

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Кузбасский государственный технический университет  
имени Т. Ф. Горбачёва»

Кафедра информационных и автоматизированных  
производственных систем

## **Профилирование зубчатых колёс**

Методические указания к лабораторной работе  
по дисциплине «**Теория механизмов и машин**»  
для обучающихся направлений подготовки  
15.03.05 (ТМ), 15.03.01 (ТС), 18.03.02 (ХМ), 23.03.03 (МА)

Составитель В. Н. Ермак  
Утверждены на заседании кафедры  
Протокол № 8 от 02.04.2019  
Рекомендованы к печати  
учебно-методической комиссией  
направления подготовки 23.03.03  
Протокол № 13 от 08.04.2019  
Электронная копия хранится  
в библиотеке КузГТУ

Кемерово 2019

Какими бы ни были скорости столов, на столе 1 всегда найдётся окружность с центром в точке  $A$ , точки которой движутся со скоростью стола 2. Проведя на столе 2 касательную к этой окружно-

сти, получают центры  $\mathcal{C}_1$  и  $\mathcal{C}_2$ . Из качения центров друг по другу без скольжения можно найти радиус центра  $\mathcal{C}_1$ :

$$r = \frac{v}{\omega}. \quad (1)$$

Центроиду  $\mathcal{C}_1$  называют делительной окружностью. Из качения без скольжения следует также, что шаг  $p$  производящей рейки перепечатывается на делительную окружность в виде дуги  $p_k$ , равной  $p$ . На делительной окружности должно отпечататься столько шагов  $p_k$ , сколько требуется зубьев. На этом основании, а также с учётом равенства  $p_k = p$ , длина делительной окружности  $l = pz$ . В то же время длина любой окружности  $l = 2\pi r$ . Поскольку речь идёт об одной и той же окружности, то  $2\pi r = pz$ , откуда радиус центра  $\mathcal{C}_1$ , он же – радиус делительной окружности

$$r = \frac{pz}{2\pi}. \quad (2)$$

Из сопоставления с формулой (1) следует:

$$\frac{v}{\omega} = \frac{pz}{2\pi}. \quad (3)$$

Таким образом, чтобы получить колесо с заданным числом зубьев  $z$  от рейки с шагом  $p$ , необходимо сообщить колесу и рейке скорости, находящиеся в отношении (3).

Стандартная производящая рейка ПР, предназначенная для изготовления эвольвентных зубчатых колёс, показана на рис. 2.

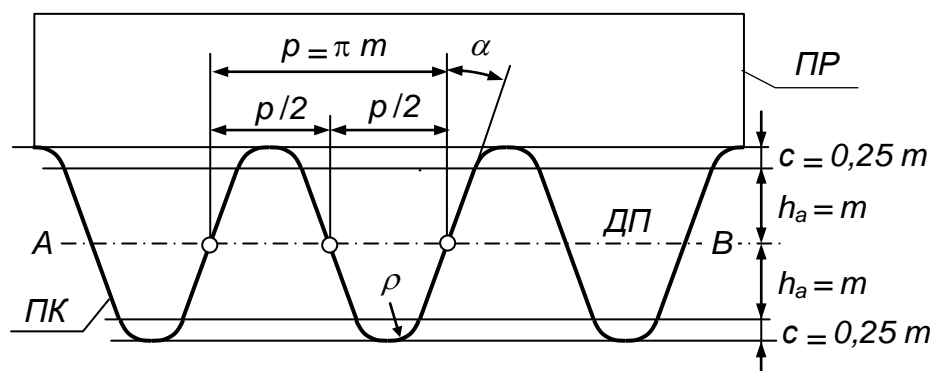


Рис. 2

Жирной линией на рисунке выделен производящий контур ПК рейки. Он представляет собой периодически повторяющуюся ломаную линию, закруглённую по углам. Период повторений  $p$  называется шагом контура. Прямая  $AB$  делит шаг контура на две равные части и называется делительной прямой ДП.

Если шаг выбирать из стандартного ряда предпочтительных чисел, как шаг резьбы например, то из-за числа  $\pi$  радиус делительной окружности (см. формулу 2) будет выражаться всегда иррациональным числом – с бесконечным числом знаков после запятой. Чтобы избежать этого неудобства, шаг представили в виде

$$p = \pi m, \quad (4)$$

где  $m$  – целое или дробное, но рациональное число (с размерностью – миллиметры). После подстановки формулы (4) в (2) число  $\pi$  сокращается, и радиус делительной окружности становится рациональным:

$$r = \frac{mz}{2}. \quad (5)$$

В формулах (4), (5) число  $m$  выступает в роли единицы измерения или, по-гречески, модуля величин  $p$  и  $r$ . Так,  $p$  равно  $\pi$  модулей,  $r$  равно  $z/2$  модулей. Из формулы (4) следует, что *модуль – это отрезок, равный  $\pi$  - й части шага производящего контура.*

Через модуль выражают не только шаг, но и другие линейные размеры производящего контура. Так, размеры по высоте (см. рис. 2) представляют в виде:

$$c = c^* m, \quad h_a = h_a^* m,$$

где коэффициент  $c^* = 0,25$ ,  $h_a^* = 1$ . Эти коэффициенты необходимо запомнить. Есть норма и на радиус закругления:  $\rho = 0,38m$ . Единственный нелинейный параметр производящего контура – угол профиля  $\alpha = 20^\circ$ .

Положение производящей рейки относительно центроидного механизма  $\mathcal{C}_1$ ,  $\mathcal{C}_2$  (см. рис. 1) в известной мере произвольно. Положение, при котором делительная прямая рейки касается делительной окружности и, соответственно, сливается с центроидой  $\mathcal{C}_2$ , называется номинальным или нулевым, в противном случае – смещённым. На рис. 1 производящая рейка находится в номинальном положении.

Смещение производящей рейки в направлении от центра колеса считается положительным, к центру – отрицательным. Смещение рейки представляют в виде  $X = xm$ , где  $x$  – коэффициент смещения, положительный или отрицательный в зависимости от знака  $X$ .

Каждая точка центроиды  $\Pi_2$  описывает на заготовке колеса эвольвенту, однако производимый профиль формируется точками производящего профиля, лежащими (кроме одной) вне центроиды  $\Pi_2$  и поэтому оказывается эвольвентой не делительной окружности, а основной. Её радиус  $r_b$  есть перпендикуляр  $AC$  к контактной нормали  $PK$  (см. рис. 1).

Если колесо и положение рейки таковы, что граница  $E$  активной линии зацепления (см. лекции) находится вне области допустимого зацепления, т. е. левее точки  $C$ , то ножка зуба оказывается подрезанной. Именно такой случай показан на рис. 1.

При отсутствии смещения стандартный производящий контур подрезает ножку зуба при числе зубьев  $z < 17$ . Чтобы устранить подрез, необходимо сместить рейку от центра колеса на величину не меньшую  $X_{\min} = x_{\min}m$ . Коэффициент минимального смещения, устраняющего подрез, определяется по формуле

$$x_{\min} = \frac{17-z}{17}, \quad (6)$$

где  $z$  – число зубьев производимого колеса.

### Описание прибора для профилирования зубьев

Прибор (рис. 3) имитирует станок, принцип действия которого иллюстрирует рис. 1. Разница лишь в том, что у прибора производящая рейка 7 расположена снизу производимого колеса. Несмотря на это, положительным по-прежнему считается смещение рейки в направлении от центра колеса.

В качестве заготовки колеса используется круглый лист плотной бумаги, который кладётся на диск 6 под шайбу 5 и прижимается винтом 4. Кинематическая связь стола 10, несущего производящую рейку 7 и стола 6, несущего заготовку производимого колеса, осуществляется струной 2, натягиваемой перед работой рычагом 1. Струна охватывает диск 3, жёстко связанный со столом 6. Окружность диска 3 и струна 2 образуют центроиды  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  (см. рис. 1). На станке эти центроиды воображаемые.

Стол с производящей рейкой перемещают вручную, начиная от одного из крайних положений. Шаг перемещения – примерно 5 мм. После каждого перемещения производящий контур обводят ка-

рандашом или шариковой ручкой, фиксируя след рейки на плоскости заготовки. За один проход рейки – из одного крайнего положения в другое – на заготовке можно спрофилировать, нарисовать три полных зуба. Этого достаточно, чтобы составить представление об их форме. Неполные зубья не вычерчивают. Чтобы это получилось, обводят только ту часть контура, которая выделена на рис. 3 жирной линией.

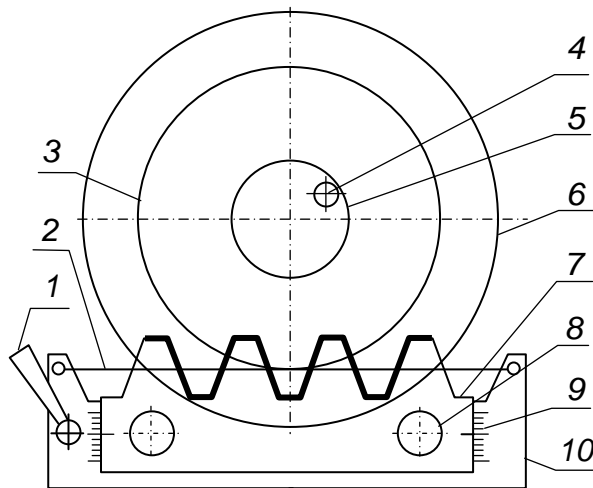


Рис. 3

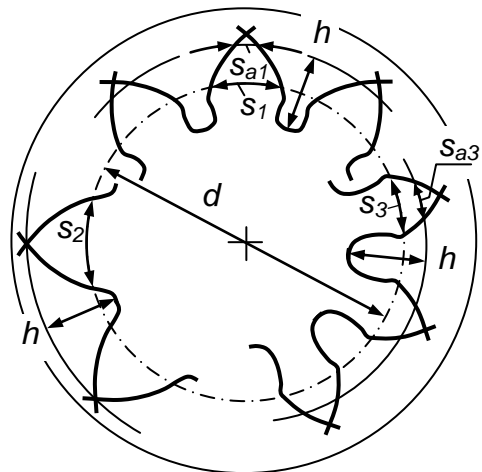


Рис. 4

Производящая рейка имеет возможность смещаться в радиальном направлении (вверх-вниз). Смещение отсчитывают по шкалам 9. Винты 8 фиксируют рейку в нужном положении.

Поскольку диаметр делительной окружности 3 в каждом конкретном приборе вполне определённый, то с помощью этого прибора можно изготовить колесо с единственно возможным числом зубьев, выводимым из формулы (5):

$$z = \frac{2r}{m} = \frac{d}{m}.$$

Диаметр  $d$  делительной окружности и модуль  $m$  указаны на производящей рейке.

Все приборы спроектированы так, что позволяют вычерчивать колёса с числом зубьев меньше 17, а это значит, что при  $x = 0$ , т. е. при номинальном (нулевом) положении производящей рейки, ножки зубьев будут подрезаны. С учебной целью предлагается вычертить три фрагмента колёс с коэффициентами смещения  $x = 0$ ,  $x = x_{\min}$ ,  $x = -x_{\min}$ .

Вычертив фрагмент с коэффициентом  $x = 0$ , необходимо:

- вернуть стол с рейкой в исходное крайнее положение;
- ослабить струну;
- повернуть стол с заготовкой так, чтобы новые зубья расположились поближе к нарисованным;
- натянуть струну;
- установить по шкалам смещение  $X_{\min}$  (в направлении от центра колеса);
- спрофилировать фрагмент нового колеса.

Для вычерчивания третьего колеса сместить рейку на  $-X_{\min}$  и повторить операцию.

По завершении работы все зубья будут заострёнными (рис. 4). Это объясняется тем, что заготовка взята с большим запасом по диаметру. В действительности на станок устанавливают заготовку расчётного диаметра, зависящего от сопряжённого колеса рабочего зацепления (зацепления готовых колёс друг с другом). В данной работе сопряжённого колеса нет, поэтому диаметр окружности вершин назначим, исходя из высоты зуба  $h = 2m$  у всех трёх колёс.

### Порядок выполнения работы

1. Получите прибор и заготовку колеса.
2. По формуле  $z = d/m$  определите число зубьев производимого колеса.
3. Вычислите коэффициент смещения  $x_{\min} = (17 - z)/17$  и само смещение  $X_{\min} = x_{\min}m$ .
4. Спрофилируйте фрагменты колёс при  $x = 0$ ,  $x = x_{\min}$ ,  $x = -x_{\min}$ .
5. Снимите заготовку и проведите делительную окружность.
6. Отложите высоту зуба  $h = 2m$  и проведите для каждого фрагмента окружности вершин.
7. Проставьте толщины зубьев  $s_1 \dots s_3$  на делительной окружности, а также толщины  $s_{a1} \dots s_{a3}$  на окружностях вершин.
8. Обратите внимание на подрез ножки зуба, а также на уменьшение толщины зуба при вершине положительного колеса.

### Требования к отчёту

В отчёте приведите расчёты по пунктам 2, 3, 6 «Порядка работы». К отчёту приложите заготовку с тремя фрагментами колёс, оформленными, как показано на рис. 4.

### Контрольные вопросы

1. По какой кривой очерчен профиль зуба? Дайте ей определение.
2. Очерчены ли профили одной и той же кривой в каждом секторе?
3. Найдите графически радиус основной окружности.
4. Покажите делительную окружность и дайте ей определение.
5. Начертите производящую рейку и укажите её параметры.
6. Что такое модуль  $m$ ?
6. Когда возникает подрез ножки зуба?
7. Каково минимальное число зубьев, получающихся без подреза?
8. Как влияет смещение на толщину зуба по делительной окружности и по окружности вершин?
9. Чем опасно большое положительное смещение рейки?

### Рекомендуемая литература

Ермак, В. Н. Теория механизмов и машин (краткий курс) : учеб. пособие. – Кемерово, 2011. – 164 с.



Составитель  
Владимир Николаевич Ермак

### **Профилирование зубчатых колёс**

Методические указания к лабораторной работе  
по дисциплине «**Теория механизмов и машин**»  
для обучающихся направлений подготовки  
15.03.05 (ТМ), 15.03.01 (ТС), 18.03.02 (ХМ), 23.03.03 (МА)

Печатается в авторской редакции

Подписано в печать 03.06.2019. Формат 60×84/16  
Бумага белая офсетная. Отпечатано на ризографе  
Уч.-изд. л. 0,4. Тираж 30 экз. Заказ \_\_\_\_\_  
КузГТУ, 650000, Кемерово, ул. Весенняя, 28  
Издательский центр УИП КузГТУ, 650000, Кемерово,  
ул. Д. Бедного, 4а