

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кузбасский государственный технический университет
имени Т. Ф. Горбачёва»

Кафедра информационных и автоматизированных
производственных систем

ПЛАНЫ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ

Методические указания к лабораторным и практическим занятиям по дисциплинам «**Теория механизмов и машин**» и «**Основы проектирования**» для обучающихся направлений подготовки: 15.03.01 (РС, ТС) «Машиностроение»; 15.03.05 (МТ, МС) «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств»; 18.03.02 (ХМ) «Энерго- и ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии»; 23.03.03 (МА, ТК) «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов»

Составители Н. П. Курышкин
В. Н. Ермак

Утверждены на заседании кафедры
Протокол № 9 от 21.05.2019
Рекомендованы к печати
учебно-методической комиссией
направления подготовки 15.03.01
Протокол № 10 от 24.04.2019
Электронная копия находится
в библиотеке КузГТУ

Кемерово 2019

ЦЕЛЬ И СОДЕРЖАНИЕ ЗАНЯТИЯ

Цель занятия – практическое освоение методики кинематического анализа механизмов второго класса методом планов скоростей и ускорений. Для предложенной схемы рычажного механизма по заданному движению входного звена необходимо определить скорости и ускорения всех шарнирных точек и центров масс звеньев. Требуется также определить угловые скорости и угловые ускорения всех звеньев.

КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ

Кинематический анализ механизмов выполняют в порядке присоединения групп Ассура. Начальным считают звено с заданным положением и движением.

Положения звеньев определяют построением кинематической схемы механизма. Скорости и ускорения находят графическим решением векторных уравнений, составленных на основании разложения движения звеньев на некоторое *переносное* и *относительное*.

Переносным (переносящим) считается движение подвижной системы координат (ПСК) относительно неподвижной, связанной со стойкой. Искомая абсолютная скорость и ускорение при составном движении определяются по формулам:

$$\vec{v}_{\text{абс}} = \vec{v}_{\text{пер}} + \vec{v}_{\text{отн}}; \quad (1)$$

$$\vec{a}_{\text{абс}} = \vec{a}_{\text{пер}} + \vec{a}_{\text{отн}} + \vec{a}_{\text{кор}}, \quad (2)$$

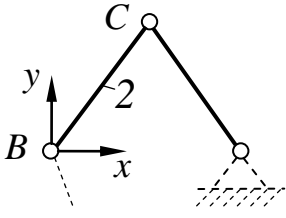
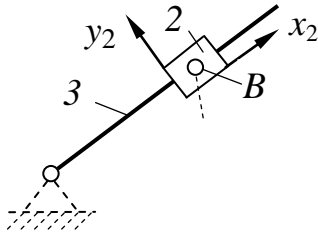
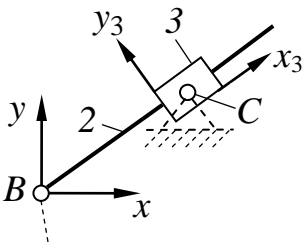
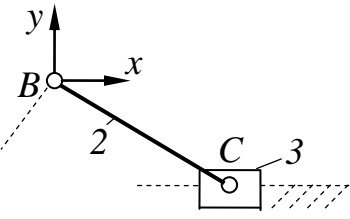
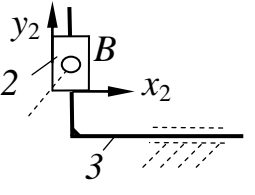
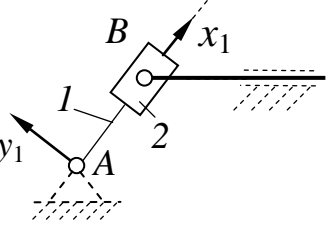
где $\vec{v}_{\text{пер}}$, $\vec{a}_{\text{пер}}$ – скорость и ускорение той точки ПСК, которая в данный момент совпадает с переносимой; $\vec{v}_{\text{отн}}$, $\vec{a}_{\text{отн}}$ – скорость и ускорение переносимой точки относительно ПСК; $\vec{a}_{\text{кор}}$ – ускорение Кориолиса.

Графическое решение уравнений (1), (2) называется планом скоростей и планом ускорений, соответственно.

Разложение движения и составление векторных уравнений является самым трудным этапом решения задачи кинематического анализа, поэтому при решении задачи рекомендуется воспользоваться табл. 1, где приведены все группы Ассура второго класса в различных вариантах их присоединения к начальному механизму.

Таблица 1

Группы Ассура и векторные уравнения

№	Группа Ассура	Разложение абсолютного движения	Скорости и ускорения
1		звена 2 на: 1) поступ. с $Bxу$; 2) вращ. относительно $Bxу$.	$\bar{v}_C = \bar{v}_B + \bar{v}_{CB}$ $\bar{a}_C^n + \bar{a}_C^\tau = \bar{a}_B + \bar{a}_{CB}^n + \bar{a}_{CB}^\tau$
2		звена 3 на: 1) пл.-пар. с x_2y_2 ; 2) поступ. относительно x_2y_2 .	$\bar{v}_{B_3} = \bar{v}_{B_2} + \bar{v}_{B_3 2}$ $\bar{a}_{B_3}^n + \bar{a}_{B_3}^\tau = \bar{a}_{B_2} + \bar{a}_{B_3 2} + \bar{a}_{B_3 2}^{\text{кор}}$
2a		звена 2 на: 1) поступ. с $Bxу$; 2) вращ. относительно $Bxу$. Звена 2 на: 1) вращ. с x_3y_3 ; 2) поступ. отн. x_3y_3 .	$\bar{v}_{C_2} = \bar{v}_B + \bar{v}_{C_2 B}$ $\bar{a}_{C_2} = \bar{a}_B + \bar{a}_{C_2 B}^n + \bar{a}_{C_2 B}^\tau$ $\bar{a}_{C_2} = \underbrace{\bar{a}_{C_3}}_{=0} + \bar{a}_{C_2 3} + \bar{a}_{C_2 3}^{\text{кор}}$
3		звена 2 на: 1) поступ. с $Bxу$; 2) вращ. относительно $Bxу$.	$\bar{v}_C = \bar{v}_B + \bar{v}_{CB}$ $\bar{a}_C = \bar{a}_B + \bar{a}_{CB}^n + \bar{a}_{CB}^\tau$
4		звена 3 на: 1) поступ. с x_2y_2 ; 2) поступ. относительно x_2y_2 .	$\bar{v}_{B_3} = \bar{v}_{B_2} + \bar{v}_{B_3 2}$ $\bar{a}_{B_3} = \bar{a}_{B_2} + \bar{a}_{B_3 2}$
5		звена 2 на: 1) вращ. с x_1y_1 вокруг точки A; 2) поступ. относительно x_1y_1 .	$\bar{v}_{B_2} = \bar{v}_{B_1} + \bar{v}_{B_2 1}$ $\bar{a}_{B_2} = \bar{a}_{B_1} + \bar{a}_{B_2 1} + \bar{a}_{B_2 1}^{\text{кор}}$

В этой же таблице показано разложение абсолютного движения и записаны векторные уравнения для определения скоростей и ускорений.

В некоторых случаях из уравнений ускорений выпадает $\bar{a}_{\text{кор}}$ – ускорение Кориолиса. Это происходит тогда, когда удаётся сделать переносное движение поступательным. Если ПСК совершает поступательное движение, то её угловая скорость равна нулю и $\bar{a}_{\text{кор}} = 0$.

П р и м е р. Для кулисного механизма с центрами масс звеньев S_1 , S_2 (рис. 2, а) дано: l_{AB} , l_{BC} , l_{AS_1} , l_{BS_2} , φ_1 , ω_1 , ε_1 .

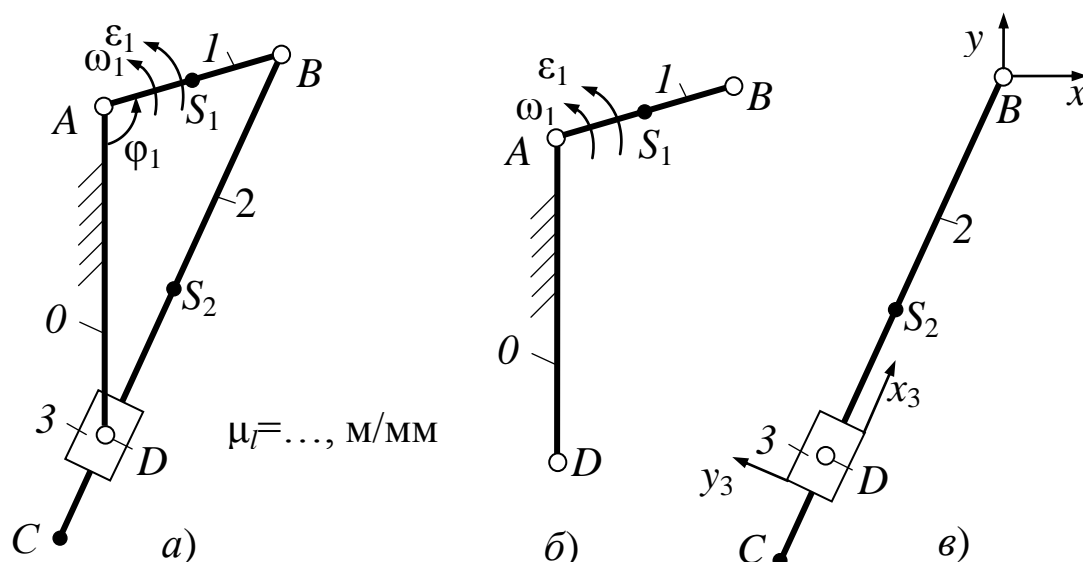


Рис. 2

Схема вычерчена в положении, заданном углом φ_1 ; определён или выбран заранее масштабный коэффициент схемы μ_l . Требуется определить: \bar{v}_B , \bar{v}_{D_2} , \bar{v}_C , \bar{v}_{S_1} , \bar{v}_{S_2} , ω_2 , ω_3 , \bar{a}_B , \bar{a}_{D_2} , \bar{a}_C , \bar{a}_{S_1} , \bar{a}_{S_2} , ε_2 , ε_3 .

Согласно рекомендациям, изложенным выше, разложим механизм на группы Ассура. Для этого выделим начальную систему, состоящую из стойки 0 и кривошипа 1 (рис. 2, б). Остаётся двухповодковая группа Ассура, состоящая из звеньев 2 и 3 (рис. 2, в). Внутренняя пара этой группы – поступательная.

Определим скорости в начальной системе. Скорость точки B:

$$v_B = \omega_1 \cdot l_{AB}, \text{ м/с}; \quad (3)$$

она направлена перпендикулярно AB в сторону ω_1 (см. рис. 1, a);
Скорость точки S_1 $v_{S_1} = \omega_1 \cdot l_{AS_1}$ и направлена в ту же сторону.

По табл. 1 находим группу Ассура «нашей» структуры (с внутренней поступательной парой) и «нашего» варианта присоединения к начальной системе. Такая группа находится в строке 2а. С учётом обозначений, принятых на рис. 2, из таблицы 1 получаем:

$$\frac{\bar{v}_{D_2}}{\parallel BD} = \frac{\bar{v}_B}{\perp AB} + \frac{\bar{v}_{D_2B}}{\perp BD}, \quad (4)$$

где \bar{v}_{D_2} – скорость точки D_2 относительно стойки; \bar{v}_{D_2B} – скорость точки D_2 относительно системы Bxy .

Скорости в уравнении (4) дополним обозначением направлений линий их действия, а также подчёркиваниями: одной чертой, если известна только линия действия вектора, двумя чертами, если известен ещё и модуль вектора. Такие дополнения позволяют быстро оценить разрешимость векторного уравнения. Векторное уравнение разрешимо, если содержит не более двух неизвестных. В уравнении (4) крайние векторы подчёркнуты одной чертой, их модули неизвестны, следовательно, это уравнение разрешимо.

Для решения уравнения из произвольно выбранного полюса p (рис. 3, b) проведём вектор pb , изображающий скорость точки B . Длину вектора выберем произвольно. Вычислим масштабный коэффициент будущего плана скоростей:

$$\mu_v = v_B / \langle pb \rangle, \text{ м} \cdot \text{с}^{-1} / \text{мм}.$$

Согласно уравнению (4), из конца вектора pb проведём линию перпендикулярно DB , а из полюса p – линию параллельно DB . Получим точку пересечения этих линий d_2 . Векторы pd_2 и bd_2 (от b к d_2) изображают скорости \bar{v}_{D_2} и \bar{v}_{D_2B} соответственно. Модули этих векторов вычислим по формуле:

$$v_i = \langle v_i \rangle \cdot \mu_v, \quad (5)$$

где $\langle v_i \rangle$ – выраженная в миллиметрах длина отрезка, изображающего скорость v_i . Например, $v_{D_2} = \langle pd_2 \rangle \cdot \mu_v$, м/с.

Когда известны скорости двух точек какого-либо звена, скорость третьей и любой другой точки определяют по теореме подобия.

Согласно теореме, точки на звене и концы их скоростей на плане образуют подобные и сходственно расположенные фигуры. На данный момент известны скорости точек B и D звена 2, поэтому скорости точек C и S_2 определяем по теореме подобия. Точки B , S_2 , D , C звена 2 расположены на одной прямой. Таким же должно быть расположение концов b , s_2 , d , c их скоростей. Из геометрического подобия следует: $\frac{BD}{DC} = \frac{bd_2}{d_2c}$, откуда $d_2c = bd_2 \frac{DC}{BD}$. При движении по звену 2 из точки B в D точка C встречается после D . Таким же должно быть взаимное положение точек b , d_2 , c на плане скоростей. На этом основании найдём положение точки c . Длины отрезков DC и BD снимают со схемы механизма в миллиметрах.

Предположим, что по заданию центр масс кулисы S_2 находится на середине отрезка BC . Тогда, разделив отрезок bc на плане скоростей пополам, найдём положение точки s_2 . Проведя из точки p векторы pc и ps_2 получим скорости \bar{v}_C и \bar{v}_{S_2} , соответственно. Модули скоростей вычисляют по формуле (5). На этом план скоростей можно считать построенным.

После определения линейных скоростей перейдём к угловым скоростям звеньев. Угловая скорость кулисы

$$\omega_2 = v_{D_2B} / l_{DB}, \text{ с}^{-1}.$$

Судя по уравнению (5), вектор \bar{v}_{D_2B} направлен от точки b к точке d_2 (о чём говорилось выше). Переносом вектора \bar{v}_{D_2B} по принадлежности в точку D_2 (рис. 3, a) найдём, что он стремится повернуть кулису вокруг точки B против часовой стрелки, туда же направлена и скорость ω_2 (как относительная, так и абсолютная).

Кулиса 2 и кулисный камень 3 соединены между собой поступательной кинематической парой, поэтому $\omega_3 = \omega_2$. Причём, как по величине, так и по направлению. На этом определение линейных и угловых скоростей закончено.

Перейдём к ускорениям. Последовательность определения ускорений та же, что и скоростей. Ускорение точки B кривошипа (рис. 2, b , см. также рис. 1, a)

$$\underline{\underline{\bar{a}_B}} = \underline{\underline{\bar{a}_B^n}} + \underline{\underline{\bar{a}_B^\tau}}, \quad (6)$$

$\parallel BA \quad \perp BA$

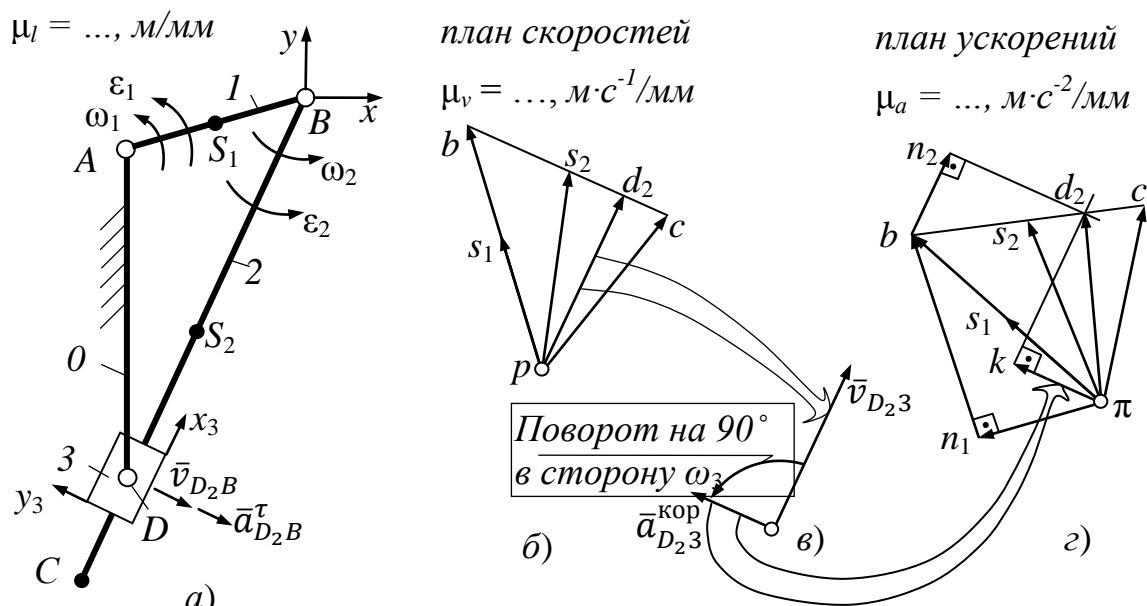


Рис. 3

где \bar{a}_B^n – нормальная составляющая, \bar{a}_B^τ – тангенциальная.

$a_B^n = \omega_1^2 \cdot l_{AB}$, м/с², $a_B^\tau = \varepsilon_1 \cdot l_{AB}$, м/с². \bar{a}_B^n направлено от B к A , \bar{a}_B^τ – перпендикулярно AB в сторону ε_1 .

Полное ускорение точки B найдём графически (рис. 3, в). Для этого из полюса π проведём произвольной длины отрезок πn_1 , изображающий \bar{a}_B^n . По формуле $\mu_a = a_B^n / \langle \pi n_1 \rangle$, м·с⁻²/мм, вычислим масштабный коэффициент будущего плана ускорений. Вычислим длину отрезка $n_1 b$, изображающего ускорение \bar{a}_B^τ : $n_1 b = a_B^\tau / \mu_a$, мм. Отложим $n_1 b$ из точки n_1 . Соединив полюс π с точкой b , получим вектор πb , изображающий \bar{a}_B . Численное значение ускорения точки B найдём по формуле: $a_B = \langle \pi b \rangle \cdot \mu_a$, м/с². Таким образом, модуль и направление ускорения \bar{a}_B найдены.

Ускорение центра масс S_1 кривошипа найдём по теореме подобия, которая для ускорений формулируется так же, как и для скоростей. Отметим, что ускорение $\bar{a}_A = 0$ и, следовательно, начало и конец ускорения точки A находится в полюсе π . Предположим, что по условию задачи точка S_1 расположена на середине AB . Такое же положение должна занимать точка s_1 по отношению к ab .

Проведя вектор из π в s_1 , получим ускорение \bar{a}_{s_1} . Как видно по рисунку, $a_{s_1} = a_B/2$, м/с².

Определим ускорения в группе Ассура 2, 3. Начнём с точки D_2 . Как видно по табл. 1 (строка 2а) и с учётом обозначений, принятых на рис. 2, получим

$$\begin{cases} \bar{a}_{D_2} = \underline{\bar{a}_B} + \underline{\bar{a}_{D_2B}^n} + \underline{\bar{a}_{D_2B}^\tau} \\ \bar{a}_{D_2} = \underbrace{\bar{a}_{D_3}}_{=0} + \underline{\bar{a}_{D_23}} + \underline{\bar{a}_{D_23}^{\text{кор}}}, \end{cases} \quad (7)$$

$\parallel DB \quad \perp DB$

где $\bar{a}_{D_2B}^n$ и $\bar{a}_{D_2B}^\tau$ – нормальная и тангенциальная составляющие ускорения точки D_2 относительно системы Bx ; \bar{a}_{D_3} – ускорение точки D звена 3 (эта точка неподвижна); \bar{a}_{D_23} и $\bar{a}_{D_23}^{\text{кор}}$ – относительное и кориолисово ускорение точки D_2 относительно системы x_3y_3 . Указанные под уравнениями линии действия ускорений относятся к слагаемым, как первого, так и второго уравнений.

Вычислим $a_{D_2B}^n$ и $a_{D_23}^{\text{кор}}$:

$a_{D_2B}^n = \omega_2^2 \cdot l_{DB}$, м/с²; $a_{D_23}^{\text{кор}} = 2 \cdot \omega_{\text{пер}} \cdot v_{\text{отн}} = 2 \cdot \omega_3 \cdot v_{D_23}$, м/с² ($v_{D_23} = \bar{v}_{D_2}$). Направление ускорения Кориолиса определим по правилу Жуковского с помощью рис. 3, в. После вычислений остаются неизвестными $a_{D_2B}^\tau$, a_{D_23} и \bar{a}_{D_2} . Последнее неизвестно ни по величине, ни по направлению. С учётом этого имеем два уравнения с четырьмя неизвестными, из чего следует, что система (7) разрешима.

Графическое решение этой системы (рис. 3, г) заключается в построении из единой точки (полюса π) цепочек векторов, стоящих в правой части уравнений. Вектор \bar{a}_{D_23} прибавляют последним. Точка пересечения линий действия последних слагаемых даёт решение.

На основании этих правил, из конца вектора πb проведём вектор $b n_2 = a_{D_2B}^n / \mu_a$, мм, изображающий ускорение $\bar{a}_{D_2B}^n$. Из точки n_2 проведём линию действия вектора $\bar{a}_{D_2B}^\tau$. Цепочка векторов второго уравнения начинается в полюсе π вектором πk длиной $\pi k = a_{D_23}^{\text{кор}} / \mu_a$, мм. Из точки k проведём линию действия относитель-

ного ускорения \bar{a}_{D_23} . На пересечении линий действия векторов $\bar{a}_{D_2B}^T$ и \bar{a}_{D_23} получим точку d_2 . Соединив полюс π с точкой d_2 , получим ускорение точки D_2 . Численное значение этого ускорения определим по формуле: $a_{D_2} = \langle \pi d_2 \rangle \cdot \mu_a$, м/с². Аналогично найдём: $a_{D_2B}^T = \langle n_2 d_2 \rangle \cdot \mu_a$, м/с²; $a_{D_23} = \langle k d_2 \rangle \cdot \mu_a$, м/с².

Ускорения точек C и S_2 определим по теореме подобия. Кинематический анализ закончим определением угловых ускорений звеньев. Угловое ускорение кулисы 2 $\varepsilon_2 = a_{D_2B}^T / l_{DB}$, с⁻². Направление ε_2 определим переносом вектора $n_2 d_2$, изображающего ускорение $\bar{a}_{D_2B}^T$, в точку D_2 (см. рис. 3, а). Этот вектор стремится повернуть звено 2 вокруг точки B против часовой стрелки. Так же направлено и ε_2 . Угловое ускорение ε_3 кулисного камня 3, как и угловая скорость, равно угловому ускорению ε_2 . На этом решение задачи закончено.

ЗАДАНИЕ

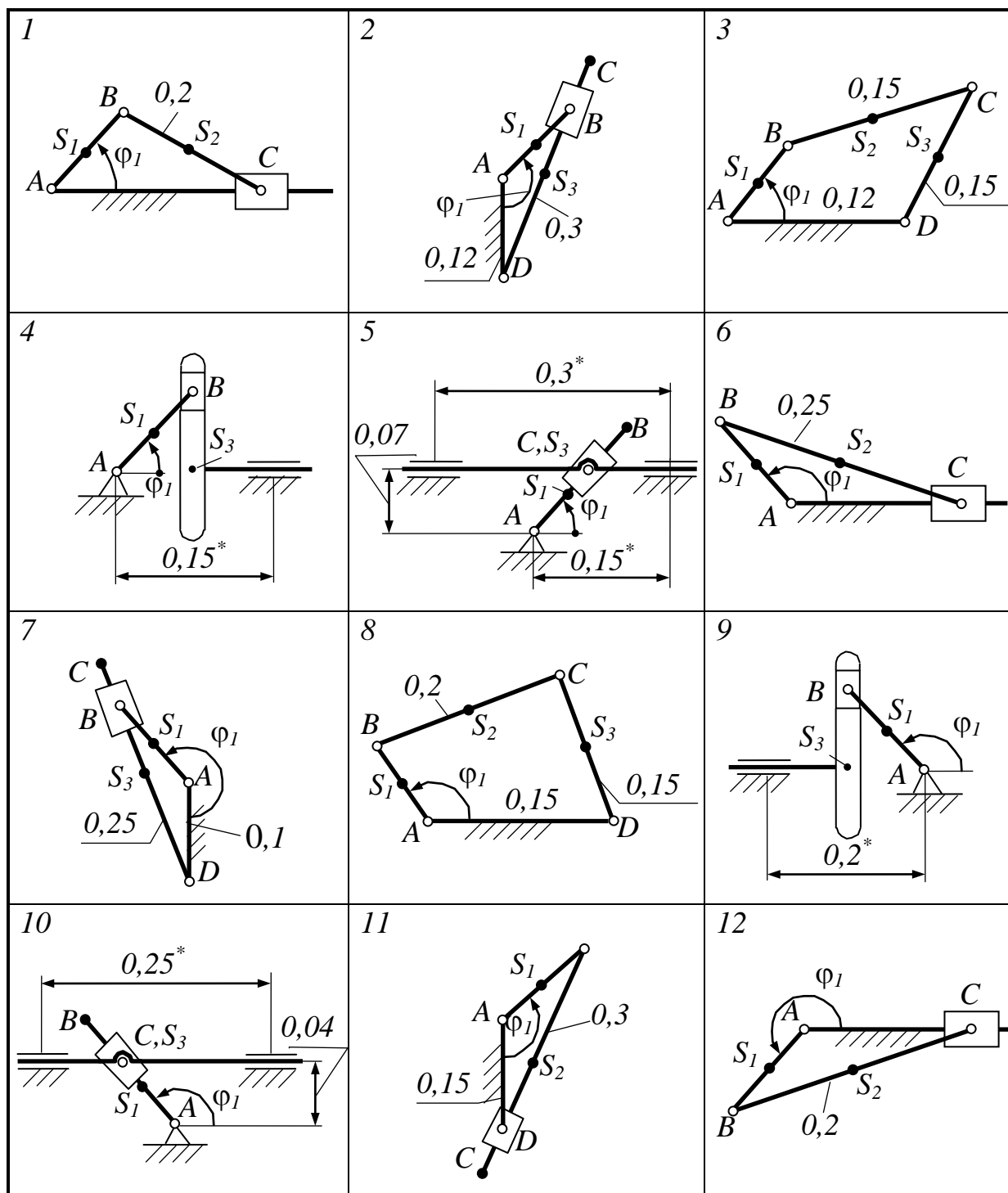
Для предложенной схемы механизма (см. приложение) по заданным φ_1 , ω_1 , ε_1 методом планов определить:

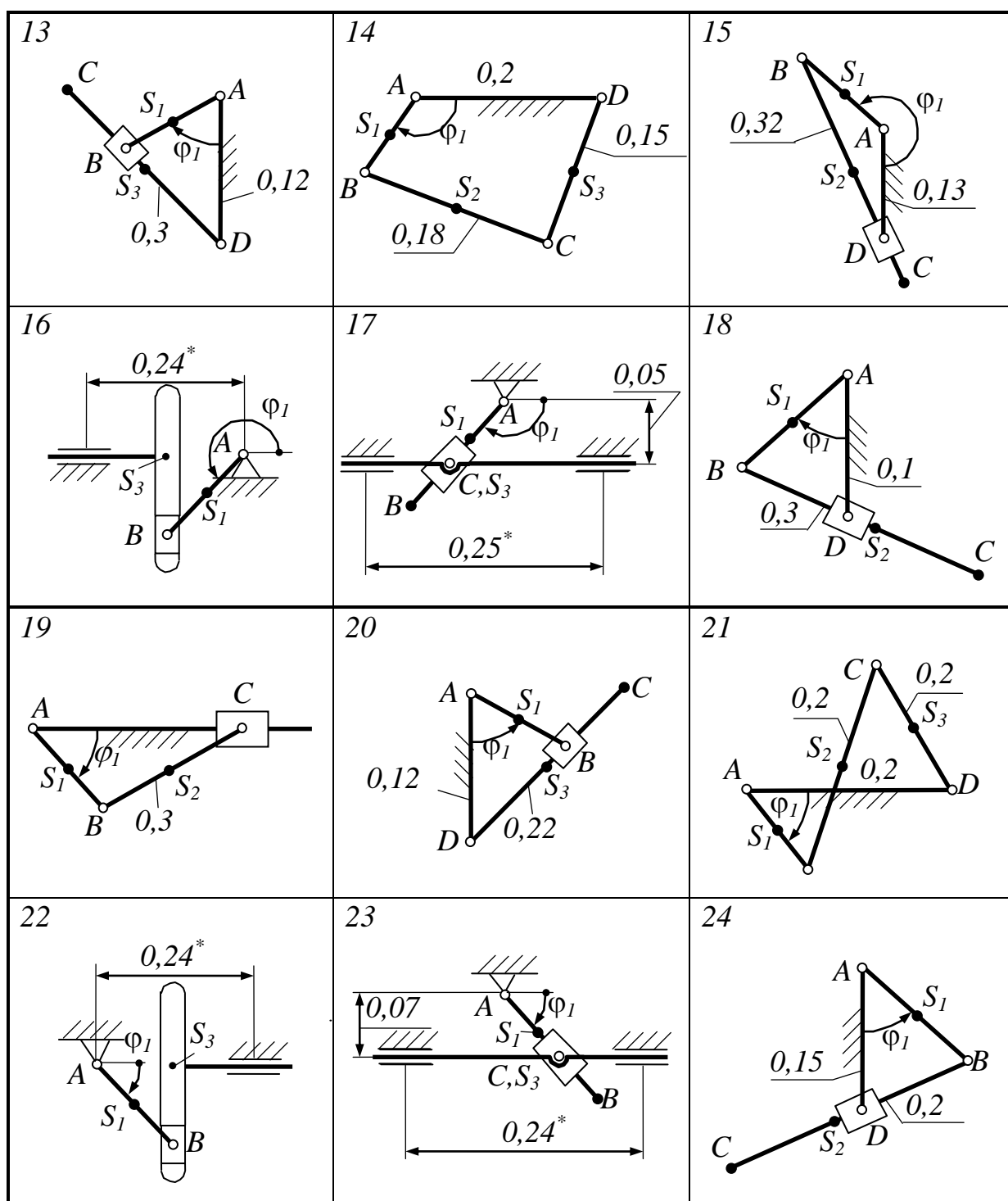
- скорости и ускорения всех обозначенных точек механизма;
- угловые скорости и угловые ускорения всех звеньев.

Центры масс звеньев S_i находятся на их середине. Угол φ_1 принять кратным 45°, $\omega_1 = 10$ с⁻¹, $\varepsilon_1 = 200$ с⁻², Направление ω_1 и ε_1 – против часовой стрелки. Размеры звеньев, приведенные на схеме, представлены в метрах. Длина кривошипа во всех заданиях $l_{AB} = 0,1$ м.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Ермак, В. Н. Теория механизмов и машин (краткий курс): учеб. пособие / В. Н. Ермак; Кузбас. гос. техн. ун-т. – Кемерово, 2011. – 164 с.





* – размеры использовать при силовом расчёте.

Составители

Николай Петрович Курышкин

Владимир Николаевич Ермак

ПЛАНЫ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ

Методические указания к лабораторным и практическим занятиям по дисциплинам «Теории механизмов и машин» и «Основы проектирования» для обучающихся направлений подготовки: 15.03.01 (МТ, МС) «Машиностроение»; 15.03.05 (РС, ТС) «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств»; 18.03.02 (ХМ) «Энерго- и ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии»; 23.03.03 (МА, ТК) «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов»

Печатается в авторской редакции

Подписано в печать 03.06.2019. Формат 60×84/16

Бумага белая офсетная. Отпечатано на ризографе

Уч.-изд. л. 0,5. Тираж 25 экз. Заказ _____

КузГТУ, 650000, Кемерово, ул. Весенняя, 28

Издательский центр УИП КузГТУ, 650000, Кемерово,

ул. Д. Бедного, 4а