

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кузбасский государственный технический университет
имени Т. Ф. Горбачева»

Кафедра математики

Составитель
Е. Н. Грибанов

МАТЕМАТИКА

Методические материалы

для студентов II курса специальности СПО
11.02.16 Монтаж, техническое обслуживание и ремонт
электронных приборов и устройств

Рекомендовано цикловой методической комиссией
математических и естественнонаучных дисциплин
в качестве электронного издания
для использования в образовательном процессе

Кемерово 2018

Рецензенты

Николаева Е. А., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики ФГБОУ ВО «Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева»

Ощепкова Е. А., председатель цикловой методической комиссии математических и естественнонаучных дисциплин

Грибанов Евгений Николаевич

Математика: методические материалы [Электронный ресурс] для студентов II курса специальности СПО 11.02.16 Монтаж, техническое обслуживание и ремонт электронных приборов и устройств очной формы обучения / сост. Е. Н. Грибанов, КузГТУ. – Электрон. издан. – Кемерово, 2018.

Приведены методические материалы к практическим занятиям и самостоятельной работе по дисциплине «Математика», позволяющие закрепить знания, полученные в ходе аудиторных занятий; способствующие закреплению теоретических положений; развитию навыков по их практическому применению.

© КузГТУ, 2018

© Грибанов Е. Н.,
составление, 2018

Оглавление

Пояснительная записка	5
Общие положения	5
Раздел 1. Основы теории комплексных чисел.....	6
Тема 1.1. Алгебраическая форма комплексного числа	6
Тема 1.2. Тригонометрическая и показательные формы комплексного числа.....	6
Практическое занятие 1. Действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной формах	6
Самостоятельная работа к разделу 1	7
Раздел 2. Математический анализ.....	8
Тема 2.1. Дифференциальное исчисление	8
Практическое занятие 2. Правила дифференцирования. Производные основных элементарных функций. Производная сложной функции. Дифференцирование функций.....	8
Тема 2.2. Интегральное исчисление	9
Практическое занятие 3. Неопределенный интеграл и его свойства. Нахождение неопределённого интеграла методами непосредственного интегрирования, подстановки и интегрирования по частям.....	9
Практическое занятие 4. Определенный интеграл, его свойства и геометрический смысл. Вычисление определенного интеграла с помощью формулы Ньютона-Лейбница, методами подстановки и интегрирования по частям	11
Практическое занятие 5. Приложения определенного интеграла к решению геометрических и физических задач	12
Самостоятельная работа к теме 2.2	12
Тема 2.3. Обыкновенные дифференциальные уравнения	13
Практическое занятие 6. Линейные дифференциальные уравнения I порядка	13
Практическое занятие 7. Линейные однородные дифференциальные уравнения II порядка с постоянными коэффициентами.....	15
Самостоятельная работа к теме 2.3	16
Тема 2.4. Ряды	16
Практическое занятие 8. Исследование на сходимость рядов с положительными членами по признаку Даламбера и знакопеременных рядов по признаку Лейбница.....	16

Раздел 3. Основы дискретной математики	17
Тема 3.1. Множества и отношения	17
Раздел 4. Основы теории вероятностей и математической статистики.....	17
Тема 4.1. Вероятность случайного события. Теоремы сложения и умножения вероятностей	17
Тема 4.2. Дискретная случайная величина и ее числовые характеристики.....	18
Практическое занятие 9. Дискретная случайная величина, закон ее распределения. Вычисление числовых характеристик дискретной случайной величины	18
Тема 4.3. Основные понятия математической статистики	18
Самостоятельная работа к теме 4.3	18
Раздел 5. Основные численные методы	19
Тема 5.1. Приближенные числа и действия с ними	19
Практическое занятие 10. Абсолютная и относительная погрешности приближенного числа. Учет погрешностей и правила действий с приближенными числами	19
Самостоятельная работа к теме 5.1	20
Критерии оценки практической работы.....	21
Список источников	21

Пояснительная записка

Общие положения

Методические материалы разработаны в соответствии с рабочей программой по дисциплине «Математика».

Цель работы – помочь студентам при освоении дисциплины «Математика», при подготовке к практическим занятиям и организации самостоятельной работы.

В методических материалах приведены задания для решения на практических занятиях и задания для самостоятельной работы.

Наиболее трудоемкие разделы дисциплины для лучшего усвоения учебного процесса дополняются самостоятельной работой студента.

Домашняя самостоятельная работа студентов очной формы обучения распределяется следующим образом:

- разбор и изучение теоретического материала по учебникам, пособиям и конспектам лекций;
- решение заданий по темам практических занятий;
- выполнение индивидуальных заданий по подготовке докладов по темам (на выбор);
- подготовка к промежуточному контролю.

Раздел 1. Основы теории комплексных чисел

Тема 1.1. Алгебраическая форма комплексного числа

История развития научных идей и методов математики для познания и описания действительности. Роль математики для изучения общепрофессиональных и специальных дисциплин. Понятие комплексного числа. Алгебраическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Решение квадратных уравнений с отрицательным дискриминантом. Геометрическое изображение комплексных чисел, суммы и разности комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа.

Тема 1.2. Тригонометрическая и показательные формы комплексного числа

Тригонометрическая форма комплексного числа. Формула Эйлера. Показательная форма комплексного числа. Переход от алгебраической формы комплексного числа к тригонометрической, показательной и обратно. Действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной формах.

Практическое занятие 1. Действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной формах

Цель: изучить основные правила действий с комплексными числами.

Продолжительность работы: 90 мин.

Задания к практической работе:

Задание 1. Представить числа в тригонометрической и показательной форме:

- 1) $-3 - \sqrt{3}i$;
- 2) $3(\cos 10^\circ - i \sin 10^\circ)$.

Задание 2. Выполнить действия. Результат представить в алгебраической форме:

- 1) $\frac{8(\cos 40^\circ + i \sin 40^\circ)}{16(\cos(-50^\circ) + i \sin(-50^\circ))}$,
- 2) $\sqrt{2}(1 - i)^2(1 - i\sqrt{3})(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$.

Задание 3. Вычислить:

- 1) $(2i - i^2)^2 + (1 - 3i)^3$;
- 2) $\frac{(1+i)(3+i)}{3-i} - \frac{(1-i)(3-i)}{3+i}$;
- 3) $\left(\frac{i^5 + 2}{i^{11} + 1}\right)^2$;
- 4) $(1+i)^{10}$;
- 5) $\frac{(1+i)^5}{(1-i)^3}$;
- 6) $(1+i)^8(1-i\sqrt{3})^{-6}$;
- 7) $\frac{(-1+i\sqrt{3})^{15}}{(1-i)^{20}} + \frac{(-1-i\sqrt{3})^{15}}{(1+i)^{20}}$.

Задание 4. Найти все значения корней:

- 1) \sqrt{i} ;
- 2) $\sqrt[4]{-1}$;
- 3) $\sqrt[9]{-9}$;
- 4) $\sqrt{-1 + i\sqrt{3}}$;
- 5) $\sqrt[6]{1 + i\sqrt{3}}$;
- 6) $\sqrt[5]{(2 - 2i)^4}$

Задание 5. Решить квадратные уравнения:

- 1) $z^2 + 2z + 5 = 0$;
- 2) $4z^2 - 2z + 1 = 0$;
- 3) $z^2 + (5 - 2i)z + 5(1 - i) = 0$;
- 4) $z^2 + (2i - 3)z + 5 - i = 0$.

Самостоятельная работа к разделу 1

Задание 1. Вычислить:

- 1) $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{20}$;
- 2) $(1+i)^{10}$;
- 3) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)^{24}$

Задание 2. Найти все значения корней:

- 1) $\sqrt[4]{2\sqrt{3} + 2i}$;
- 2) $\sqrt[4]{\frac{-18}{1+i\sqrt{3}}}$.

Задание 3. Решить квадратные уравнения:

- 1) $z^2 = -8 + 6i$;
- 2) $z^2 - 7z + 19 - 9i = 0$;
- 3) $z^2 - (5 + 5i)z - 2 + 11i = 0$.

Задание 4. Выполнить индивидуальные задания по подготовке докладов по темам (на выбор):

- 1) Развитие понятия комплексного числа в XVI–XVIII вв.,
- 2) Жизнь и творчество Л. Эйлера,
- 3) Вклад К. Гаусса в развитие теории комплексных чисел,

- 4) Применение комплексных чисел в естествознании и технике,
- 5) Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях,
- 6) Ньютон и Лейбниц – творцы математического анализа,
- 7) Применение производной в естествознании, экономике и технике,
- 8) Истоки интегрального исчисления,
- 9) От Кавальери до Ньютона и Лейбница,
- 10) Применение дифференциальных уравнений в физике, технике и других науках,
- 11) Исторический обзор развития теории рядов,
- 12) Примеры практического применения степенных рядов,
- 13) Г. Кантор – один из основателей теории множеств,
- 14) Д. Буль – основоположник алгебры множеств,
- 15) Примеры практического применения методов математической статистики.

Раздел 2. Математический анализ

Тема 2.1. Дифференциальное исчисление

Функции одной переменной. Пределы, непрерывность функций. Производная функции, ее физический и геометрический смысл. Правила дифференцирования. Производные основных элементарных функций. Производная сложной функции. Дифференцирование функций. Дифференциал функции.

Практическое занятие 2. Правила дифференцирования. Производные основных элементарных функций. Производная сложной функции. Дифференцирование функций

Цель: изучить основные методы нахождения производной и её приложения.

Продолжительность работы: 90 мин.

Задания к практической работе:

Задание 1. Найти производные следующих функций:

- | | |
|---|---------------------------------|
| 1) $y = 5x^4 - 3\sqrt[7]{x^3} + \frac{7}{x^5} + 4;$ | 3) $y = \frac{2x + 3}{3x + 2};$ |
| 2) $y = x^3 \sin x;$ | 4) $y = (3x^2 + 4x + 1)^6;$ |

$$5) y = \sqrt[3]{\left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}\right)^2};$$

$$6) y = \arcsin\left(\frac{2x}{x^2 + 1}\right) - \ln \sqrt{x^2 + 1};$$

Задание 2. Найти производные второго порядка от следующих функций:

$$1) y = \cos^2 x;$$

$$3) y = e^{2x} \sin 3x;$$

$$2) y = \operatorname{arctg} x^2;$$

$$4) y = x^3 \ln x.$$

Задание 3. Найти дифференциалы указанных функций:

$$1) y = x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \arcsin \frac{x}{a} - 5;$$

$$2) y = \sin x - x \cos x + 4;$$

$$3) y = x \operatorname{arctg} x - \ln \sqrt{1 + x^2};$$

Задание 4. Найти интервалы возрастания и убывания функции:

$$1) f(x) = 2 - 3x + x^3;$$

$$2) f(x) = (2 - x)(x + 1)^2.$$

Задание 5. Найти экстремумы функции:

$$1) f(x) = x^2(1 - x\sqrt{x});$$

$$2) y = x + \sqrt{x - 3}.$$

Задание 6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^4 - 2x^2 + 3$ на отрезке $[-3; 2]$.

Тема 2.2. Интегральное исчисление

Неопределенный интеграл и его свойства. Нахождение неопределенного интеграла методами непосредственного интегрирования, подстановки и интегрирования по частям. Определенный интеграл, его свойства и геометрический смысл. Вычисление определенного интеграла с помощью формулы Ньютона-Лейбница, методами подстановки и интегрирования по частям. Приложения определенного интеграла к решению геометрических и физических задач.

Практическое занятие 3. Неопределенный интеграл и его свойства. Нахождение неопределённого интеграла методами непосредственного интегрирования, подстановки и интегрирования по частям

Цель: изучить основные методы нахождения неопределенного интеграла.

Продолжительность работы: 180 мин.

Задания к практической работе:

Задание 1. Найти неопределенные интегралы:

- | | |
|--|---|
| 1) $\int \sqrt{x} dx;$ | 7) $\int \frac{3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^x}{2^x} dx;$ |
| 2) $\int x \sqrt{x} dx;$ | 8) $\int (3x + 1)^3 dx;$ |
| 3) $\int 10^x dx;$ | 9) $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x} dx;$ |
| 4) $\int (\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1) dx;$ | 10) $\int \frac{dx}{x^2 + 4};$ |
| 5) $\int \frac{(1-x)^2}{x\sqrt{x}} dx;$ | 11) $\int \frac{dx}{5-x^2};$ |
| 6) $\int \frac{dx}{\sqrt{3-3x^2}};$ | |

Задание 2. Используя метод замены переменной вычислить интегралы:

- | | |
|--|--|
| 1) $\int \frac{dx}{\cos^2 x \cdot \operatorname{tg}^4 x};$ | 5) $\int \sin \sqrt{x} \frac{dx}{\sqrt{x}};$ |
| 2) $\int \frac{dx}{x \ln^2 x};$ | 6) $\int \frac{x dx}{\sqrt[3]{x^2 - 1}};$ |
| 3) $\int \frac{\cos x}{2 - 3 \sin x} dx;$ | 7) $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{\cos^2 x + 4}}.$ |
| 4) $\int \operatorname{ctg} 2x dx;$ | |

Задание 3. Применяя указанные подстановки, найти интегралы:

- 1) $\int \frac{dx}{x\sqrt{1-x^3}}, \quad x = (1-t^2)^{1/3},$
- 2) $\int \frac{dx}{x\sqrt{4-x^2}}, \quad x = \frac{2}{t};$
- 3) $\int \frac{dx}{x + \sqrt{x}}, \quad x = t^2.$

Задание 4. Применяя формулу интегрирования по частям, найти интегралы:

- | | |
|-----------------------|--------------------------|
| 1) $\int x \ln x dx;$ | 2) $\int x^2 \sin x dx;$ |
|-----------------------|--------------------------|

$$3) \int x^2 e^{-x} dx;$$

$$4) \int \frac{x \sin x}{\cos^3 x} dx.$$

Задание 5. Найти интегралы:

$$1) \int \frac{dx}{x^2 + 4x - 5};$$

$$4) \int \frac{dx}{(x-3)(x+4)};$$

$$2) \int \frac{dx}{x^2 - 6x};$$

$$5) \int \frac{3x^2 + 2x - 1}{(x-1)^2(x+2)} dx;$$

$$3) \int \frac{x dx}{x^4 + 6x^2 + 13};$$

$$6) \int \frac{dx}{x(x^2 + 2)}.$$

**Практическое занятие 4. Определенный интеграл,
его свойства и геометрический смысл. Вычисление
определенного интеграла с помощью формулы Ньютона-
Лейбница, методами подстановки и интегрирования по частям**

Цель: изучить основные методы нахождения определенного интеграла.

Продолжительность работы: 180 мин.

Задания к практической работе:

Задание 1. Вычислить определённые интегралы:

$$1) \int_{-1}^2 x^2 dx;$$

$$7) \int_1^{64} \frac{dx}{\sqrt{x}(1 + \sqrt[3]{x})};$$

$$2) \int_0^1 (\sqrt{x} + \sqrt[3]{x^2}) dx;$$

$$8) \int_0^1 \ln(1 + \sqrt{x}) dx;$$

$$3) \int_0^1 \frac{dx}{x+1};$$

$$9) \int_1^2 x^2 \ln x dx;$$

$$4) \int_1^4 \frac{1+y}{\sqrt{y}} dy;$$

$$10) \int_0^1 \frac{x dx}{x^2 + 3x + 2};$$

$$5) \int_{-3}^0 \frac{dx}{\sqrt{25+3x}};$$

$$11) \int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} dx.$$

$$6) \int_0^{\pi/2} \sin^2 x \cdot \cos x dx;$$

Практическое занятие 5. Приложения определенного интеграла к решению геометрических и физических задач

Цель: изучить основные методы применения определенного интеграла.

Продолжительность работы: 90 мин.

Задания к практической работе:

Задание 1. Найти площадь, ограниченную графиками функций:

1) $y = \sqrt{x}$, $y = 2 - x$, $y = 0$;

5) $y = x^2 + 2x$, $y = x + 2$;

2) $y = x^2 - 2x + 3$, $y = 3x - 1$;

6) $y = \frac{27}{x^2 + 9}$, $y = \frac{x^2}{6}$;

3) $y = \frac{2}{x}$, $y = -\frac{x}{2} - \frac{5}{2}$;

7) $y = 2x - x^2 + 3$, $y = x^2 - 4x + 3$.

4) $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt{4 - 3x}$;

Задание 2. Найти площадь фигуры, ограниченной параболой $y = 3 + 2x - x^2$ и осью Ox .

Самостоятельная работа к теме 2.2

Задание 1. Найти неопределенные интегралы:

1) $\int \frac{(1+x)^2}{x(1+x^2)} dx$,

3) $\int \frac{dx}{4x-7}$,

2) $\int \sin(4x+5) dx$,

4) $\int \cos(5x-11) dx$.

Задание 2. Используя метод замены переменной вычислить интегралы:

1) $\int \frac{x^3 dx}{x^8 + 1}$;

3) $\int \frac{e^x}{(7 - e^x)^3} dx$;

2) $\int \frac{\sin ax}{\cos^2 ax} dx$;

4) $\int \frac{a^{1/x}}{x^2} dx$.

Задание 3. Вычислить интегралы:

1. $\int \frac{\ln^2 x}{x^2} dx$;

3. $\int \frac{2x^2 + 11x + 13}{(x+1)(x+2)(x+3)} dx$;

2. $\int x \arctg x dx$;

4. $\int \frac{2dx}{x^2 + 8x + 16}$;

$$5. \int \frac{dx}{(x-1)(x-2)}.$$

Задание 4. Вычислить определённые интегралы:

$$1) \int_1^{\frac{3}{2}} \frac{4x+3}{(x-2)^2} dx;$$

$$3) \int_0^{\pi} x \sin x dx;$$

$$2) \int_{\ln 3}^{\ln 8} \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}};$$

$$4) \int_3^4 \frac{dx}{x^2 - 3x + 2};$$

Задание 5. Вычисление площадей фигур и объемов тел с помощью определенного интеграла. Найти площадь, ограниченную графиками функций:

$$1) y = \frac{1}{x}, y = x, x = 2;$$

$$4) y = \frac{4}{x^2}, x = 1, y = x + 1;$$

$$2) y = x^2, y = 1 + \frac{3}{4}x^2;$$

$$5) y = \ln x, x = e, y = 0;$$

$$3) y = x^2 + 2, y = 1 - x^2, x = 0, x = 1$$

$$6) y = x^2 \sqrt{4 - x^2}, y = 0, (0 \leq x \leq 2)$$

Тема 2.3. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Дифференциальное уравнение I порядка, его общее и частное решения. Задача Коши. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Линейные дифференциальные уравнения I порядка. Дифференциальное уравнение II порядка, его общее и частное решения. Задача Коши. Простейшие дифференциальные уравнения II порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения II порядка с постоянными коэффициентами.

Практическое занятие 6. Линейные дифференциальные уравнения I порядка

Цель: изучить основные методы решения дифференциальных уравнений первого порядка.

Продолжительность работы: 180 мин.

Задания к практической работе:

Задание 1. Найти общее решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными:

1) $xy' - y = y^3$;

2) $xyy' = 1 - x^2$;

3) $\sqrt{y^2 + 1}dx = xydy$;

4) $yy' + x = 1$;

5) $(1 + e^{3y})xdx = e^{3y}dy$;

6) $e^x \operatorname{tg} y dx = (1 - e^x) \frac{dy}{\cos^2 y}$.

Задание 2. Найти частное решение уравнения с разделяющимися переменными:

1) $(1 + e^{2x})y^2 dy = e^x dx, y(0) = 0$;

2) $\frac{y}{y'} = \ln y, y(2) = 1$;

3) $\frac{dx}{x(y-1)} + \frac{dy}{y(x+2)} = 0, y(1) = 1$;

4) $\sqrt{\frac{1 + \cos 2x}{1 + \sin y}} + y' = 0, y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$.

Задание 3. Найти общее решение однородного уравнения:

1) $xy' \sin\left(\frac{y}{x}\right) + x = y \sin\left(\frac{y}{x}\right)$;

2) $xyy' = y^2 + 2x^2$;

3) $xy + y^2 = (2x^2 + xy)y'$;

4) $y' = \frac{y}{x} + \cos\left(\frac{y}{x}\right)$.

Задание 4. Найти общее решение дифференциального уравнения:

1) $xy' - y = x^2 \cos x$;

2) $y' + 2xy = xe^{-x^2}$;

3) $y' \cos x + y = 1 - \sin x$;

4) $(1 + x^2)y' + y = \operatorname{arctg} x$;

5) $y' - \frac{y}{\sin x} = \cos\left(\ln\left(\operatorname{tg} \frac{x}{2}\right)\right)$.

Задание 5. Найти частное решение дифференциального уравнения:

1) $(x^2 + 1)y' + 4xy = 3, y(0) = 0$;

2) $y' = 2x(x^2 + y), y(0) = 0$;

3) $y' - y = e^x, y(0) = 1$;

$$4) \cos y dx = (x + 2 \cos y) \sin y dy, y(0) = \frac{\pi}{4}.$$

Практическое занятие 7. Линейные однородные дифференциальные уравнения II порядка с постоянными коэффициентами

Цель: изучить основные методы решения дифференциальных уравнений второго порядка.

Продолжительность работы: 180 мин.

Задания к практической работе:

Задание 1. Решить дифференциальные уравнения, используя методы понижения порядка:

$$1) y'' = \frac{1}{1+x^2};$$

$$2) y'' + y' \operatorname{tg} x = \sin 2x;$$

$$3) yy'' + y'^3 = y'^2;$$

$$4) xy'' - y' = e^x x^2;$$

$$5) 2yy'' = 1 + (y')^2.$$

Задание 2. Найти частные решения дифференциальных уравнений, удовлетворяющие заданным начальным условиям:

$$1) y'' = xe^x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0;$$

$$2) y'' = \frac{y'}{x} + \frac{x^2}{y'}, \quad y(2) = 0, \quad y'(2) = 4.$$

Задание 3. Найти общие решения дифференциальных уравнений:

$$1) y'' - 2y' - 2y = 0;$$

$$2) y'' + 6y' + 13y = 0;$$

$$3) y'' - 6y' + 9y = 0;$$

Задание 4. Найти частные решения дифференциальных уравнений, удовлетворяющие заданным начальным условиям:

$$1) y'' - 5y' + 4y = 0, \quad y(0) = y'(0) = 1;$$

$$2) y'' - 2y' + y = 0, \quad y(2) = 1, \quad y'(2) = -2.$$

Задание 5. Найти общие решения дифференциальных уравнений:

$$1) y'' - y = e^{-x};$$

$$2) y'' - 5y' + 6y = 13 \sin 3x;$$

$$3) 4y'' - y = x^3 - 24x.$$

Задание 6. Найти частные решения дифференциальных уравнений, удовлетворяющие заданным начальным условиям:

1) $y'' - 2y' = 2e^x$, $y(1) = -1$, $y'(1) = 0$,

2) $y'' + 4y = x$, $y(0) = 1$, $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{2}$.

Самостоятельная работа к теме 2.3

Задание 1. Решить дифференциальное уравнение, используя методы понижения порядка $(1 - x^2)y'' + xy' - 2 = 0$.

Задание 2. Найти частные решения дифференциальных уравнений, удовлетворяющие заданным начальным условиям:
 $\frac{y''}{y'} = \frac{2yy'}{1 + y^2}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

Задание 3. Найти общее решение дифференциального уравнения $3y'' - 2y' - 8y = 0$.

Тема 2.4. Ряды

Числовые ряды. Сходимость и расходимость числовых рядов. Необходимое условие сходимости ряда. Признак Даламбера. Исследование на сходимость рядов с положительными членами по признаку Даламбера. Знакопеременные ряды. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Признак Лейбница. Исследование на сходимость знакопеременных рядов по признаку Лейбница. Степенные ряды. Разложение основных элементарных функций в ряд Маклорена. Понятие о тригонометрическом ряде Фурье.

Практическое занятие 8. Исследование на сходимость рядов с положительными членами по признаку Даламбера и знакопеременных рядов по признаку Лейбница

Цель: изучить основные способы нахождения сходимости рядов.

Продолжительность работы: 90 мин.

Задания к практической работе:

Задание 1. Дан общий член ряда $\frac{n}{2^n + 1}$, записать четыре первых члена ряда.

Задание 2. Выяснить вопрос о сходимости ряда:

- | | |
|---|--|
| 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{3n-2}$; | 6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n(n+2)!}{n^5}$; |
| 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$; | 7) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^n}{n!}$; |
| 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-5}{3^n}$; | 8) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{2n+1}\right)^n$; |
| 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{3n+2}\right)^n$; | 9) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{2n+1}\right)^n$. |
| 5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^5}$; | |

Задание 3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость следующие ряды:

- 1) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{3n-1}$;
- 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}$;
- 3) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2n-1}{3n+2}\right)^n$.

Раздел 3. Основы дискретной математики

Тема 3.1. Множества и отношения

Понятие множества. Задание множеств. Операции над множествами и их свойства. Отношения. Свойства отношений.

Раздел 4. Основы теории вероятностей и математической статистики

Тема 4.1. Вероятность случайного события.

Теоремы сложения и умножения вероятностей

Случайные события, их виды. Вероятность случайного события. Операции над событиями. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности.

Тема 4.2. Дискретная случайная величина и ее числовые характеристики

Дискретная случайная величина, закон ее распределения. Вычисление числовых характеристик дискретной случайной величины.

Практическое занятие 9. Дискретная случайная величина, закон ее распределения. Вычисление числовых характеристик дискретной случайной величины

Цель: изучить основные способы нахождения числовых характеристик случайных величин.

Продолжительность работы: 90 мин.

Задания к практической работе:

Задание 1. Составить ряд распределения случайной величины X и вычислить ее числовые характеристики.

- 1) Вероятность выигрыша по лотерейному билету 0,2. Случайная величина X – число выигравших билетов из трех купленных.
- 2) Студент сдает в сессию экзамены с вероятностями: математику – 0,8, физику – 0,7, историю – 0,9. Случайная величина X – число сданных экзаменов.
- 3) Студент может сдавать экзамен 3 раза, после чего его отчисляют. Вероятность сдать с 1-го раза равна 0,6, со 2-го – 0,7, с 3-го – 0,8. Случайная величина X – число приходов на экзамен. Записать функцию распределения.
- 4) Студент получает «5» за экзамен: по математике с вероятностью 0,2, по физике – 0,1, по истории – 0,4. Случайная величина X – число «пятерок» в сессию.

Тема 4.3. Основные понятия математической статистики

Задачи математической статистики. Понятия о выборке, выборочных распределениях и их графических изображениях, числовых характеристиках выборки.

Самостоятельная работа к теме 4.3

Составить выступления по темам: «Дисперсия и среднее квадратическое отклонение случайной величины», «Понятие о корреляциях и регрессиях».

Раздел 5. Основные численные методы

Тема 5.1. Приближенные числа и действия с ними

Абсолютная и относительная погрешности приближенного числа. Учет погрешностей и правила действий с приближенными числами.

Практическое занятие 10. Абсолютная и относительная погрешности приближенного числа. Учет погрешностей и правила действий с приближенными числами

Цель: изучить основные источники погрешностей.

Продолжительность работы: 90 мин.

Задания к практической работе:

Задание 1. Требуется: а) Определить, какое равенство точнее.

б) Округлить сомнительные цифры числа, оставив верные знаки. Определить абсолютную погрешность результата. в) Найти предельные абсолютную и относительную погрешности приближенного числа, все цифры которого по умолчанию верные.

1. а) $14/17 = 0,824$, $\sqrt{53} = 7,28$; б) $23,3748$, $\delta = 0,27\%$; в) $0,645$.

2. а) $7/3 = 2,33$, $\sqrt{58} = 7,62$; б) $13,5726 \pm 0,0072$; в) $4,8556$.

3. а) $27/31 = 0,871$, $\sqrt{43} = 6,48$; б) $0,088748$, $\delta = 0,56\%$; в) $71,385$.

4. а) $23/9 = 2,56$, $\sqrt{87} = 9,33$; б) $4,57633 \pm 0,00042$; в) $6,8346$.

Задание 2.

1. Число X , все цифры верны в строгом смысле, округлите до трех значащих цифр. Для полученного числа $X_1 \approx X$ найдите предельную абсолютную и предельную относительную погрешности. В записи числа X_1 укажите количество верных цифр (в узком и широком смысле).

2. Вычислите с помощью калькулятора значение величины Z при заданных значениях параметров a, b и c , используя «ручные» расчетные таблицы для пошаговой регистрации результатов вычислений двумя способами: 1) по правилам подсчета цифр; 2) по методу строгого учета границ абсолютных погрешностей.

Данные приведены в таблице.

№	X	Z	a	b	c
---	-----	-----	-----	-----	-----

1	7,32147	$\frac{\ln(b+c)}{b-ac}$	0,2399	4,893	1,172
2	0,007275	$\frac{(a-c)^2}{\sqrt{a+3b}}$	11,437	0,60937	8,67081
3	45,548	$\frac{a-bc}{\ln a+3b}$	10,589	0,5894	0,125
4	10,7818	$\frac{b^2-\ln c}{\sqrt{c-a}}$	2,038	3,91253	5,0075

Самостоятельная работа к теме 5.1

Задание 1: Требуется: а) Определить, какое равенство точнее. б) Округлить сомнительные цифры числа, оставив верные знаки. Определить абсолютную погрешность результата. в) Найти предельные абсолютную и относительную погрешности приближенного числа, все цифры которого по умолчанию верные.

а) $\frac{6}{7} = 0,857$, $\sqrt{41} = 6,40$; б) $46,7843$ $\delta = 0,32\%$; в) $7,38$.

Задание 2.

1. Число X , все цифры верны в строгом смысле, округлите до трех значащих цифр. Для полученного числа $X_1 \approx X$ найдите предельную абсолютную и предельную относительную погрешности. В записи числа X_1 укажите количество верных цифр (в узком и широком смысле).
2. Вычислите с помощью калькулятора значение величины Z при заданных значениях параметров a, b и c , используя «ручные» расчетные таблицы для пошаговой регистрации результатов вычислений двумя способами: 1) по правилам подсчета цифр; 2) по методу строгого учета границ абсолютных погрешностей.

Данные приведены в таблице

№	X	Z	a	b	c
1	1,005745	$\frac{a - \cos b}{13c + b}$	3,149	0,85	0,007
2	35,3085	$\frac{\sqrt{a+b}}{3a-c}$	9,6574	1,404	1.126

Критерии оценки практической работы

Отметка	Критерии	Показатели по 100-й шкале
5 (отлично)	– работа выполнена в полном объеме, приведены все шаги решения и получены верные ответы	100 баллов
	– работа выполнена в полном объеме, приведены все шаги решения, но имеется одна - две вычислительные ошибки	(90;100) баллов
4 (хорошо)	– работа выполнена полностью, но при выполнении обнаружилось недостаточное владение навыками работы в рамках поставленной задачи	(85;90) баллов
	– правильно выполнена большая часть работы (свыше 85%) – работа выполнена полностью, но использованы наименее оптимальные подходы к решению поставленной задачи	(80;85) баллов
3 (удовлетворительно)	– работа выполнена не полностью, допущено более трех ошибок, но обучающийся владеет основными навыками работы, требуемыми для решения поставленной задачи.	(65;79) баллов
2 (неудовлетворительно)	– допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не владеет обязательными знаниями, умениями и навыками работы или значительная часть работы выполнена не самостоятельно.	(50;65) баллов
	– работа показала полное отсутствие у обучающегося обязательных знаний и навыков работы по проверяемой теме.	(30;50) баллов

Список источников

1. Баврин, И. И. Математика. 2-е изд., пер. и доп. [Электронный ресурс]. – Москва : Юрайт, 2019. – 616 с. – Режим доступа: <https://biblio-online.ru/book/matematika-426511>. – Загл. с экрана.
2. Баврин, И. И. Математика для технических колледжей и техникумов. 2-е изд., испр. и доп. [Электронный ресурс]. – Москва : Юрайт, 2018. – 397 с. – Режим доступа: <https://biblio-online.ru/book/matematika-dlya-tehnicheskikh-kolledzhey-i-tehnikumov-424130>. – Загл. с экрана.

3. Богомолов, Н. В. Математика. 5-е изд., пер. и доп. [Электронный ресурс]. – Москва : Юрайт, 2018. – 401 с. – Режим доступа: <https://biblio-online.ru/book/matematika-423919>. – Загл. с экрана.
4. Богомолов, Н. В. Практические занятия по математике в 2 ч. Часть 1. – 11-е изд., пер. и доп. [Электронный ресурс]. – Москва : Юрайт, 2018. – 326 с. – Режим доступа: <https://biblio-online.ru/book/prakticheskie-zanyatiya-po-matematike-v-2-ch-chast-1-426516>. – Загл. с экрана.
5. Богомолов, Н. В. Практические занятия по математике в 2 ч. Часть 2. – 11-е изд., пер. и доп. [Электронный ресурс]. – Москва : Юрайт, 2018. – 251 с. – Режим доступа: <https://biblio-online.ru/book/prakticheskie-zanyatiya-po-matematike-v-2-ch-chast-2-426520>. – Загл. с экрана.
6. Гисин, В. Б. Математика: практикум [Электронный ресурс]. – Москва : Юрайт, 2018. – 202 с. – Режим доступа: <https://biblio-online.ru/book/matematika-praktikum-414911>. – Загл. с экрана.
7. Павлюченко, Ю. В. Математика. 4-е изд., пер. и доп. [Электронный ресурс]. – Москва : Юрайт, 2018. – 238 с. – Режим доступа: <https://biblio-online.ru/book/matematika-413717>. – Загл. с экрана.
8. Седых, И. Ю. Математика. [Электронный ресурс]. – Москва : Юрайт, 2018. – 443 с. – Режим доступа: <https://biblio-online.ru/book/matematika-413847>. – Загл. с экрана.