

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Кузбасский государственный технический университет  
имени Т. Ф. Горбачёва»

Кафедра информационных и автоматизированных  
производственных систем

## **Анализ зубчатых передач**

Методические указания к лабораторной работе  
по дисциплине «**Теория механизмов и машин**»  
для обучающихся направлений подготовки  
15.03.05 (ТМ), 15.03.01 (ТС), 18.03.02 (ХМ), 23.03.03 (МА)

Составитель В. Н. Ермак

Утверждены на заседании кафедры  
Протокол № 8 от 02.04.2019

Рекомендованы к печати  
учебно-методической комиссией  
направления подготовки 23.03.03  
Протокол № 13 от 08.04.2019

Электронная копия хранится  
в библиотеке КузГТУ

Кемерово 2019

## Цель и содержание работы

Цель работы – научиться определять передаточные отношения в зубчатых механизмах.

С этой целью студенту предлагаются два механизма. Первый представляет собой передачу с неподвижными осями вращения зубчатых звеньев, второй – планетарную передачу.

Для обоих механизмов требуется определить передаточное отношение от наиболее быстроходного звена к наиболее тихоходному. Быстроходное звено отличается наличием рукоятки. Тихоходное звено можно узнать по валу, выведенному за пределы корпуса механизма. Передаточное отношение первого механизма определяется двумя методами – аналитически и экспериментально, второго – теми же методами, а также графически.

## Краткие сведения из теории

Передачи с неподвижными осями вращения. В простейшем случае передача с неподвижными осями содержит только два зубчатых звена (рис. 1).

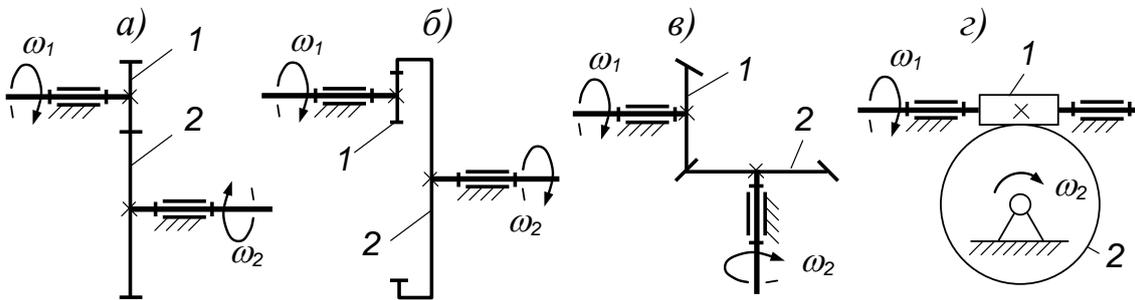


Рис. 1. Простейшие передачи с неподвижными осями:  
*a* – цилиндрическая передача внешнего зацепления; *б* – цилиндрическая внутренняя зацепления; *в* – коническая; *г* – червячная.

Передаточное отношение  $u_{1,2}$  от звена 1 к звену 2 есть отношение скорости звена 1 к скорости звена 2:

$$u_{1,2} = \frac{\omega_1}{\omega_2}.$$

Через числа зубьев  $z_1, z_2$  это отношение выражается формулой

$$u_{1,2} = \pm \frac{z_2}{z_1}. \quad (1)$$

В червячной передаче (рис. 1, *з*)  $z_1$  – это число заходов (витков) червяка 1. Знак передаточного отношения имеет смысл только для цилиндрических передач. «Минус» ставится при вращении колёс в разные стороны (рис. 1, *а*), «плюс» – при вращении в одну сторону (рис. 1, *б*). Для ориентации в знаках полезно помнить, что у внешнего зацепления передаточное отношение отрицательно, у внутреннего – положительно.

При числе зубчатых звеньев более двух передаточное отношение от первого звена к последнему  $n$ -му определяется по формуле:

$$u_{1,n} = u_{1,2}u_{2,3}u_{3,4} \dots u_{n-1,n}. \quad (2)$$

Например, для рядовой передачи (рис. 2, *а*)

$$u_{1,3} = u_{1,2}u_{2,3} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right)\left(\frac{z_3}{z_2}\right) = -\frac{z_3}{z_1}.$$

Для ступенчатой передачи (рис. 2, *б*)

$$u_{13} = u_{12}u_{23} = \left(-\frac{z_{2a}}{z_1}\right)\left(-\frac{z_3}{z_{2b}}\right) = \frac{z_{2a}z_3}{z_1z_{2b}}.$$

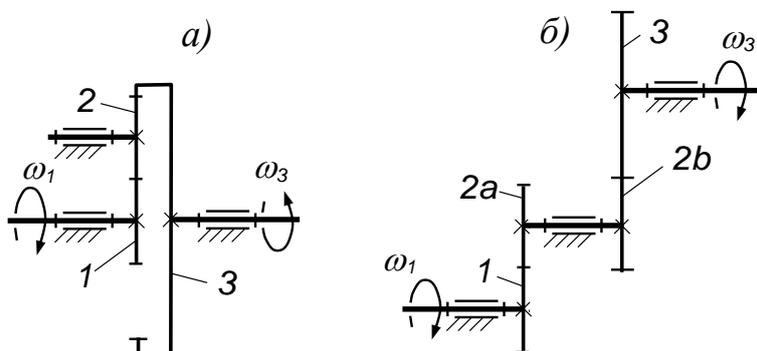


Рис. 2. Цилиндрические передачи с неподвижными осями:  
а) – рядовая; б) – ступенчатая

Как показывают результаты, передаточное отношение рядовой передачи зависит от чисел зубьев только крайних колёс – 1, 3, поэтому можно не подсчитывать числа зубьев промежуточных колёс и сразу писать:  $u_{13} = -z_3/z_1$ . При этом знак передаточного отношения устанавливают, исходя из направления вращения крайних колёс. В примере эти колёса вращаются в разные стороны, значит должен быть «минус».

Передачи с подвижными осями (планетарные). Схемы простейших планетарных передач показаны на рис. 3, *а*, *б*.

Колесо с подвижной осью – колесо 2 – называется сателлитом. Звено  $H$ , несущее сателлит, называется водилом. Звенья 1, 3,  $H$  относятся к центральным.

На рис. 3, в), з), д) показаны более сложные планетарные передачи. Сателлит в них состоит из двух зубчатых колёс 2а, 2b и называется двухвенцовым.

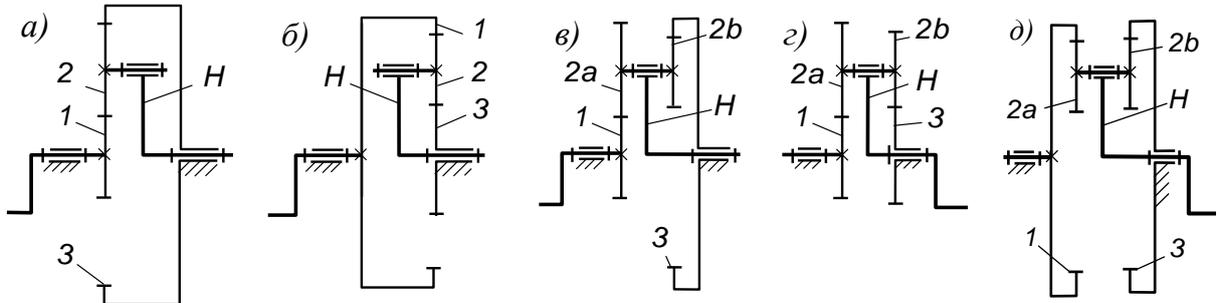


Рис. 3. Планетарные передачи

Для любой схемы планетарной передачи передаточное отношение от центрального колеса 1 к водилу  $H$  определяется по формуле:

$$u_{1,H} = 1 - u_{1,3}^{(H)}, \quad (3)$$

где  $u_{1,3}^{(H)}$  – передаточное отношение от колеса 1 к колесу 3 относительно водила или, иначе, после перестановки механизма на водило.

**Примечание.** Как бы ни нумеровались звенья, из единицы всегда вычитается передаточное отношение между звеньями, примыкающими к сателлиту. Это отношение исчисляется в направлении от того же колеса, что и в  $u_{1,H}$ .

В результате перестановки на водило планетарная передача превращается в обыкновенную – с неподвижными осями колёс (рис. 4).

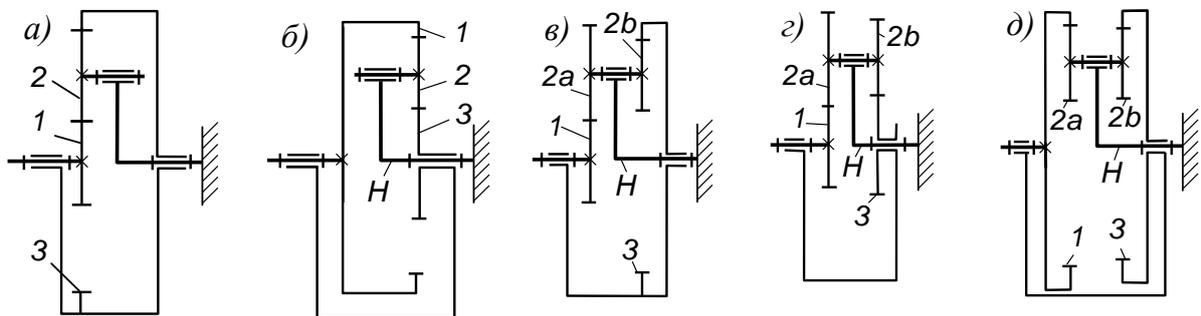


Рис. 4. Планетарные передачи по рис. 3 после перестановки их на водило

**Примечание.** Линия, соединяющая части звена 3, появилась на этом рисунке в связи с тем, что штрихи, указывающие на принадлежность этих частей одному звену, переместились на водило.

При неподвижных осях передаточное отношение определяется по формуле (2). Найдя его и подставив в формулу (3), получают искомое  $u_{1,H}$ .

**Пример.** Требуется определить передаточное отношение  $u_{1,H}$  для механизма, показанного на рис. 5, а.

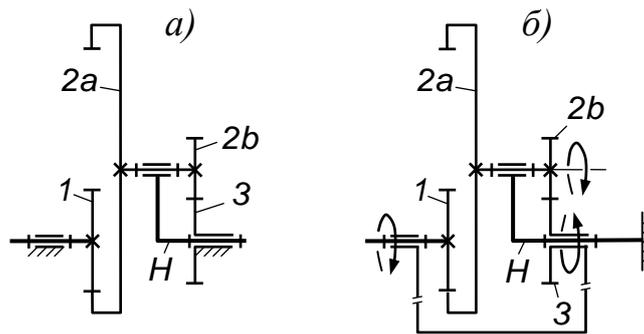


Рис. 5. Планетарная передача:

а) – в исходном состоянии; б) – после перестановки на водило

Согласно формуле (3),  $u_{1,H} = 1 - u_{1,3}^{(H)}$ . Для определения  $u_{1,3}^{(H)}$  переставим механизм на водило (рис. 5, б). В результате перестановки механизм превратился в передачу с неподвижными осями колёс. Для такой передачи

$$u_{1,3}^{(H)} = u_{1,2}^{(H)} u_{2,3}^{(H)} = \left( \frac{z_{2a}}{z_1} \right) \left( - \frac{z_3}{z_{2b}} \right).$$

Подставляя  $u_{1,3}^{(H)}$  в исходное уравнение, получим:

$$u_{1,H} = 1 + \frac{z_{2a} z_3}{z_1 z_{2b}}.$$

Для самоконтроля передаточное отношение планетарной передачи определяют также графически. Это делают с помощью картины скоростей – сначала линейных (рис. 6, в), затем угловых (рис. 6, б).

Зубчатые колёса представляют своими центроидами или, иначе, начальными окружностями. В каждом зацеплении их радиусы определяют из системы уравнений. Применительно к обсуждаемому примеру уравнения имеют вид, показанный ниже в таблице.

Первое уравнение в каждой системе выражает условие взаимного касания начальных окружностей. Второе есть выражение прямой пропорциональности радиусов и чисел зубьев.

Чтобы не загромождать уравнения и рисунок, в обозначениях радиусов начальных окружностей опущен полагающийся по стандарту индекс  $w$ .

Внешнее зацепление	Внутреннее зацепление
$\begin{cases} r_{2b} + r_3 = a_w \\ \frac{r_{2b}}{r_3} = \frac{z_{2b}}{z_3} \end{cases}$	$\begin{cases} r_{2a} - r_1 = a_w \\ \frac{r_{2a}}{r_1} = \frac{z_{2a}}{z_1} \end{cases}$

Если в формулы подставить масштабное значение межосевого расстояния  $a_w$ , что рекомендуется, то радиусы получатся тоже в виде масштабных значений.

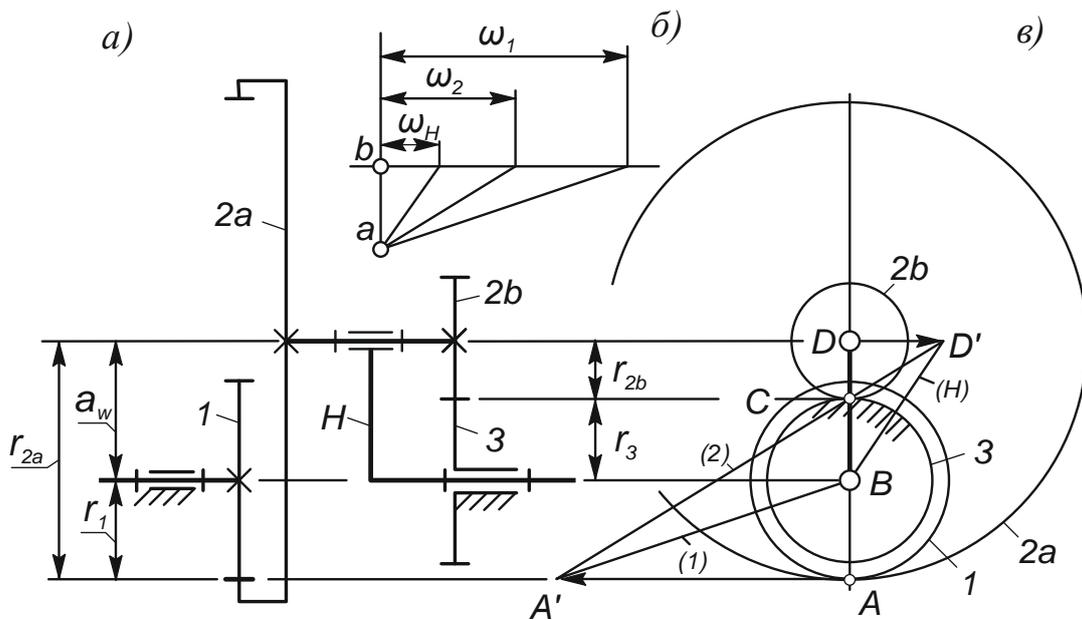


Рис. 6. Картины скоростей планетарной передачи

Для повышения точности отрезок  $AC$  – он же  $a_w$  – (рис. 6, в, а) должен быть как можно больше, например в 1/2 листа по вертикали. При этом придётся мириться с тем, что некоторые окружности возможно не впишутся в лист. Важно лишь, чтобы вписались центры колёс –  $B$ ,  $D$  и полюса зацеплений –  $A$ ,  $C$ .

Отмечают, что полюс  $C$  является мгновенным центром вращения сателлита в его движении относительно стойки. Задавшись скоро-

стью одной из обозначенных точек, например  $A_1$ , – точки  $A$  колеса  $I$  – определяют скорости других точек, лежащих на линии  $AD$ .

Пусть скорость точки  $A_1$  изображает вектор  $AA'$  тогда, соединяя точку  $A'$  с центром вращения  $B$  колеса  $I$ , получают линию  $A'B$  распределения скоростей этого колеса. Такую же скорость –  $AA'$  имеет точка  $A$  колеса  $2a$ . Соединяя  $A'$  с мгновенным центром  $C$  вращения сателлита, получают линию распределения скоростей  $A'C$  этого сателлита. Продолжая линию  $A'C$ , находят скорость  $DD'$  в геометрическом центре сателлита. Скорость  $DD'$  имеет также точка  $D$  водила. Соединяя точку  $D'$  с центром  $B$  вращения водила, получают линию  $D'B$  распределения скоростей водила. На этом построение картины линейных скоростей закончено.

Чтобы построить картину угловых скоростей, на вертикальной прямой откладывают произвольный отрезок  $ab$  (см. рис. 6, б). Через точку  $b$  проводят горизонталь. Из точки  $a$  проводят пучок лучей, параллельных линиям распределения скоростей ( $H$ ), (2), (1) (см. рис. 6, в). Лучи отсекают на горизонтали отрезки, пропорциональные угловым скоростям  $\omega_H$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_1$ , соответственно. Искомое передаточное отношение определяют по формуле

$$u_{1,H} = \frac{\langle \omega_1 \rangle}{\langle \omega_H \rangle},$$

где в скобках стоят длины отрезков, изображающих скорости.

Передаточное отношение определяют также экспериментально. Это отношение равно количеству оборотов быстроходного звена за один оборот тихоходного. Количество оборотов быстроходного звена определяют с учётом дробных частей оборота. Дробную часть определяют по транспортиру или визуально. Такая оценка позволяет избежать, по крайней мере, грубых ошибок.

### Порядок работы

1. Начертите схему первого предложенного механизма – с неподвижными осями зубчатых колес.
2. По формулам (1), (2) определите передаточное отношение этого механизма в направлении от самого быстроходного звена к самому тихоходному.

3. Проверьте передаточное отношение экспериментально.
4. Начертите схему второго предложенного механизма – планетарной передачи. Схему возьмите с рис. 3 или с наклейки на самой передаче, если таковая есть. На наклейке указаны числа зубьев всех колёс. Проставьте эти числа на схеме. При отсутствии наклейки пересчитайте числа зубьев сами.
5. Изобразите схему механизма после перестановки его на водило (рис. 4). По формуле (2) определите передаточное отношение  $u_{1,3}^{(H)}$ . По формуле (3) определите  $u_{1,H}$ . Если вам достался механизм с быстроходным водилом (рис. 3, з, д), то требуемое передаточное отношение  $u_{H,1}$  найдёте по формуле  $u_{H,1} = 1/u_{1,H}$ .
6. Найденное передаточное отношение проверьте экспериментально.
7. Задайтесь масштабным значением межосевого расстояния  $a_w$  и вычислите радиусы начальных окружностей всех колёс.
8. По вычисленным радиусам начертите фронтальную проекцию вашей планетарной передачи – вид вдоль оси вращения водила. В разобранный выше примере это вид в, рис. 6.
9. Постройте картины линейных и угловых скоростей.
10. По картине угловых скоростей ещё раз определите передаточное отношение и сравните его с найденным аналитически. При значительном расхождении найдите ошибку.

### Контрольные вопросы

1. Напишите формулы передаточного отношения для механизмов с неподвижными осями колёс и планетарных.
2. Укажите направление скорости какой-либо точки, лежащей на начальной окружности сателлита.
3. Как строятся картины линейных и угловых скоростей?

### Рекомендуемая литература

Ермак, В. Н. Теория механизмов и машин (краткий курс) : учеб. пособие. – Кемерово, 2011

Составитель  
Владимир Николаевич Ермак

### **Анализ зубчатых передач**

Методические указания к лабораторной работе  
по дисциплине «**Теория механизмов и машин**»  
для обучающихся направлений подготовки  
15.03.05 (ТМ), 15.03.01 (ТС), 18.03.02 (ХМ), 23.03.03 (МА)

Печатается в авторской редакции

Подписано в печать 03.06.2019. Формат 60×84/16  
Бумага белая офсетная. Отпечатано на ризографе  
Уч.-изд. л. 0,4. Тираж 30 экз. Заказ \_\_\_\_\_  
КузГТУ, 650000, Кемерово, ул. Весенняя, 28  
Издательский центр УИП КузГТУ, 650000, Кемерово,  
ул. Д. Бедного, 4а