь студентам при освоении дисциплины «Математика», при подготовке к практическим занятиям и организация самостоятельной работы.

В методических материалах приведены задания для решения на практических занятиях и задания для самостоятельной работы.

Наиболее трудоемкие разделы дисциплины для лучшего усвоения учебного процесса дополняются самостоятельной работой студента.

Домашняя самостоятельная работа студентов дневной формы обучения распределяется следующим образом:

- разбор и изучение теоретического материала по учебникам, пособиям и конспектам лекций;
- решение заданий по темам практических занятий;
- подготовка к промежуточному контролю.

РАЗДЕЛ 1. Математический анализ

Тема 1.1 Функция одной независимой переменной и ее характеристики

Введение. Цели и задачи предмета. Функция одной независимой переменной и способы ее задания. Характеристики функции. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Сложные и обратные функции.

Практическое занятие 1. Построение графиков реальных функций с помощью геометрических преобразований

Цель: изучить основные методы построения графиков с помощью преобразований.

Продолжительность работы: 90 мин.

Задания к практической работе:

Задание 1. Построить графики следующих функций:

- | | |
|---|--|
| 1) $y = 2 + (x - 2)^2;$ | 7) $y = 4 - \ln x ;$ |
| 2) $y = 3 \sin 2x;$ | 8) $y = \left \sin \left(x + \frac{\pi}{2} \right) \right ;$ |
| 3) $y = 5 + \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right);$ | 9) $y = x^2 - 6x + 2;$ |
| 4) $y = 2^{x+1};$ | 10) $y = 2 + \frac{(x-2)^3}{4}.$ |
| 5) $y = 3 - \arcsin 2x;$ | |
| 6) $y = 2 \ln(x-1);$ | |

Тема 1.2 Предел функции. Непрерывность функции

Определение предела функции. Основные теоремы о пределах. Замечательные пределы. Непрерывность функции. Исследование функции на непрерывность.

Практическое занятие 2. Нахождение пределов функций с помощью замечательных пределов

Цель: изучить основные методы нахождения пределов.

Продолжительность работы: 90 мин.

Задания к практической работе:

Задание 1. Вычислить пределы:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2}{3x^2 - 5x + 1};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 2 \pm 0} \left(\frac{1}{2 - x} - \frac{12}{8 - x^3} \right);$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - x};$$

$$4) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x + h)^3 - x^3}{h}.$$

Задание 2. Вычислить пределы:

$$1) \lim_{x \rightarrow 10} \frac{\sqrt{x-1} - 3}{x - 10};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x+3} - 2}.$$

Задание 3. Вычислить пределы:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \operatorname{ctg} x \right).$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\operatorname{tg} 3x};$$

Задание 4. Вычислить пределы:

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-2} \right)^{2x+1};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} x(\ln(2+x) - \ln x).$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3x+1}{2x+1} \right)^{\frac{1+x}{x}};$$

Тема 1.3 Дифференциальное и интегральное исчисление

Практическое занятие 3. Вычисление производных функций

Цель: изучить основные методы вычисления производных функций.

Продолжительность работы: 45 мин.

Задания к практической работе:

Задание 1. Найти производные следующих функций:

$$1) y = 5x^4 - 3\sqrt[7]{x^3} + \frac{7}{x^5} + 4;$$

$$5) y = \sqrt[3]{\left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)^2};$$

$$2) y = x^3 \sin x;$$

$$3) y = \frac{2x+3}{3x+2};$$

$$6) y = \arcsin \left(\frac{2x}{x^2 + 1} \right) - \ln \sqrt{x^2 + 1}$$

$$4) y = (3x^2 + 4x + 1)^6;$$

.

Задание 2. Найти производные второго порядка от следующих функций:

1) $y = \cos^2 x$; 2) $y = \arctg x^2$; 3) $y = e^{2x} \sin 3x$; 4) $y = x^3 \ln x$.

Практическое занятие 4. Применение производной к решению практических задач

Цель: изучить основные методы применения производной к решению практических задач.

Продолжительность работы: 45 мин.

Задания к практической работе:

Задание 1. Найти дифференциалы указанных функций:

1) $y = x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \arcsin \frac{x}{a} - 5$;

2) $y = \sin x - x \cos x + 4$;

3) $y = x \arctg x - \ln \sqrt{1 + x^2}$;

Задание 2. Найти интервалы возрастания и убывания функции:

1) $f(x) = 2 - 3x + x^3$;

2) $f(x) = (2 - x)(x + 1)^2$.

Задание 3. Найти экстремумы функции:

1) $f(x) = x^2(1 - x\sqrt{x})$;

2) $y = x + \sqrt{x - 3}$.

Задание 4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^4 - 2x^2 + 3$ на отрезке $[-3; 2]$.

Практическое занятие 5. Нахождение неопределенных интегралов различными методами

Цель: изучить основные методы нахождения неопределенных интегралов.

Продолжительность работы: 45 мин.

Задания к практической работе:

Задание 1. Найти неопределенные интегралы:

1) $\int \sqrt{x} dx$;

2) $\int x\sqrt{x} dx$;

3) $\int 10^x dx$;

4) $\int (\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1) dx$;

5) $\int \frac{(1-x)^2}{x\sqrt{x}} dx$;

6) $\int \frac{dx}{\sqrt{3-3x^2}}$.

Практическое занятие 6. Вычисление определенных интегралов

Практическое занятие 7. Применение определенного интеграла в практических задачах

Цель: изучить основные методы нахождения интегралов. Приложение интегралов.

Продолжительность работы: 45 мин.

Задания к практической работе:

Задание 1. Вычислить определённые интегралы:

- | | | |
|--|--|---|
| 1) $\int_{-1}^2 x^2 dx;$ | 3) $\int_0^1 \frac{dx}{x+1};$ | 5) $\int_{-3}^0 \frac{dx}{\sqrt{25+3x}}.$ |
| 2) $\int_0^1 (\sqrt{x} + \sqrt[3]{x^2}) dx;$ | 4) $\int_1^4 \frac{1+y}{\sqrt{y}} dy;$ | |

Задание 2. Найти площадь, ограниченную графиками функций:

- | | |
|---|---------------------------------------|
| 1) $y = \sqrt{x}, y = 2 - x, y = 0;$ | 4) $y = \sqrt{x}, y = \sqrt{4 - 3x};$ |
| 2) $y = x^2 - 2x + 3, y = 3x - 1;$ | 5) $y = x^2 + 2x, y = x + 2.$ |
| 3) $y = \frac{2}{x}, y = -\frac{x}{2} - \frac{5}{2};$ | |

Самостоятельная работа к разделу 1

Задание 1. Построить графики следующих функций:

- | | |
|--|--------------------------|
| 1) $y = 3(x-1)^2;$ | 4) $y = 2^{2x+1};$ |
| 2) $y = 3 + \sin 2x;$ | 5) $y = 3 + \arcsin 3x;$ |
| 3) $y = 5 \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right);$ | 6) $y = 2 \ln(3x-1).$ |

Задание 2. Вычислить пределы:

- | | |
|---|---|
| 1) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{8x^3 - 1}{6x^2 - 5x + 1};$ | 2) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 5x - 3}{3x^2 - 10x + 3}.$ |
|---|---|

Задание 3. Найти производные следующих функций:

- | | |
|--|---|
| 1) $y = \arctg\left(\frac{x-1}{x+1}\right);$ | 2) $y = \arccos\left(\frac{9-x^2}{9+x^2}\right);$ |
|--|---|

$$3) y = \arctg(x+1) + \frac{x+1}{x^2+2x+2}; \quad 5) y = \ln \sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}.$$

$$4) y = x(\ln^3 x - 3\ln^2 x + 6\ln x - 6);$$

Задание 4. Найти дифференциалы указанных функций:

$$1) y = \frac{1}{12} \ln \left(\frac{x-6}{x+6} \right);$$

$$2) y = x \arcsin x + \sqrt{1-x^2} - 3.$$

Задание 5. Найти экстремумы функции: $y = (2x-1)(x-3)^{2/3}$.

Задание 6. Найти неопределенные интегралы:

$$1) \int \frac{(1+x)^2}{x(1+x^2)} dx,$$

$$2) \int \sin(4x+5) dx.$$

Задание 7. Вычислить определённые интегралы:

$$1) \int_1^{3/2} \frac{4x+3}{(x-2)^2} dx;$$

$$2) \int_{\ln 3}^{\ln 8} \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}}.$$

Задание 8. Найти площадь, ограниченную графиками функций:

$$1) y = \frac{1}{x}, y = x, x = 2;$$

$$2) y = x^2, y = 1 + \frac{3}{4}x^2;$$

$$3) y = x^2 + 2, y = 1 - x^2, x = 0, x = 1.$$

РАЗДЕЛ 2. Основные понятия и методы линейной алгебры

Тема 2.1 Матрицы и определители

Матрицы, их виды. Действия над матрицами. Умножение матриц, обратная матрица. Определители n -го порядка, их свойства и вычисление. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителей в сумму алгебраических дополнений.

Практическое занятие 8. Действия с матрицами

Цель: изучить основные действия с матрицами.

Продолжительность работы: 90 мин.

Задания к практической работе:

Задание 1. Выполнить действия:

$$1) \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad 2) \begin{pmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 4 & -1 & 2 \\ 5 & 3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 0 & 6 \\ 0 & 6 & 4 \\ 2 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

Задание 2. Выполнить умножение:

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 5 & -3 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 5 & 4 & -2 \\ -3 & -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad 3) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 5 & 6 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -3 & -3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix};$$
$$2) \begin{pmatrix} 2 & 5 & 2 \\ 3 & 6 & 3 \\ 4 & 7 & 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & -2 \\ -3 & 4 & 3 \end{pmatrix}; \quad 4) \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 2 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Практическое занятие 9. Нахождение обратной матрицы

Цель: изучить основные методы нахождения и применения обратной матрицы.

Продолжительность работы: 90 мин.

Задания к практической работе:

Задание 1. Вычислить определители:

$$1) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 1 \end{vmatrix}; \quad 2) \begin{vmatrix} 3 & 4 & -5 \\ 8 & 7 & -2 \\ 2 & -1 & 8 \end{vmatrix}.$$

Задание 2. Найти обратные матрицы:

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}; \quad 2) \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

Задание 3. Решить матричные уравнения:

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}; \quad 3) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 10 & 2 & 7 \\ 10 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$
$$2) X \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}; \quad .$$

Тема 2.2 Решение систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

Практическое занятие 10. Решение систем линейных уравнений методами линейной алгебры

Цель: изучить основные методы решения систем линейных уравнений.

Продолжительность работы: 90 мин.

Задания к практической работе:

Задание 1. Решить системы по правилу Крамера:

$$1) \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x + 4y = 11 \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} 7x + 2y + 3z = 15 \\ 5x - 3y + 2z = 15; \\ 3x - 5y + 4z = 15 \end{cases}; \quad 3) \begin{cases} 2x + y + 3z = 11 \\ x + 4y + 2z = 13 \\ 3x + 4y - 2z = 15 \end{cases}.$$

Задание 2. Решить систему матричным способом:

$$1) \begin{cases} 2x + 3y + 2z = 14 \\ 3x - 2y + 2z = 7 \\ x + y - z = 4 \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} 2x - 3y + z = -7 \\ x + 4y + 2z = -1; \\ x - 4y = -5 \end{cases}; \quad 3) \begin{cases} x + 2y + 3z = 3 \\ 2x + 6y + 4z = -4 \\ 3x + 10y + 8z = -8 \end{cases}.$$

Практическое занятие 11. Решение СЛАУ различными методами

Цель: изучить основные методы решения систем линейных уравнений.

Продолжительность работы: 90 мин.

Задания к практической работе:

Задание 1. Решить систему методом Гаусса:

$$1) \begin{cases} x + 2y - 4z = 1 \\ 2x + y - 5z = -1; \\ x - y + 2z = -2 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 13 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 5x_4 = 23 \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 4x_4 = 11 \\ 3x_1 + 5x_2 - 4x_3 + 9x_4 = 28 \end{cases}.$$

Задание 2. Найти общее решение и фундаментальную систему решений системы уравнений:

$$1) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 + 9x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 = 0 \end{cases}.$$

Самостоятельная работа к разделу 2

Задание 1. Вычислить: $\begin{pmatrix} 5 & 8 & -4 \\ 6 & 9 & -5 \\ 4 & 7 & -3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 3 \\ 9 & 6 & 5 \end{pmatrix}.$

Задание 2. Вычислить:

$$A \cdot B - B \cdot A, \text{ где } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задание 3. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 1 \\ 7 & 3 & 1 \end{vmatrix}.$$

Задание 4. Найти обратную матрицу: $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 5 & -1 \end{pmatrix}.$

Задание 5. Решить матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -1 \\ 1 & 4 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 17 & 35 \\ 10 & 39 & 49 \\ 21 & 59 & 15 \end{pmatrix}$$

Задание 6. Решить систему по правилу Крамера:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 3 \\ 2x + 6y + 4z = -4 \\ 3x + 10y + 8z = -8 \end{cases}$$

Задание 7. Решить систему матричным способом:

$$\begin{cases} 3x + y - 2z = 4 \\ 3x + 4y - 3z = 1 \\ 4x + y - 3z = 3 \end{cases}$$

Задание 8. Решить систему методом Гаусса:

$$1) \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 4 \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 7 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 8x_4 = -3 \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} x + 2y + 2z = 1 \\ 2x + y + z = 2 \\ 4x + y + 2z = 2 \\ 7x + 4y + 5z = 5 \end{cases}$$

Задание 9. Найти общее решение и фундаментальную систему решений системы уравнений:

$$\begin{cases} 7x_1 - 5x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 8 \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = -3 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = 1 \\ -x_1 + x_3 + x_4 = 1 \\ -x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \end{cases}$$

РАЗДЕЛ 3. Основы дискретной математики

Тема 3.1 Множества и отношения

Элементы и множества. Задание множеств. Операции над множествами и их свойства. Отношения и их свойства

Практическое занятие 12. Выполнение операций над множествами

Цель: изучить основные операции над множествами.

Продолжительность работы: 90 мин.

Задания к практической работе:

Задание 1. Опрос 100 студентов дал следующие результаты о количестве студентов, изучающих различные иностранные языки: испанский – 28; немецкий – 30; французский – 42; испанский и немецкий – 8; испанский и французский – 10; немецкий и французский – 5; все три языка – 3.

а) Сколько студентов не изучают ни одного языка?

б) Сколько студентов изучают один французский язык?

Решение. Нарисовать диаграмму Эйлера-Венна в виде трех кругов, обозначающих множество студентов, изучающих соответственно французский, немецкий и испанский языки. В каждую из восьми областей вписать данные, используя приведенные цифры. Начинать с конца списка и двигаться к началу.

Задание 2. Пусть $A = \{1, 2, 3\}$ и $B = \{x, y\}$. Выписать все элементы декартова произведения $A \times B$ и $B \times A$.

Задание 3. Пусть $A = \{1, 2\}$. Выписать все элементы декартова произведения $A \times A$.

Задание 4. Из цифр 1, 2, 3, 4, 5 составьте все двузначные числа. Как связано получившееся множество с декартовым произведением $A \times A$, где $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$?

Тема 3.2 Основные понятия теории графов

Основные понятия теории графов.

Самостоятельная работа к разделу 3

Задание 1. Дано универсальное множество U и множества A , B и C . Найти множество D , K и M . Записать ответ в виде списка.

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$; $A = \{1, 3, 5, 7\}$; $B = \{2, 4, 6, 8\}$; $C = \{1, 2, 3, 5\}$;

$D = A \cup \overline{B} - C$; $K = (U - A) \cap C$; $M = U - A \cup C$

Задание 2. Следующий опрос 100 студентов выявил следующие данные о числе студентов, изучающих различные иностранные языки: только немецкий – 18; немецкий, но не испанский – 23; немецкий и французский – 8; немецкий – 26; французский – 48; французский и испанский – 8; никакого языка – 24.

а) Сколько студентов изучают испанский язык?

б) Сколько студентов изучают испанский и немецкий языки?

РАЗДЕЛ 4. Элементы теории комплексных чисел

Тема 4.1 Комплексные числа и действия над ними

Комплексное число и его формы. Действия над комплексными числами в различных формах

Практическое занятие 13. Комплексные числа и действия над ними

Цель: изучить основные правила действий с комплексными числами.

Продолжительность работы: 90 мин.

Задания к практической работе:

Задание 1. Представить числа в тригонометрической и показательной форме:

1) $-3 - \sqrt{3}i$;

2) $3(\cos 10^\circ - i \sin 10^\circ)$.

Задание 2. Выполнить действия. Результат представить в алгебраической форме:

1) $\sqrt{2}(1-i)^2(1-i\sqrt{3})(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$.

Задание 3. Вычислить:

1) $(2i - i^2)^2 + (1 - 3i)^3$;

5) $\frac{(1+i)^5}{(1-i)^3}$;

2) $\frac{(1+i)(3+i)}{3-i} - \frac{(1-i)(3-i)}{3+i}$;

6) $(1+i)^8(1-i\sqrt{3})^{-6}$;

3) $\left(\frac{i^5 + 2}{i^{11} + 1}\right)^2$;

7) $\frac{(-1+i\sqrt{3})^{15}}{(1-i)^{20}} + \frac{(-1-i\sqrt{3})^{15}}{(1+i)^{20}}$.

4) $(1+i)^{10}$;

Задание 4. Найти все значения корней:

1) \sqrt{i} ;

2) $\sqrt[4]{-1}$;

3) $\sqrt[9]{-9}$;

$$4) \sqrt{-1+i\sqrt{3}}; \quad 6) \sqrt[5]{(2-2i)^4}$$

$$5) \sqrt[6]{1+i\sqrt{3}};$$

Задание 5. Решить квадратные уравнения:

$$1) z^2 + 2z + 5 = 0; \quad 4) z^2 + (2i - 3)z + 5 - i = 0.$$

$$2) 4z^2 - 2z + 1 = 0;$$

$$3) z^2 + (5 - 2i)z + 5(1 - i) = 0;$$

Самостоятельная работа к разделу 4

Задание 1. Вычислить:

$$1) \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i} \right)^{20}; \quad 2) (1+i)^{10}; \quad 3) \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right)^{24}.$$

Задание 2. Найти все значения корней:

$$1) \sqrt[4]{2\sqrt{3} + 2i}; \quad 2) \sqrt[4]{\frac{-18}{1+i\sqrt{3}}}.$$

Задание 3. Решить квадратные уравнения:

$$1) z^2 = -8 + 6i; \quad 2) z^2 - (7 + 5i)z + 6 + 17i = 0;$$

$$3) z^2 - 7z + 19 - 9i = 0; \quad 4) z^2 - (5 + 5i)z - 2 + 11i = 0.$$

РАЗДЕЛ 5. Основы теории вероятностей и математической статистики

Тема 5.1 Вероятность. Теорема сложения вероятностей

Понятия события и вероятности события. Достоверные и невозможные события. Классическое определение вероятности. Теоремы сложения и умножения вероятностей.

Практическое занятие 14. Решение практических задач на определение вероятности события

Цель: изучить основные методы вычисления вероятностей простых событий.

Продолжительность работы: 90 мин.

Задания к практической работе:

Задание 1. При стрельбе из винтовки вероятность попадания в цель равна 0,75. Найти число попаданий, если всего было произведено 140 выстрелов.

Задание 2. В лотерее разыгрывается тысяча билетов. Среди них один выигрыш в 50 рублей, пять выигрышей в 20 рублей, двадцать выигрышей по 10 рублей и пятьдесят выигрышей по 5 рублей. Некто покупает один билет. Найти вероятность: а) выиграть не менее 10 рублей; б) какого-либо выигрыша.

Задание 3. Бросаются одновременно две монеты. Какова вероятность выпадения герба на обеих монетах?

Задание 4. Брошена игральная кость. Найти вероятность того, что выпадает четное число очков.

Задание 5. Участники жеребьёвки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого, наудачу извлеченного жетона, не содержит цифры 5.

Задание 6. Куб, все грани которого окрашены, распилен на тысячу кубиков одинакового размера, которые затем тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что наудачу извлеченный кубик будет иметь окрашенных граней: а) одну, б) две, в) три.

Задание 7. В ящике содержится 100 перемешанных жетонов, пронумерованных целыми числами от 1 до 100. Найти вероятность того, что извлеченный наудачу жетон имеет номер, который не делится ни на 2, ни на 3.

Задание 8. В урне *a* белых и *b* черных шаров. Из урны вынимают один шар и откладывают в сторону. Этот шар оказался белым. После этого из урны берут еще один шар. Найти вероятность того, что этот шар тоже будет белым.

Задание 9. На 20 одинаковых жетонах написано 20 двухзначных чисел от 11 до 30. Жетоны помещены в пакет и тщательно перемешаны. Какова вероятность вынуть жетон с номером, кратным 4 или 7?

Задание 10. В мешке смешаны нити 5 сортов; 30 % белых, 40 % черных, 15% - красных, 10 % зелёных, 5% голубых. Определить вероятность того, что наудачу взятая нить будет цветной.

Задание 11. В команде спортсменов 6 бегунов на короткие дистанции, 3 бегуна на длинные, 5 метателей, 7 борцов и 4 боксёра. Определить вероятность того, что наудачу вызванный спортсмен будет легкоатлетом.

Задание 12. В пачке имеется 100 жетонов, занумерованных числами от 1 до 100. Определить вероятность того, что номер наудачу взятого жетона будет кратным 25 или 30.

Задание 13. Игральную кость бросают два раза. Найти вероятность того, что А – выпадет одинаковое число очков; В – сумма выпавших очков равна 8; С – сумма выпавших очков четная; Д – число очков, выпавших при первом броске, больше числа очков, выпавших при втором броске; Е – сумма выпавших очков равна пяти, а произведение – четырем.

Задание 14. Из букв разрезанной азбуки составлено слово «мел». Ребенок, не умеющий читать, рассыпал эти буквы и затем собрал их в произвольном порядке. Найти вероятность того, что у него снова получилось это же слово.

Задание 15. Из букв разрезанной азбуки составлено слово «рама». Ребенок, не умеющий читать, рассыпал эти буквы и затем собрал их в произвольном порядке. Найти вероятность того, что у него снова получилось это же слово.

Задание 16. На одинаковых карточках написаны буквы а, а, б, г, е, р, л. Карточки перемешивают и раскладывают в ряд. Какова вероятность того, что при этом получится слово «алгебра»?

Тема 5.2 Случайная величина, ее функция распределения
Случайная величина. Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон распределения случайной величины

Практическое занятие 15. Решение задач с реальными дискретными случайными величинами

Цель: изучить основные методы вычисления вероятностей сложных событий.

Продолжительность работы: 90 мин.

Задания к практической работе:

Задание 1. В ящике 7 белых шаров и 8 черных. Найти вероятность того, что взяли 1 белый; 2 черных; 3 белых.

Задание 2. Студент сдает математику с вероятностью 0,7, физику с вероятностью 0,8, философию – 0,9. Найти вероятности: А – сдаст все экзамены; В – сдаст хотя бы один экзамен; С – сдаст ровно два экзамена; Д – сдаст ровно один экзамен? (0,504; 0,994; 0,398; 0,092)

Задание 3. Студент пришел на зачет, зная из 30 вопросов только 24. Какова вероятность сдать зачет, если после отказа отвечать на первый вопрос преподаватель задает еще один вопрос? (28/29)

Задание 4. Программа экзамена содержит 30 вопросов, из которых студент знает только 15. Для успешной сдачи экзамена нужно ответить на 2 предложенных вопроса, или на один из них и дополнительный вопрос. Какова вероятность, что студент сдаст экзамен?

Задание 5. В городе 4 библиотеки, в фонде каждой из которых с вероятностью 0,4 есть нужная студенту книга. В поисках книги студент обходит библиотеки пока не найдет ее или пока не обойдет все библиотеки. Найти вероятность: А – студент посетит 2 библиотеки; В – не более двух библиотек; С – четыре библиотеки. Что вероятнее: найдет книгу, или нет? (0,24; 0,64)

Задание 6. Три друга идут сдавать экзамен. Вероятность сдачи для первого – 0,9, для второго – 0,5, для третьего – 0,8. Найти вероятности: А – все сдадут экзамен; В – сдаст ровно один из них; С – сдадут больше двух; Д – сдаст хотя бы один. (0,36; 0,14; 0,49; 0,99)

Задание 7. В первой корзине 4 белых и 6 черных шаров; во второй – 5 белых и 5 черных; в третьей 7 белых и 3 черных шара. Из каждой корзины достают по одному шару. Найти вероятности, что среди этих шаров: А – все белые; В – ровно один белый; С – хотя бы один белый; Д – два белых шара (0,14; 0,36; 0,91; 0,41).

Задание 8. Два стрелка делают по одному выстрелу. Вероятность поражения мишени первым стрелком равна 0,8, а вторым – 0,7. Найти вероятности следующих событий: а) оба стрелка попали в мишень; б) в мишень попал хотя бы один стрелок.

Задание 9. В группе из 30 учеников на контрольной работе получили: 6 учеников оценки отлично, 10 учеников оценку хорошо, 9 человек оценку удовлетворительно. Какова вероятность того, что все три ученика, вызванных к доске, имеют неудовлетворительные оценки по контрольной работе?

Тема 5.3 Математическое ожидание и дисперсия случайной величины

Характеристики случайной величины

Самостоятельная работа к разделу 5

Задание 1. В классе 12 мальчиков и 18 девочек. Нужно выбрать делегацию из двух человек. Какова вероятность (если считать выбор случайным), что выбраны: 1) два мальчика, 2) две девочки, 3) девочка и мальчик?

Задание 2. Из полной колоды карт (52 листа) вынимается сразу четыре карты. Найти вероятность того, что все эти четыре карты будут разных мастей.

Задание 3. В телеателье поступили кинескопы с двух заводов: 35 штук с первого завода и 50 – со второго. Вероятность того, что кинескоп, изготовленный на первом заводе, не выйдет из строя в течение гарантированного срока, равна 0,85. Аналогичная вероятность для второго завода – 0,7. Наудачу выбранный кинескоп выдержал гарантийный срок. Найти вероятность того, что он был изготовлен на втором заводе.

Задание 4. У рабочего есть 10 сверл, 2 из которых имеют дефект. Вероятность того, что в течение смены сверло не придется менять, равна 0,6 для сверла, не имеющего дефект, и 0,3 – для сверла с дефектом. Наудачу взятое сверло в течение смены сломалось. Какова вероятность того, что было взято сверло без дефекта?

Задание 5. Для участия в студенческих отборочных соревнованиях направлено из 1 группы курса – 4, из второй – 6, из третьей – 5 студентов. Вероятности того, что студент первой, второй и третьей групп попадет в сборную университета, равны соответственно 0,9; 0,7 и 0,8. Наудачу выбранный студент в итоге соревнования попал в сборную. К какой из групп вероятнее всего принадлежал студент?

Задание 6. На складе готовой продукции находится пряжа, изготовленная двумя цехами фабрики, причем 20% пряжи составляет продукция цеха №2, а остальная – цеха №1. Продукция цеха №1 содержит 90%, а цеха №2 – 70% пряжи первого сорта. Взятый наудачу со склада моток пряжи оказался первого сорта. Какова вероятность, что он из цеха №1?

Критерии оценки практической работы

Отметка	Критерии	Показатели по 100-й шкале
5 (отлично)	– работа выполнена в полном объеме, приведены все шаги решения и получены верные ответы	100 баллов
	– работа выполнена в полном объеме, приведены все шаги решения, но имеется одна - две вычислительные ошибки	(90;100) баллов
4 (хорошо)	– работа выполнена полностью, но при выполнении обнаружилось недостаточное владение навыками работы в рамках поставленной задачи	(85;90) баллов
	– правильно выполнена большая часть работы (свыше 85%) – работа выполнена полностью, но использованы наименее оптимальные подходы к решению поставленной задачи	(80;85) баллов
3 (удовлетворительно)	– работа выполнена не полностью, допущено более трех ошибок, но обучающийся владеет основными навыками работы, требуемыми для решения поставленной задачи.	(65;79) баллов
2 (неудовлетворительно)	– допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не владеет обязательными знаниями, умениями и навыками работы или значительная часть работы выполнена не самостоятельно.	(50;65) баллов
	– работа показала полное отсутствие у обучающегося обязательных знаний и навыков работы по проверяемой теме.	(30;50) баллов

Список источников

1. Богомолов, Н. В. Математика 5-е изд., пер. и доп. [Электронный ресурс]. – Москва : Юрайт, 2018. – 401 с. – Режим доступа: <https://biblio-online.ru/book/matematika-423919>. – Загл. с экрана.

2. Богомолов, Н. В. Практические занятия по математике в 2 ч. часть 1 11-е изд., пер. и доп. [Электронный ресурс]. – Москва : Юрайт, 2018. – 285 с. – Режим доступа: <https://biblioonline.ru/book/B07366AD-07E3-4D69-BC1F-0F55B6C1A25F>. – Загл. с экрана.

3. Богомолов, Н. В. Практические занятия по математике в 2 ч. часть 2 11-е изд., пер. и доп. [Электронный ресурс]. – Москва : Юрайт, 2018. – 251 с. – Режим доступа: <https://biblioonline.ru/book/prakticheskie-zanyatiya-po-matematike-v-2-ch-chast-2-426520>. – Загл. с экрана.