

Министерство образования и науки Российской Федерации  
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

---

А.Д. ОБУХОВСКИЙ

# АЭРОДИНАМИКА ВОЗДУШНОГО ВИНТА

Утверждено  
Редакционно-издательским советом университета  
в качестве учебного пособия

2-е издание

НОВОСИБИРСК  
2016

УДК 533.662(075.8)  
О-266

Рецензенты: д-р техн. наук, проф. *Подружин Е.Г.*,  
д-р техн. наук, проф. *Саленко С.Д.*

Работа подготовлена на кафедре АГД  
для студентов IV курса ФЛА  
направления «Авиа- и ракетостроение»

**Обуховский А.Д.**

О-266 Аэродинамика воздушного винта : учеб. пособие / А.Д. Обуховский. – 2-е изд. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016. – 80 с.

ISBN 978-5-7782-3064-4

Рассмотрены основные понятия аэродинамики воздушного винта и кратко изложены теории изолированного элемента лопасти, идеальных пропеллера и винта, теории Сабинина–Юрьева и Жуковского. Описаны экспериментальные методы исследований. Даны рекомендации по подбору винта к летательному аппарату и по его компоновке. В приложении содержатся необходимые методические материалы для лабораторной работы «Экспериментальное определение характеристик воздушных винтов».

Учебное пособие предназначено для студентов IV курса факультета летательных аппаратов направления «Авиа- и ракетостроение», изучающих курс «Гидроаэродинамика лопаточных машин и воздушных винтов». Кроме того, оно может быть полезно при курсовом и дипломном проектировании.

УДК 533.662(075.8)

ISBN 978-5-7782-3064-4

© Обуховский А.Д., 2009, 2016  
© Новосибирский государственный  
технический университет, 2009, 2016

## **ВВЕДЕНИЕ**

В пособии рассмотрены основные понятия аэродинамики воздушного винта, его геометрические и кинематические параметры. Описаны экспериментальные методы получения аэродинамических характеристик воздушных винтов. Даны рекомендации по подбору винта к летательному аппарату и по его компоновке. Кратко изложены основы теории изолированного элемента лопасти, идеальных пропеллера и винта, теории Сабинина–Юрьева и Жуковского. В конце каждой из глав, посвященных той или иной теории, указываются области ее практического применения.

Успешное освоение материала пособия предполагает знание основ математического анализа, теоретической механики и аэродинамики.

В приложении содержатся необходимые методические материалы для лабораторной работы «Экспериментальное определение характеристик воздушных винтов», применительно к установке, реализованной в учебной аэродинамической трубе СС-19 ФЛА НГТУ.

## **Глава 1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ВИНТАХ**

### **1.1. ВОЗДУШНЫЙ ВИНТ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ НА ЛЕТАТЕЛЬНОМ АППАРАТЕ. ВИДЫ ВОЗДУШНЫХ ВИНТОВ**

**Воздушный винт** – это лопастной движитель, приводимый во вращение двигателем и предназначенный для получения тяги  $P$ . Главными элементами конструкции воздушных винтов являются лопасти и втулка.

**Лопасть** – основная рабочая часть винта, создающая тягу при его вращении. На лопасти выделяют две части: перо и комель. **Перо** – это профилированная часть лопасти. **Комель** – часть лопасти, служащая для крепления ко втулке винта. **Втулка** винта – часть воздушного винта, соединяющая лопасти с валом двигателя и обычно являющаяся обтекателем комлей лопасти.

При вращении винта лопасть, представляющая собой закрученное крыло, отбрасывает за плоскость вращения некоторую массу воздуха. Реакция отброшенной с ускорением массы воздуха и создает тягу винта.

В качестве привода для воздушных винтов сначала применялись поршневые двигатели внутреннего сгорания (ДВС), а затем стали использоваться турбовинтовые двигатели (ТВД).

Воздушный винт был единственным типом движителя для самолетов до тех пор, пока не появились безвинтовые турбореактивные двигатели (ТРД) и турбореактивные двухконтурные двигатели (ТРДД). Эти двигатели обладают большей тягой, чем ТВД, на высоких скоростях полета.

Но ТРДД и особенно ТРД имеют высокие удельные километровые расходы топлива. Поэтому в последние годы усилился интерес к воздушным винтам. Для повышения их КПД на относительно больших дозвуковых числах Маха ( $M_n = 0,7...0,8$ ) и снижения уровня шума в

настоящее время предлагают увеличивать число, ширину и угол саблевидности лопастей, применять тонкие суперкритические профили и уменьшать на 30...40 % диаметр винта. Такие воздушные винты получили название **винтовентиляторы** (рис. 1.1), а силовые установки с такими винтами – **турбовинтовентиляторные двигатели (ТВВД)**. Исследования показывают, что КПД у ТВВД выше, чем у обычных ТВД и безвинтовых ТРДД, в диапазоне чисел  $M_n \approx 0,6...0,9$  (рис. 1.2).

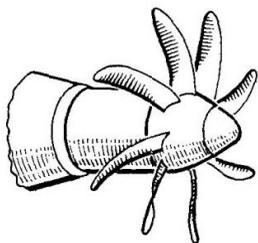


Рис. 1.1. Винтовентилятор

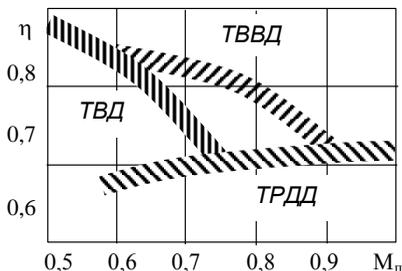


Рис. 1.2. Зависимости КПД СУ от числа Маха

На самолетах, предназначенных для полета на небольших числах Маха ( $M_n < 0,6$ ), по-прежнему основным типом движителя остается обычный воздушный винт, так как он обладает наибольшим КПД даже по сравнению с винтовентилятором.

Существуют различные виды воздушных винтов. Основные из них следующие:

- **дозвуковые, околозвуковые и сверхзвуковые винты** – отличаются соответствующими местными скоростями обтекания большинства элементов лопасти;
- **винт неизменяемого шага** – винт, лопасти которого не могут поворачиваться вокруг своих осей;
- **винт фиксированного шага (ВФШ)** – воздушный винт, лопасти которого могут быть установлены под необходимым углом, но во время работы не могут поворачиваться вокруг своих осей;
- **винт изменяемого шага (ВИШ)** – воздушный винт, лопасти которого во время работы могут автоматически или с помощью ручного управления поворачиваться вокруг своих осей, устанавливаясь под необходимым углом;

- **одиночный винт** – воздушный винт, оси лопастей которого лежат в одной плоскости, нормальной к оси вращения винта;
- **двухрядный винт** – воздушный винт, состоящий из двух одиночных винтов, расположенных непосредственно друг за другом на соосных валах, вращающихся в одном направлении. Если в двухрядном винте одиночные винты вращаются в противоположных направлениях, то такой винт называют **соосным** винтом.

## 1.2. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ВИНТА

Геометрия воздушного винта описывается рядом параметров, важнейшими среди которых являются (рис. 1.3):

- **диаметр винта**  $d_B$  – диаметр окружности, описываемой концами лопастей при вращении. Обычно у самолетов  $d_B \sim 2 \dots 5$  м, у вертолетов  $d_B < 40$  м;
- соответственно **радиус винта**  $r_B = d_B/2$ ;
- **сечение лопасти** – образуется пересечением лопасти с цилиндром, соосным винту (часто – с плоскостью, перпендикулярной радиусу);
- **радиус сечения лопасти**  $r$  – расстояние от оси винта до сечения лопасти;
- **относительный радиус сечения**:  $\bar{r} = r / r_B$ ;
- **ось лопасти** – линия, проходящая через центры тяжести сечений лопасти;

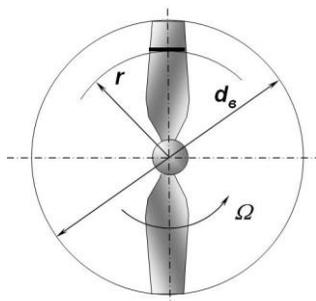


Рис. 1.3. Основные геометрические параметры винта

- **ось поворота лопасти** – ось, относительно которой лопасть поворачивается на различные углы установки;
- **плоскость вращения винта** – плоскость, перпендикулярная к оси вращения винта и проходящая через ось лопасти;
- **ометаемая винтом площадь**  $F$  – площадь круга, диаметр которого равен диаметру винта:  $F = \pi d_e^2 / 4$ ;
- **угол саблевидности лопасти**  $\gamma$  – угол между касательной к оси лопасти в некоторой ее точке и осью поворота

лопасти. Угол саблевидности меняется вдоль лопасти, увеличиваясь к концу. Различают следующие основные формы лопастей (рис. 1.4): суживающуюся (а), веслообразную (б), саблевидную (в) ;

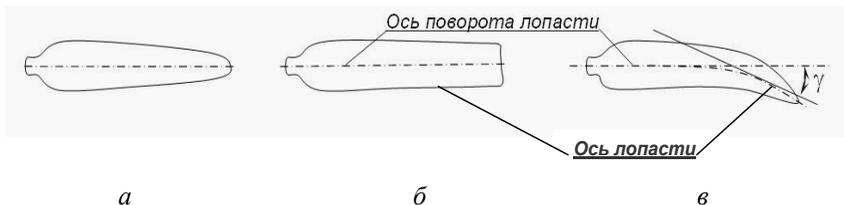


Рис. 1.4. Применяемые формы лопастей винта

- **угол установки сечения**  $\varphi$  – угол между хордой сечения лопасти и плоскостью вращения винта;
- **контрольное сечение лопасти** – сечение лопасти, в котором при сборке и в эксплуатации проверяют необходимые параметры лопасти винта. Контрольным обычно считают сечение на **среднем относительном радиусе**, который делит ометаемую винтом площадь на две равные части ( $\bar{r}_{\text{ср}} = r_{\text{ср}} / r_{\text{в}} = 0,75$ );
- **угол установки лопасти**  $\varphi_0$  или  $\varphi_{0,75}$  – угол установки контрольного сечения лопасти;
- **крутка лопасти** – изменение по радиусу углов установки сечений лопасти относительно контрольного сечения ( $\varphi - \varphi_0 = f(r)$ );
- **хорда сечения лопасти** – отрезок прямой, соединяющий переднюю и заднюю кромки лопасти и лежащий в рассматриваемом сечении (рис. 1.5). Длину хорды  $b$  называют **шириной сечения** лопасти. **Относительная ширина** сечения лопасти –  $\bar{b} = b / d_{\text{в}}$ ;
- **толщиной лопасти**  $c$  на некотором радиусе называется ее наибольшая толщина. Толщина обычно изменяется вдоль радиуса, уменьшаясь от оси вращения к концам лопастей. Под **относительной толщиной**  $\bar{c}$  понимается отношение абсолютной толщины к ширине лопасти на том же радиусе:  $\bar{c} = c / b$ ;
- **профиль сечения лопасти** – наиболее полно характеризует форму сечения лопасти. Обычно форма профиля задается в виде таблицы безразмерных координат его верхней и нижней сторон.

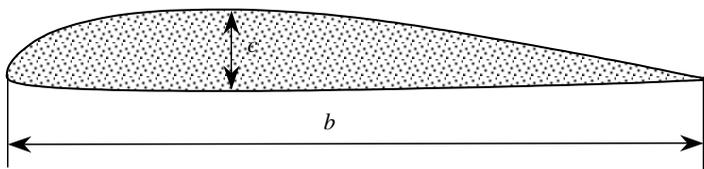


Рис. 1.5. Основные геометрические параметры профиля сечения

Для удобства пользования основные геометрические характеристики винта представляют в виде табличной или графической зависимости соответствующих параметров от относительного радиуса:  $\phi = \phi(\bar{r})$ ;  $\bar{b} = \bar{b}(\bar{r})$ ;  $\bar{c} = \bar{c}(\bar{r})$ .

### 1.3. КАРТИНА ОБТЕКАНИЯ И КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВОЗДУШНОГО ВИНТА

При работе воздушного винта различают три характерные схемы обтекания:

- при работе винта «на месте», когда скорость невозмущенного потока  $V_\infty = 0$  (рис. 1.6);

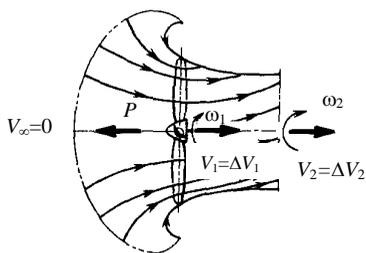


Рис. 1.6. Струя винта на режиме работы на месте

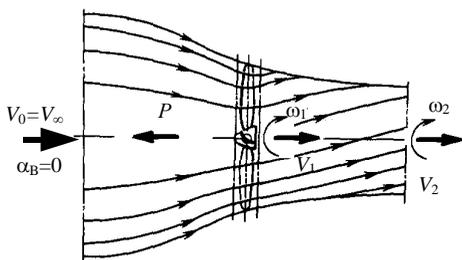


Рис. 1.7. Струя винта на режиме осевой обдувки

- при **осевой обдувке**, когда вектор  $V_\infty$  параллелен оси вращения винта (рис. 1.7);
- режим **косой обдувки**, когда вектор  $V_\infty$  направлен под некоторым углом к оси вращения винта. Этот угол называют **углом атаки винта** и обозначают  $\alpha_B$ .

Параметры, характеризующие поступательное и вращательное движения винта, называют **кинематическими характеристиками** винта.

Проекция вектора  $V_\infty$  на направление оси вращения винта называется **осевой скоростью** винта  $V_0 = V_\infty \cos \alpha_v$ . Проекция вектора  $V_\infty$  на плоскость вращения винта – **поперечной скоростью винта**  $V_{yв} = V_\infty \sin \alpha_v$ .

При установившемся движении самолета  $V_\infty = \text{const}$  и  $\alpha_v = \text{const}$ , а следовательно,  $V_0 = \text{const}$  и  $V_{yв} = \text{const}$ .

В дальнейшем мы будем рассматривать физическую картину обтекания воздушного винта только при установившемся движении на основном тяговом режиме работы при осевой обдувке.

На тяговом режиме при осевой обдувке частицы воздуха проходят через ометаемую винтом площадь с увеличенной скоростью и образуют струю винта. Ее края считают совпадающими с траекториями частиц, проходящими через концы лопастей. Форма струи винта напоминает форму суживающегося сопла.

Приращение осевой скорости движения частиц воздуха в струе  $\Delta V$  называют осевой индуктивной скоростью.

В реальной струе величина  $\Delta V$  изменяется как в поперечном сечении струи, так и вдоль струи. В расчетах характеристик винта под величиной  $\Delta V$  обычно подразумевают среднюю осевую индуктивную скорость в каком-либо сечении струи, перпендикулярном оси вращения винта.

Полная осевая скорость  $V$  определяется соотношением  $V = V_0 + \Delta V$ . Величина  $V$  изменяется вдоль оси винта так же, как и  $\Delta V$ . При  $V_0 = 0$  (на режиме работы винта на месте)  $V = \Delta V$ .

Вращение винта с угловой скоростью  $\Omega$  приводит к тому, что частицы воздуха вовлекаются в круговое движение с некоторой скоростью  $\Delta U$ , называемой окружной индуктивной скоростью. Величина  $\Delta U$  изменяется вдоль радиуса струи, а также по мере удаления от плоскости вращения винта.

В расчетах иногда принимается, что  $\Delta U$  увеличивается вдоль радиуса струи по мере удаления от втулки линейно, и вся струя в данном сечении вращается с угловой скоростью  $\omega$ . Тогда  $\Delta U = \omega r$ .

Рассмотрим сечение лопасти винта, расположенное на некотором радиусе  $r$ .

**Шагом сечения лопасти  $H$**  называют шаг винтовой линии, касательной к хорде сечения:  $H = 2\pi r \operatorname{tg} \varphi$ , где  $\varphi$  – угол установки сечения. В общем случае, шаг сечения меняется вдоль радиуса.

**Шаг винта  $H_0$**  – шаг контрольного сечения лопасти, расположенного обычно на радиусе  $r_{\text{ср}} = 0,75r_{\text{в}}$ , где угол  $\varphi = \varphi_0$ . Шаг винта равен расстоянию, на которое переместился бы винт за один оборот, если бы он ввинчивался в воздух, как в твердое тело:  $H_0 = 1,5\pi r_{\text{в}} \operatorname{tg} \varphi_0$  (рис. 1.8).

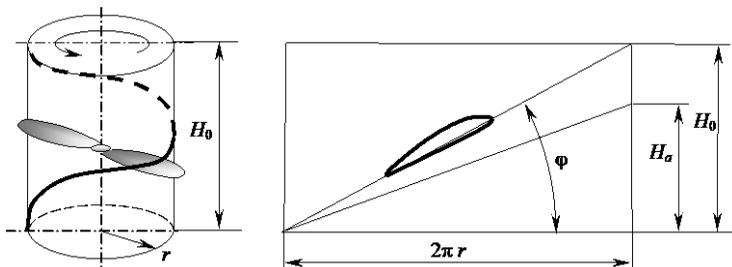


Рис. 1.8. Шаг и поступь винта

Фактическое перемещение винта в воздухе с осевой скоростью  $V_0$  за время одного оборота  $\Delta t$  называется **поступью винта  $H_a$** .  $H_a = V_0 \Delta t = V_0/n$ , где  $n$  – число оборотов винта в секунду,  $n = 1/\Delta t = \Omega/(2\pi)$ . Величина  $H_a$  всегда меньше  $H_0$  (рис. 1.8).

Относительная поступь винта или коэффициент скорости винта

$$\lambda = H_a / D = V_0 / (n D).$$

Ниже будет показано, что  $\lambda$  является режимным параметром работы винта, так как он определяет условия обтекания сечений лопасти.

## Глава 2. ТЕОРИЯ ИЗОЛИРОВАННОГО ЭЛЕМЕНТА ЛОПАСТИ

### 2.1. ХАРАКТЕРНЫЕ СКОРОСТИ И СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА ЭЛЕМЕНТ

Данная теория была разработана русским ученым – кораблестроителем и воздухоплавателем С.К. Дзевецким в конце XIX – начале XX в. В ее основу положены следующие основные допущения:

- используем гипотезу плоских сечений – любое сечение лопасти не оказывает влияния на соседние;
- не учитываем скоростей, наведенных винтом в струе.

Пусть винт движется поступательно в направлении своей оси со скоростью  $V_0$ . Рассматриваем элемент лопасти, расположенной на радиусе  $r$  с хордой  $b$  и толщиной  $dr$  как крыло площадью  $bdr$  (рис. 2.1). При вращении винта с угловой скоростью  $\Omega$  окружная скорость элемента равна  $U_0 = r\Omega$ . Используем принцип обращения движения: считаем, что на неподвижный элемент лопасти набегает поток с осевой скоростью  $V_0$  и окружной  $U_0$ . Тогда результирующая скорость, с которой обтекается элемент лопасти, будет равна векторной сумме  $\vec{W}_0 = \vec{V}_0 + \vec{U}_0$ . Она называется **условной относительной скоростью**.

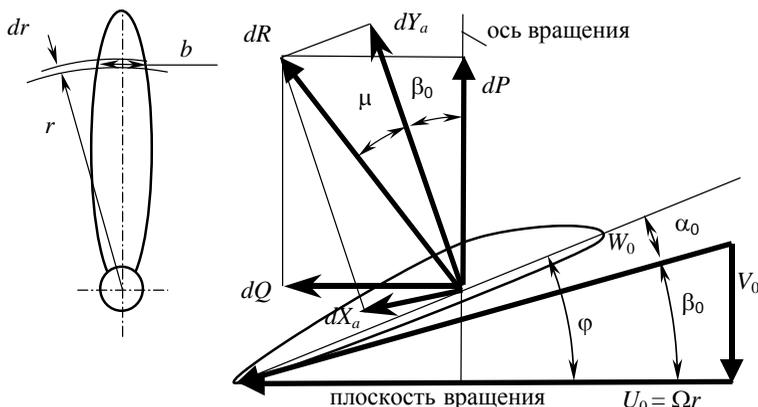


Рис. 2.1. Характерные скорости и силы, действующие на элемент лопасти

Вектор  $W_0$  образует с хордой профиля сечения лопасти **условный угол атаки сечения** лопасти  $\alpha_0$ , а с плоскостью вращения винта – **условный угол притекания струй**  $\beta_0$ . Сумма углов  $\alpha_0$  и  $\beta_0$  равна углу установки сечения лопасти:  $\varphi = \alpha_0 + \beta_0$ .

Преобразуем выражение для относительной поступи винта, учитывая, что  $n = \Omega/2\pi$ :

$$\lambda = \frac{V_0}{nd_B} = \frac{\pi V_0}{\Omega r_B} = \pi \frac{V_0}{U_{0B}} = \pi \operatorname{tg} \beta_0.$$

Таким образом, изменение относительной поступи эквивалентно изменению угла притекания струй.

При обтекании элемента лопасти на его поверхности возникают распределенные нагрузки, которые приводятся к результирующей  $dR$  – **элементарной полной аэродинамической силе**.

Проекция полной аэродинамической силы  $dR$  на ось и на плоскость вращения – это соответственно **элементарная тяга  $dP$**  и **элементарная сила сопротивления вращению  $dQ$** .

С другой стороны, силу  $dR$  можно выразить через проекции на направление скорости  $W_0$  и на перпендикуляр к ней. Получим, соответственно,  $dX_a$  – **элементарное лобовое сопротивление** и  $dY_a$  – **элементарную подъемную силу**. Выразим эти силы через аэродинамические коэффициенты:

$$dX_a = C_{xa} \rho \frac{W_0^2}{2} b dr,$$

$$dY_a = C_{ya} \rho \frac{W_0^2}{2} b dr.$$

Вектор полной аэродинамической силы  $dR$  отклонен от вектора подъемной силы  $dY_a$  на угол

$$\mu = \operatorname{arctg} \frac{dX_a}{dY_a} = \operatorname{arctg} \frac{C_{xa}}{C_{ya}}.$$

Обычно отношение  $C_{xa}/C_{ya} \ll 1 \Rightarrow \mu \approx \frac{dX_a}{dY_a} \approx \frac{C_{xa}}{C_{ya}} = \frac{1}{K}$ .

Таким образом, угол  $\mu$  представляет собой **обратное аэродинамическое качество**.

Выразим элементарные тягу и силу сопротивления вращению через подъемную силу и лобовое сопротивление:

$$dP = dY_a \cos \beta_0 - dX_a \sin \beta_0 = (C_{ya} \cos \beta_0 - C_{xa} \sin \beta_0) \rho \frac{W_0^2}{2} b dr ,$$

$$dQ = dY_a \sin \beta_0 + dX_a \cos \beta_0 = (C_{ya} \sin \beta_0 + C_{xa} \cos \beta_0) \rho \frac{W_0^2}{2} b dr .$$

Соответственно элементарный момент  $dM = dQr$  и элементарная мощность, затраченная на вращение:

$$dN = dM\Omega = dQr\Omega = (C_{ya} \sin \beta_0 + C_{xa} \cos \beta_0) \rho \frac{W_0^2}{2} br\Omega dr .$$

Преобразуем условную относительную скорость:

$$W_0 = \frac{U_0}{\cos \beta_0} = \frac{2\pi nr}{\cos \beta_0} .$$

Введем безразмерные величины:

$$\bar{r} = \frac{r}{r_{\hat{a}}} ; \quad \bar{r}_{\hat{a}\hat{o}} = \frac{r_{\hat{a}\hat{o}}}{r_{\hat{a}}} ; \quad \bar{r}_{\hat{a}} = 1 ; \quad \bar{b} = \frac{b}{d_{\hat{a}}} .$$

Интегрируя вдоль лопасти от  $\bar{r}_{\text{вт}}$  до 1 с учетом того, что винт имеет  $i$  лопастей, имеем

$$P = \rho n^2 d_{\text{в}}^4 \frac{i\pi^2}{4} \int_{\bar{r}_{\text{вт}}}^1 \frac{C_{ya} \cos \beta_0 - C_{xa} \sin \beta_0}{\cos^2 \beta_0} \bar{b} \bar{r}^{-2} d\bar{r} \quad \text{или} \quad P = \bar{\alpha} \rho n^2 d_{\text{в}}^4 ,$$

$$N = \rho n^3 d_{\text{в}}^5 \frac{i\pi^3}{4} \int_{\bar{r}_{\text{вт}}}^1 \frac{C_{ya} \sin \beta_0 + C_{xa} \cos \beta_0}{\cos^2 \beta_0} \bar{b} \bar{r}^3 d\bar{r} \quad \text{или} \quad N = \bar{\beta} \rho n^3 d_{\text{в}}^5 .$$

Безразмерные коэффициенты  $\bar{\alpha}$  и  $\bar{\beta}$  называются соответственно коэффициентами тяги и мощности. Совместно с относительной поступью  $\lambda$  они образуют так называемую «французскую систему винтовых коэффициентов».

Коэффициенты тяги и мощности являются показателями эффективности винта и полностью характеризуют его с аэродинамической точки зрения. Формально они аналогичны коэффициентам подъемной силы и лобового сопротивления, применяемым в аэродинамических исследованиях крыльев.

## 2.2. ПОНЯТИЕ ОБ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ ВИНТА

Аэродинамическими характеристиками винта называются зависимости показателей эффективности винта (т. е. коэффициентов тяги  $\bar{\alpha}$  и мощности  $\bar{\beta}$ ) от показателей, характеризующих условия, или **режим работы**. Основным режимным параметром для винта является относительная поступь  $\lambda$ . При определенных условиях начинает также оказывать влияние число Маха, однако этот вопрос будет рассмотрен дополнительно.

Основным способом определения аэродинамических характеристик является эксперимент, однако качественное представление о характере их протекания можно получить, используя аналитические выражения для коэффициентов тяги и мощности, выведенные в предыдущем разделе.

Коэффициенты тяги  $\bar{\alpha}$  и мощности  $\bar{\beta}$  в общем случае зависят от угла притекания струй  $\beta_0$  (а значит, и от относительной поступи  $\lambda$ ), а также от тех же величин, что и аэродинамические коэффициенты  $C_{ya}$  и  $C_{xa}$ . Последние зависят от угла установки сечений  $\varphi$ , связанного с углом атаки  $\alpha$  и относительной поступью  $\lambda$ , от чисел  $M$  и  $Re$ , а также от формы профилей сечений. Примерный вид характеристик для ряда значений угла установки лопасти  $\varphi$  показан на рис. 2.2 и 2.3.

При постоянном значении угла установки лопасти ( $\varphi = \text{const}$ ) увеличение относительной поступи ведет к росту угла притекания струй ( $\lambda \uparrow \Rightarrow \beta_0 \uparrow$ ). В результате падает угол атаки ( $\varphi - \beta_0 = \alpha_0 \downarrow$ ). Это приводит к снижению коэффициентов подъемной силы и лобового сопротивления, в итоге уменьшаются коэффициенты тяги и мощности ( $C_{ya} \downarrow, C_{xa} \downarrow \Rightarrow \bar{\alpha} \downarrow, \bar{\beta} \downarrow$ ).

При постоянных относительной поступи ( $\lambda = \text{const}$ ), а значит, и угле притекания струй ( $\beta_0 = \text{const}$ ) увеличение угла установки лопасти

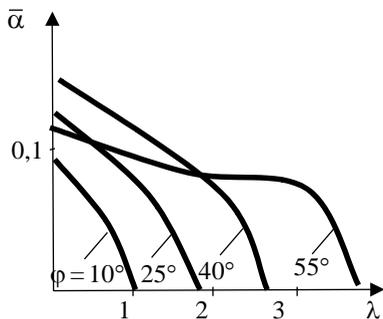


Рис. 2.2. Зависимость коэффициента тяги от относительной поступи

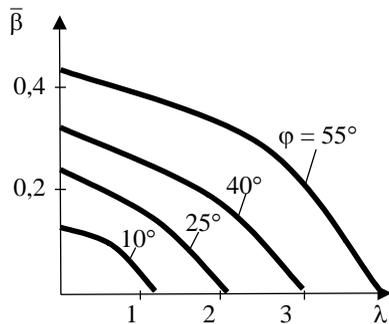


Рис. 2.3. Зависимость коэффициента мощности от относительной поступи

ведет к повышению углов атаки ( $\varphi \uparrow \xrightarrow{\beta_0 = \text{const}} \varphi - \beta_0 = \alpha_0 \uparrow$ ). Коэффициент подъемной силы будет сначала расти, что приведет и к росту коэффициента тяги. При очень больших  $\varphi$  будет превышен критический угол атаки, после чего из-за срыва потока  $C_{ya}$  и  $\bar{\alpha}$  будут падать ( $C_{ya} \uparrow \downarrow \Rightarrow \bar{\alpha} \uparrow \downarrow$ ).

Коэффициент лобового сопротивления с ростом угла атаки непрерывно увеличивается, что ведет к монотонному повышению коэффициента мощности ( $C_{xa} \uparrow \Rightarrow \bar{\beta} \uparrow$ ).

### 2.3. КОЭФФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ ВИНТА

Под коэффициентом полезного действия винта будем понимать отношение полезной (**тяговой**) мощности, связанной с перемещением винта со скоростью  $V_0$  к мощности, затраченной на вращение:

$$\eta = \frac{PV_0}{N}.$$

КПД винта меньше единицы, так как всегда имеются потери мощности на разгон и закручивание струи, а также на преодоление аэродинамического сопротивления.

При подстановке в последнее выражение тяги и мощности, записанных через соответствующие коэффициенты, получим

$$\eta = \frac{\bar{\alpha}}{\beta} \lambda .$$

Если проводить дальнейшие параллели между аэродинамическими характеристиками винта и крыла, то КПД является аналогом аэродинамического качества. Это наиболее комплексный показатель эффективности работы винта.

Для удобства анализа рассмотрим выражение для КПД изолированного элемента лопасти, расположенного на некотором радиусе  $r$ :

$$\eta_r = \frac{V_0 dP}{dN} = \frac{V_0}{r\Omega} \frac{dY_a \cos \beta_0 - dX_a \sin \beta_0}{dY_a \sin \beta_0 + dX_a \cos \beta_0} = \operatorname{tg} \beta_0 \operatorname{ctg} \beta_0 \frac{1 - \mu \operatorname{tg} \beta_0}{1 + \mu \operatorname{ctg} \beta_0} .$$

Окончательно имеем

$$\eta_r = \frac{1 - \mu \operatorname{tg} \beta_0}{1 + \mu \operatorname{ctg} \beta_0} .$$

Как видно из формулы, КПД сечения монотонно падает с ростом обратного аэродинамического качества  $\mu$ . Зависимость от угла притекания струй  $\beta_0$  носит более сложный характер. Если продифференцировать по  $\beta_0$  выражение для КПД при условии  $\mu = \operatorname{const}$ , то получим значение оптимального угла притекания струй

$$\beta_{0\text{opt}} = \frac{\pi}{4} - \frac{\mu}{2} .$$

Ему соответствует максимум КПД:

$$\eta_{r\text{max}} = \frac{1 - \mu \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\mu}{2} \right)}{1 + \mu \operatorname{ctg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\mu}{2} \right)} .$$

Зная  $\beta_{0\text{opt}}$  и выбирая для каждого сечения наиболее выгодное значение угла атаки  $\alpha_{\text{нв}}$ , соответствующее максимальному аэродинамическому качеству, получим закон изменения углов установки сечений

$$\varphi = \beta_{0\text{opt}} + \alpha_{\text{нв}}$$

вдоль радиуса, при котором в каждом сечении КПД будет максимальным.

Завершая рассмотрение основ теории изолированного элемента лопасти, отметим еще раз два ключевых момента.

- Основным достоинством данной теории является попытка найти связь между геометрическими параметрами лопасти и показателями эффективности работы винта.

- Главный недостаток состоит в том, что не учитываются скорости, вызванные самим винтом, а предполагается, что он работает в невозмущенной среде.

Совокупность этих факторов приводит к тому, что результаты расчетов, полученные с помощью данной теории, носят достаточно приблизительный, а иногда – даже качественный характер. Поэтому ее нельзя напрямую использовать для проектирования винта.

## ***Глава 3. АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВИНТОВ***

### **3.1 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ ВИНТОВ**

Несмотря на интенсивное развитие методов вычислительной аэродинамики, основным способом определения характеристик винтов на сегодняшний день является эксперимент в аэродинамических трубах. Испытания проводятся на геометрически подобных, как правило, уменьшенных, моделях винтов, с помощью специальных экспериментальных установок – так называемых **винтовых приборов**, которые помещаются в рабочую часть аэродинамической трубы.

Основу винтового прибора составляет двигатель, обычно электрический, на валу которого крепится исследуемый винт. Кроме вращения винта, прибор обеспечивает измерение оборотов, а также развиваемой тяги и потребляемой мощности.

Обороты винта  $n$  измеряются с помощью тахометров различного типа – электродинамических, оптоэлектронных и других. Точности измерения оборотов необходимо уделить особое внимание, так как в формулы они входят во второй и даже третьей степени.

Тяга  $P$  определяется с помощью силоизмерительных элементов, механического либо тензометрического типа.

Мощность  $N$ , затраченную на вращение винта, непосредственно, как правило, не удается измерить. В то же время достаточно легко определяется связанный с ней крутящий момент на валу:

$$M = \frac{N}{\Omega} = \frac{\bar{\beta}}{\Omega} \rho n^3 d_B^5 = \frac{\bar{\beta}}{2\pi} \rho n^2 d_B^5.$$

Для определения момента также предусмотрен соответствующий чувствительный элемент.

В некоторых случаях используют упрощенную конструкцию винтового прибора, в котором отсутствуют силоизмерительные устройства. Такой прибор крепится на обычных аэродинамических весах механического или тензометрического типа. Для нахождения тяги и момента в этом случае используются чувствительные элементы весов.

Коэффициенты тяги и мощности получают, обезразмеривая тягу и момент:

$$\bar{\alpha} = \frac{P}{\rho n^2 d_B^4}; \quad \bar{\beta} = \frac{2\pi M}{\rho n^2 d_B^5}.$$

Эксперименты проводятся для ряда значений относительной поступи

$$\lambda = \frac{V_0}{nd_B}.$$

Величину КПД находят в виде

$$\eta = \frac{\bar{\alpha}}{\bar{\beta}} \lambda.$$

По результатам измерений строят графики зависимостей коэффициентов тяги, мощности и полезного действия от относительной поступи, которые и представляют собой аэродинамические характеристики винта. При соблюдении условий гидродинамического подобия эти характеристики будут одинаковы для уменьшенной модели и полноразмерного винта.

### 3.2. НОРМАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ И РЕЖИМЫ РАБОТЫ ВИНТА

**Нормальные характеристики** – это зависимости коэффициентов тяги, мощности и полезного действия от относительной поступи при одном значении угла установки (рис. 3.1):  $\bar{\alpha} = f(\lambda)$ ;  $\bar{\beta} = f(\lambda)$ ;  $\eta = f(\lambda)$  при  $\varphi = \text{const}$ .

Анализ этих зависимостей позволяет выделить ряд характерных режимов работы воздушного винта.

1. Значению  $\lambda = 0$  ( $V = 0$ ) соответствует режим работы винта «на месте», или геликоптерный режим. На этом режиме винт развивает наибольшую тягу ( $\bar{\alpha} - \text{max}$ ), и поэтому его называют сильно нагруженным винтом. Струя сильно нагруженного винта претерпевает весьма значительное сужение за плоскостью вращения. Этому режиму соответствует также наибольшая потребляемая винтом мощность ( $\bar{\beta} - \text{max}$ ). Так как винт не совершает работы по поступательному перемещению, его КПД равен ( $\eta = 0$ ).

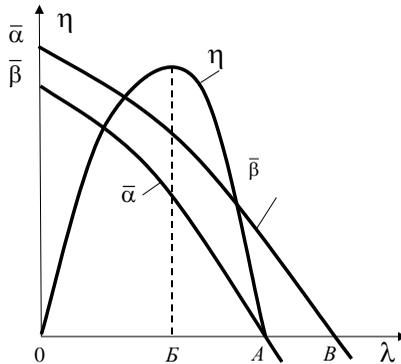


Рис. 3.1. Нормальные характеристики воздушного винта

2. **Пропеллерный**, или тяговый, режим работы винта охватывает диапазон изменения  $\lambda$  от нуля до  $\lambda_A$ . Для этого режима характерны значения коэффициентов  $\bar{\alpha} > 0$ ,  $\bar{\beta} > 0$ ,  $\eta > 0$ . Левая часть указанного диапазона изменения относится к сильно нагруженным винтам, а пра-

вая – к слабо нагруженным винтам. Для них характерны струи с малым сжатием. В этом диапазоне находится оптимальный режим работы винта, для которого КПД имеет максимальное значение:  $\lambda = \lambda_B \Rightarrow \eta = \eta_{\max}$ .

3. Режим **нулевой тяги** соответствует значению  $\lambda = \lambda_A$ . Для этого режима коэффициент  $\bar{\alpha} = 0$ . В связи с тем, что винт не развивает тяги, полная аэродинамическая сила, приложенная к лопасти винта, направлена вдоль плоскости вращения и равна силе сопротивления вращению. На преодоление работы этой силы при вращении винта затрачивается мощность, поэтому  $\bar{\beta} > 0$ . Винт в этом случае не производит полезной работы, и его КПД равен нулю ( $\eta = 0$ ). Струя имеет постоянное сечение по длине.

4. Диапазон  $\lambda_A < \lambda < \lambda_B$  соответствует режиму **торможения**. Он может быть использован на винтомоторном самолете при пробеге после посадки или при пикировании для уменьшения скорости вследствие появления отрицательной тяги ( $\bar{\alpha} < 0$ ). Углы атаки лопастей на этом режиме отрицательны. Струя за винтом слабо расширяется. Поскольку имеется сила сопротивления вращению винта, коэффициент мощности  $\bar{\beta} > 0$ .

5. Значение  $\lambda = \lambda_B$  соответствует режиму **авторотации**, т.е. режиму самопроизвольного вращения винта. При этом мощность на вращение винта не затрачивается ( $\bar{\beta} = 0$ ), а тяга винта отрицательна ( $\bar{\alpha} < 0$ ). Углы атаки сечений лопасти отрицательны. Струя за винтом расширяется.

6. Диапазон значений  $\lambda > \lambda_B$  относится к режиму **ветряка**. В этом случае винт приводится во вращение за счет аэродинамической силы, направленной в сторону вращения. Тяга винта отрицательна ( $\bar{\alpha} < 0$ ). Энергия набегающего потока с помощью винта передается на вал и может быть преобразована в другие ее виды ( $\bar{\beta} < 0$ ). На режиме ветряка работают ветряные мельницы, ветряные электродвигатели и другие промышленные установки.

### 3.3. ПОДБОР ВИНТА К САМОЛЕТУ

При подборе винта к летательному аппарату обычно задаются мощность мотора и КПД винта. Поэтому необходимо и удобно для работы иметь совмещенные диаграммы, на которые нанесены кривые

одинаковых КПД для каждого типа винтов при разных углах установки (рис. 3.2). Такие диаграммы называют **аэродинамической характеристикой семейства винтов**. Заметим, что зная  $\bar{\beta}$  и  $\eta$ , легко рассчитать коэффициент тяги.

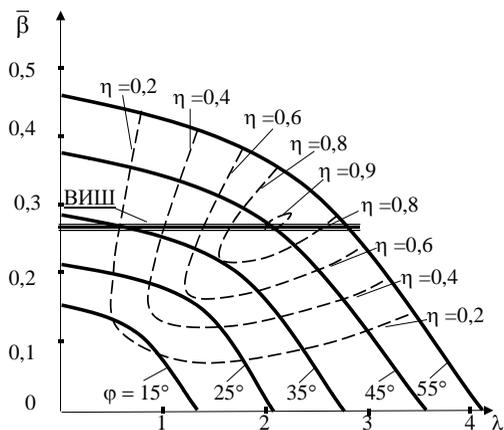


Рис. 3.2. Аэродинамическая характеристика семейства винтов

Кривые  $\bar{\beta} = f(\lambda)$  при  $\phi = \text{const}$  являются характеристиками винтов фиксированного шага (ВФШ). Выше отмечалось, что любой винт имеет высокие значения КПД в том случае, когда в каждом сечении лопасти углы притекания струй близки к оптимальным, а углы атаки – к наивыгоднейшим значениям. ВФШ отвечают этому условию лишь при одном расчетном значении коэффициента  $\lambda$ . Поэтому изменение скорости полета или числа оборотов, от которых зависит величина относительной поступи, резко снижает КПД винта.

Чтобы избежать указанных недостатков, применяются винты изменяемого шага (ВИШ). Эти винты имеют механизм поворота лопастей, с помощью которого в полете можно изменять угол установки. Наиболее широкое применение нашли ВИШ, у которых при изменении остаются неизменными коэффициенты  $\bar{\beta}$ . При постоянных значениях  $\rho$ ,  $n$ ,  $d_v$  это условие позволяет использовать полную мощность двигателя на всех режимах полета. На диаграмме характеристика такого ВИШ представляет собой линию, параллельную оси абсцисс. Так же как

ВФШ, рассмотренный ВИШ не обеспечивает максимальных КПД. Однако КПД у ВИШ получаются значительно более высокими, чем у ВФШ, на режимах, отличающихся от оптимального значения.

Если имеется аэродинамическая характеристика семейства винтов, то первым шагом при подборе винта является определение его диаметра. Рассмотрим порядок расчета для случая оптимального режима работы, соответствующего максимуму КПД. (Например, для характеристики на рис. 3.2  $\eta_{\max} = 0,9$ ). Для этого режима определяют  $\lambda_{\text{opt}}$ ,  $\bar{\beta}_{\text{opt}}$ ,  $\varphi_{\text{opt}}$  (для указанного примера – 2,3; 0,26 и 45° соответственно).

Преобразуем выражение для коэффициента мощности, подставив в него  $nd_{\text{в}} = \frac{V_0}{\lambda}$ :

$$\bar{\beta} = \frac{N}{\rho n^2 d_{\text{в}}^5} = \frac{N}{\rho d_{\text{в}}^2 (nd_{\text{в}})^3} = \frac{N \lambda^3}{\rho d_{\text{в}}^2 V_0^3}.$$

Из этой формулы находим оптимальные диаметр и обороты винта, соответствующие  $\lambda_{\text{opt}}$ ,  $\bar{\beta}_{\text{opt}}$ ,  $\varphi_{\text{opt}}$ :

$$d_{\text{в opt}} = \sqrt{\frac{N \lambda_{\text{opt}}^3}{\rho \bar{\beta}_{\text{opt}} V_0^3}}; \quad n_{\text{opt}} = \frac{V_0}{\lambda_{\text{opt}} d_{\text{в opt}}}.$$

Мощность  $N$ , развиваемая двигателем, и плотность воздуха  $\rho$  берутся для соответствующей расчетной высоты полета.

Число оборотов винта  $n$  может существенно отличаться от оборотов вала двигателя  $n_{\text{м}}$  (для ТВД – на порядок). Тогда передаточное отношение редуктора определится как

$$i_{\text{ред}} = \frac{n}{n_{\text{м}}}.$$

### 3.4. ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ КАЧЕСТВО ВОЗДУШНОГО ВИНТА

Основным параметром, определяющим эффективность работы винта, является его КПД. Однако при некоторых условиях эта величина не является характерной и нужно использовать какие-либо другие.

Рассмотрим работу винта на месте. В этом случае КПД равен нулю и его нельзя брать за показатель эффективности. Так как при работе на месте основное значение имеет наибольшая тяга  $P_0$  при заданной мощности  $N_0$ , то эффективность винта может быть оценена отношением этих двух параметров, которое и называется **энергетическим качеством**:

$$K = \frac{P_0}{N_0} = \frac{\bar{\alpha}_0}{\bar{\beta}_0} \frac{1}{nd_B}.$$

Отсюда видно, что качество винта зависит от отношения  $\frac{\bar{\alpha}}{\bar{\beta}}$  и величины  $nd_B$ , которая пропорциональна окружной скорости на концах лопастей:

$$U_0 = r_B \Omega = \frac{d_B}{2} 2\pi n = \pi nd_B.$$

На рис. 3.3 приведена зависимость  $\bar{\alpha}_0 / \bar{\beta}_0 = f(\varphi)$ . Как видно из графика, с увеличением угла установки уменьшается отношение  $\bar{\alpha}_0 / \bar{\beta}_0$ . Следовательно, при одной и той же концевой окружной скорости  $\pi nd_B = \text{const}$  качество винта увеличивается с уменьшением  $\varphi$ .

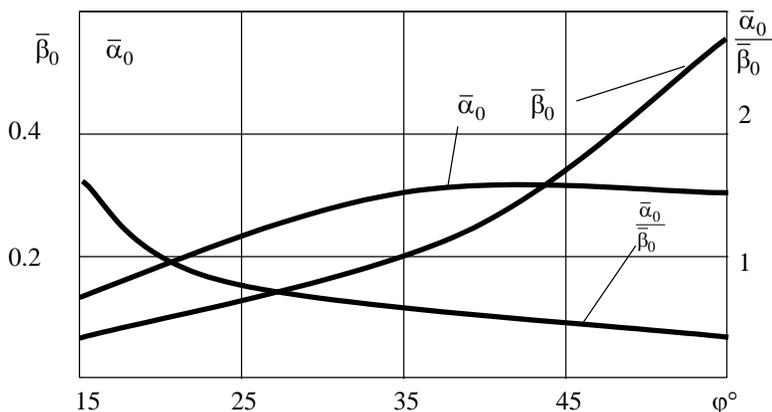


Рис. 3.3. Коэффициенты тяги и мощности винта, работающего на месте в зависимости от угла установки лопасти

Еще больше качество увеличится, если уменьшать окружную скорость на концах лопастей, т. е. уменьшать диаметр, или обороты, или то и другое. Однако в этом случае резко упадет и мощность. Для нас же представляет интерес повышение качества винта с точки зрения максимальной тяги, получаемой с заданной мощности. Для этого из выражения для мощности через соответствующий коэффициент выразим

$$\pi n d_B = \sqrt[3]{\frac{N}{\bar{\beta}_0 \rho d_B^2}} .$$

Подставим полученное выражение в формулу для качества винта:

$$K = \frac{P_0}{N_0} = \frac{\bar{\alpha}_0}{\bar{\beta}_0} \frac{1}{n d_B} = \frac{\bar{\alpha}_0}{\bar{\beta}_0} \sqrt[3]{\frac{\bar{\beta}_0 \rho d_B^2}{N}} = \frac{\bar{\alpha}_0}{\bar{\beta}_0^{2/3}} d_B^{2/3} \sqrt[3]{\frac{\rho}{N}} .$$

Таким образом, при заданной мощности качество винта зависит от  $\frac{\bar{\alpha}_0}{\bar{\beta}_0^{2/3}}$  и  $d_B^{2/3}$ . На рис. 3.4 дана кривая  $\frac{\bar{\alpha}_0}{\bar{\beta}_0^{2/3}} = f(\varphi)$ , из которой видно, что с уменьшением угла установки лопасти  $\varphi$  увеличивается величина  $\frac{\bar{\alpha}_0}{\bar{\beta}_0^{2/3}}$ . Следовательно, качество винта будет тем больше, чем меньше

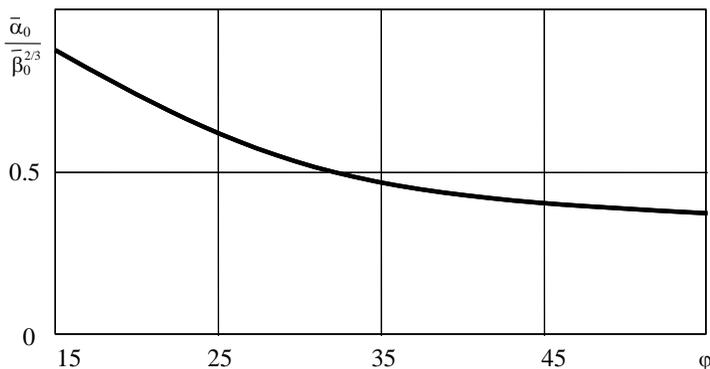


Рис. 3.4. Зависимость функции  $\frac{\bar{\alpha}_0}{\bar{\beta}_0^{2/3}}$  от угла установки при работе винта на месте

угол установки  $\varphi$  и больше диаметр  $d_b$ . Отсюда становится ясно, почему у вертолетов, которые поддерживаются в воздухе тягой несущего винта, угол установки лопасти делается очень малым, а диаметр очень большим.

Энергетическое качество винта – величина размерная, она выражает, какая тяга приходится на один киловатт или одну лошадиную силу мощности двигателя. Для самолетных винтов, работающих на месте, его значение составляет 1...1,5 даН/л.с., для вертолетных – достигает 4...5 даН/л.с.

### 3.5. ВЛИЯНИЕ СЖИМАЕМОСТИ ВОЗДУХА НА РАБОТУ ВИНТА

Важнейшим фактором, влияющим на работу винта, является число оборотов или концевая скорость лопасти. Как было показано выше, из треугольника скоростей для сечения лопасти можно определить относительную скорость:  $\bar{W}_0 = \bar{V}_0 + \bar{U}_0$  или  $W_0 = \sqrt{V_0^2 + U_0^2}$ . Видно, что при заданной скорости полета  $V_0$  результирующая скорость  $W_0$  будет тем больше, чем будет выше окружная скорость  $U_0$ .

Как известно, на околозвуковых и сверхзвуковых скоростях обтекания аэродинамические характеристики профиля сильно меняются, причем коэффициент лобового сопротивления интенсивно растет, а коэффициент подъемной силы сначала увеличивается, а затем уменьшается. Наступает так называемый волновой кризис, обусловленный влиянием сжимаемости воздуха на характер течения около профиля. Если нигде на поверхности нет скорости, достигающей скорости звука, то можно считать, что обтекание автомодельно по отношению к числу Маха. Это означает, что аэродинамические характеристики не зависят от числа  $M$ .

Под числом Маха сечения лопасти винта, расположенного на радиусе  $r$ , понимают отношение относительной скорости к местной скорости звука:

$$M_r = \frac{W_0}{a} = \frac{\sqrt{V_0^2 + U_0^2}}{a} = \frac{\sqrt{V_0^2 + (\Omega r)^2}}{a} = \sqrt{M_0^2 + \left(\frac{\Omega r}{a}\right)^2}.$$

Из формулы видно, что число  $M_r$  всегда больше, чем число Маха набегающего потока  $M_0$ . Если во всех сечениях лопасти  $M_r$  меньше

критического числа  $M_{кр}$ , то винт обтекает дозвуковым потоком и его называют дозвуковым винтом. Критическое число Маха зависит от формы профиля сечения и прежде всего – его толщины. На концевых участках лопасти, где относительные скорости выше, применяют более тонкие профили. Число  $M_{кр}$  для них достигает 0,85...0,9. Эта величина и является наиболее характерной для винта в целом. На околотовулочных участках лопасти из прочностных соображений используют более толстые профили с меньшим  $M_{кр}$ . Однако для них менее вероятно наступление волнового кризиса.

При  $M_r > 1$  во всех сечениях винт будет сверхзвуковым. Может иметь место также режим, когда для некоторых сечений  $M_{кр} < M_r < 1$ , а на остальной части лопасти  $M_r < M_{кр}$ . В этом случае говорят, что винт находится в режиме транзвукового обтекания.

При наступлении волнового кризиса резко возрастает волновое сопротивление, вследствие чего увеличивается обратное аэродинамическое качество  $\mu$ . Это приводит к существенному уменьшению КПД отдельных сечений и винта в целом.

Для того чтобы избежать падения КПД, обусловленного наступлением транзвукового обтекания, применяют саблевидные лопасти и уменьшают относительную толщину сечений, увеличивая тем самым  $M_{кр}$ . При этом сохраняются достаточно высокие значения КПД винта.

## **Глава 4. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ТЕОРИИ СТРУИ ВИНТА**

### **4.1. ТЕОРИЯ ИДЕАЛЬНОГО ПРОПЕЛЛЕРА**

Под **идеальным пропеллером** будем понимать движитель, который при работе создает тягу за счет отбрасывания окружающей его невязкой и несжимаемой среды, при этом по сечениям образующейся струи осевые скорости распределены равномерно, а закрутка потока отсутствует.

Рассмотрим струю работающего пропеллера, при этом, как всегда, обратим движение, т. е. считаем, что на неподвижный пропеллер натекает невозмущенный поток со скоростью  $V_0$  (рис. 4.1). С приближением к пропеллеру скорость в струе увеличивается и достигает макси-

мального значения  $V_2$  в том месте, где сечение минимально – так называемом «горле», после чего остается постоянной. В плоскости пропеллера скорость в струе равна  $V_1$ . Обозначим сечения струи в невозмущенном потоке  $S_0$ , в плоскости пропеллера  $S_1$ , в «горле»  $S_2$ .

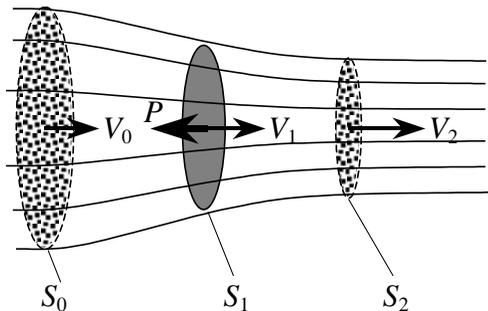


Рис. 4.1. Параметры в струе идеального пропеллера

Создаваемая пропеллером тяга может быть определена из теоремы Эйлера: «Изменение количества движения секундной массы жидкости или газа, протекающей через контрольную поверхность, равно результирующей внешних сил, приложенных к объему, заключенному внутри нее». Поскольку через боковые поверхности струи воздух не протекает, проекцию количества движения необходимо брать только для осевого направления. С другой стороны, результирующая сил атмосферного давления на боковые поверхности струи равна нулю, значит, единственная внешняя сила, действующая на частицы воздуха, – это тяга, развиваемая пропеллером:

$$P = mV_2 - mV_0 = m\Delta V_2.$$

Здесь  $m$  – секундная масса воздуха, протекающего через сечение струи,  $\Delta V_2 = V_2 - V_0$  – приращение осевой скорости в струе, называемое также **скоростью отбрасывания**.

Применим к этой же струе теорему Эйлера о *секундном изменении кинетической энергии, которое, как известно, равно мощности, затраченной на создание приращения скорости*:

$$N = m \frac{V_2^2 - V_0^2}{2} = m \frac{(V_0 + \Delta V_2)^2 - V_0^2}{2} = m\Delta V_2 V_0 + m \frac{\Delta V_2^2}{2}.$$

Подставив сюда полученное выше выражение для тяги, получим

$$N = PV_0 + m \frac{\Delta V_2^2}{2}.$$

Первый член в выражении представляет собой полезную, так называемую «**тяговую**» мощность, которая связана с перемещением пропеллера со скоростью  $V_0$ . Второй член – это некоторая потерянная мощность, соответствующая приращению скорости  $\Delta V_2$ . Ее нельзя превратить в полезную, так как при  $\Delta V_2 = 0$  тяга также будет равна нулю ( $P = 0$ ). Отсюда и  $N = 0$ , т. е. мы не получим никакой полезной мощности.

Тяга пропеллера приложена к его диску, следовательно, затраченную мощность можно выразить как произведение тяги на скорость в плоскости пропеллера:

$$N = PV_1 = P(V_0 + \Delta V_1).$$

Здесь  $\Delta V_1 = V_1 - V_0$  – приращение осевой скорости в плоскости пропеллера, называемое также **скоростью подсасывания**.

С другой стороны, ранее было получено

$$N = PV_0 + m \frac{\Delta V_2^2}{2} = PV_0 + P \frac{\Delta V_2}{2}.$$

Тогда

$$\Delta V_2 = 2\Delta V_1.$$

Отсюда имеем одно из главных положений теории идеального пропеллера: «*Скорость отбрасывания равна удвоенной скорости подсасывания*». Из этого следует, что скорость в струе в плоскости диска равна среднему арифметическому между скоростями далеко перед пропеллером и далеко за ним:

$$V_1 = V_0 + \Delta V_1 = V_0 + \frac{\Delta V_2}{2} = \frac{V_0 + V_0 + \Delta V_2}{2} = \frac{V_0 + V_2}{2}.$$

Как видно из полученных ранее выражений для тяги и мощности, в оба из них входит скорость отбрасывания  $\Delta V_2$ . В выражении для тяги она является полезной величиной, так как приводит к увеличению тяги. С точки зрения мощности,  $\Delta V_2$  является вредной величиной, поскольку увеличивает затрачиваемую мощность. Насколько выгодно

используется затраченная мощность, показывает **коэффициент полезного действия** (КПД) пропеллера, равный отношению полезной мощности к затраченной:

$$\eta_i = \frac{PV_0}{N} = \frac{m\Delta V_2 V_0}{m\Delta V_2 V_0 + \frac{m\Delta V_2^2}{2}} = \frac{V_0}{V_0 + \frac{V_2}{2}} = \frac{V_0}{V_1}.$$

*КПД идеального пропеллера равен отношению скорости набегающего потока к скорости потока в плоскости пропеллера.*

Как видно из выражения, КПД никогда не может быть равен единице, так как в этом случае поток в струе не должен ускоряться:  $V_0 = V_1$  или  $\Delta V_1 = \Delta V_2 = 0$ . Тогда и тяга, развиваемая пропеллером, обратится в нуль.

С другой стороны, КПД равен нулю, если скорость движения пропеллера равна нулю, т. е. при работе «на месте». В этом случае он не производит полезной (тяговой) работы по перемещению самолета.

Таким образом, и в идеальном пропеллере есть потери, обусловленные самой сущностью его работы и связанные с приращением скорости в отходящей струе.

## 4.2. КОЭФФИЦИЕНТ НАГРУЗКИ ПРОПЕЛЛЕРА

Найдем связь между скоростями в плоскости пропеллера и «горле» струи, с одной стороны, и развиваемой тягой – с другой. Секундная масса воздуха, проходящая через сечение струи, может быть найдена как  $m = \rho V_1 S_1$ , где  $\rho$  – плотность воздуха,  $S_1$  – площадь диска пропеллера. Тогда тяга

$$\begin{aligned} P = m\Delta V_2 &= \rho V_1 S_1 \Delta V_2 = \rho S_1 \left( V_0 + \frac{\Delta V_2}{2} \right) \Delta V_2 = \rho S_1 \left( V_0 + \frac{V_2 - V_0}{2} \right) (V_2 - V_0) = \\ &= \frac{\rho S_1}{2} (V_0 + V_2)(V_2 - V_0) = \frac{\rho S_1}{2} (V_2^2 - V_0^2). \end{aligned}$$

Отсюда скорость далеко за пропеллером будет равна

$$V_2 = \sqrt{\frac{2P}{\rho S_1} + V_0^2} = V_0 \sqrt{\frac{P}{\rho S_1 \frac{V_0^2}{2}} + 1} = V_0 \sqrt{B + 1}.$$

Здесь  $B = \frac{P}{\rho S_1 \frac{V_0^2}{2}}$  – коэффициент нагрузки на ометаемую пропеллером

площадь.

Подставим полученное выражение для  $V_2$  в последнюю формулу для  $V_1$ :

$$V_1 = \frac{V_0 + V_2}{2} = \frac{V_0 + V_0 \sqrt{B+1}}{2} = \frac{V_0}{2} (1 + \sqrt{B+1}).$$

Из последних выражений для  $V_1$  и  $V_2$  получим следующие соотношения:

$$\frac{V_2}{V_0} = \sqrt{B+1}; \quad \frac{V_1}{V_0} = \frac{1}{2} (1 + \sqrt{B+1}).$$

Тогда КПД идеального пропеллера можно выразить в виде функции коэффициента нагрузки  $B$  (рис. 4.2):

$$\eta_i = \frac{V_0}{V_1} = \frac{2}{1 + \sqrt{B+1}}.$$

Идеальный КПД дает завышенные значения, никогда не реализуемые на практике. Это обусловлено тем, что мы учитываем затраты

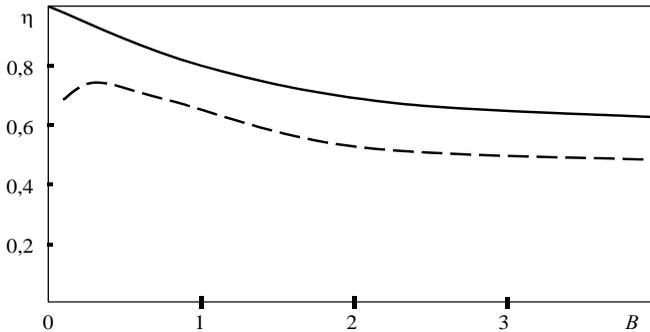


Рис. 4.2. Зависимости КПД от коэффициента нагрузки на ометаемую площадь:

(— идеальный пропеллер; ---- осреднение для семейства реальных винтов)

мощности, которые связаны только с созданием дополнительной осевой скорости  $\Delta V_1$ . В действительности существуют еще и другие источники потерь:

- кинетическая энергия вращения потока;
- профильное сопротивление лопастей;
- периодичность потока и потери тяги на концах лопастей, связанные с ее неравномерным распределением по диску.

Наиболее важными из перечисленных факторов обычно бывают профильные и концевые потери. При обычных условиях работы действительный КПД винта на 5...15 % ниже идеального.

На рис. 4.2 в качестве примера представлена обобщающая зависимость для семейства американских винтов серии  $F_2S_1A_1$ . Как видно из графиков, осредненная линия при не слишком малых значениях  $B$  (больше 0,5) проходит почти эквидистантно под кривой КПД идеального пропеллера на удалении приблизительно 0,15. Таким образом, можно принять, что для реального винта

$$\eta \approx \eta_i - 0,15.$$

Опыты показывают, что максимум КПД для хороших винтов обычно соответствует коэффициенту нагрузки  $B = 0,3...0,5$ .

### 4.3. ИДЕАЛЬНЫЙ КПД КАК ФУНКЦИЯ МОЩНОСТИ, СКОРОСТИ И ДИАМЕТРА

Рассмотрим, как зависит КПД от основных параметров идеального пропеллера несколько с иной точки зрения. Ранее было получено:

$$P = \rho V_1 S_1 \Delta V_2 = 2\rho(V_0 + \Delta V_1) S_1 \Delta V_1,$$

$$N = P V_1 = P(V_0 + \Delta V_1).$$

При работе пропеллера на месте и затрате той же мощности  $N$  эти формулы приобретут вид

$$P_0 = 2\rho S_1 \Delta V_{01}^2,$$

$$N = P_0 \Delta V_{01} = 2\rho S_1 \Delta V_{01}^3.$$

Здесь индекс «ноль» показывает, что  $P$  и  $\Delta V_1$  берутся для нулевой скорости набегающего потока ( $V_0 = 0$ ).

При заданной мощности  $N$  и диаметре  $d_B$  величины  $P_0$  и  $\Delta V_{01}$  всегда могут быть определены и приняты за основные характеристики пропеллера. Действительно, из предыдущих соотношений имеем

$$\Delta V_{01} = \sqrt[3]{\frac{N}{2\rho S_1}}; \quad P_0 = \sqrt[3]{2\rho S_1 N^2}.$$

Если учесть, что  $S_1 = \pi d_B^2 / 4$ , а мощность выражена в лошадиных силах (1 л.с. = 736 Вт), получим

$$P_0 = A \sqrt[3]{N^2 d_B^2};$$

$$\Delta V_{01} = C \sqrt[3]{\frac{N}{d_B^2}},$$

где коэффициенты  $A$  и  $C$  имеют следующий вид:

$$A = \sqrt[3]{\frac{\pi}{2} \rho 736^2} = 96,7 \sqrt[3]{\frac{\rho}{\rho_0}},$$

$$C = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 736}{\pi \rho}} = 7,26 \sqrt[3]{\frac{\rho_0}{\rho}}.$$

Величины  $P_0$  и  $\Delta V_{01}$  называются соответственно **характеристической тягой** и **характеристической скоростью подсосывания** пропеллера, работающего на месте. С ними будем сравнивать тягу и наведенную скорость при  $V_0 \neq 0$ . Чтобы в дальнейшем в формулы входили только отношения  $\frac{P}{P_0}$  и  $\frac{V_0}{\Delta V_{01}}$ , приравняем выражения для потребляемой мощности при значениях скорости  $V_0$  равных и не равных нулю,

$$N = P(V_0 + \Delta V_1) = P_0 \Delta V_{01}.$$

Тогда будем иметь

$$V_1 = V_0 + \Delta V_1 = \frac{P_0 \Delta V_{01}}{P},$$

$$\Delta V_1 = \frac{P_0 \Delta V_{01}}{P} - V_0.$$

С другой стороны, значения тяги при работе «на месте» и в движении со скоростью  $V_0$ :

$$P_0 = 2\rho \Delta V_{01}^2 S_1; \quad P = 2\rho (V_0 + \Delta V_1) \Delta V_1 S_1.$$

Найдем отношение тяг на двух режимах работы, при этом подставим в последнюю формулу выражения, полученные ранее для  $V_1$  и  $\Delta V_1$ :

$$\frac{P}{P_0} = \frac{(V_0 + \Delta V_1) \Delta V_1}{\Delta V_{01}^2} = \frac{\frac{P_0}{P} \Delta V_{01} \left( \frac{P_0}{P} \Delta V_{01} - V_0 \right)}{\Delta V_{01}^2} = \left( \frac{P_0}{P} \right)^2 - \frac{P_0}{P} \frac{V_0}{\Delta V_{01}}.$$

Отсюда следует, что

$$\left( \frac{P}{P_0} \right)^3 + \frac{P}{P_0} \frac{V_0}{\Delta V_{01}} - 1 = 0.$$

Введем обозначения  $\bar{P} = P/P_0$  и  $\bar{V} = V_0/\Delta V_{01}$  и преобразуем полученное уравнение к виду

$$\bar{P}^3 + \bar{V} \bar{P} - 1 = 0.$$

Из решения последнего уравнения получим величину  $\bar{P} = P/P_0$ , которую назовем относительной идеальной тягой. Используем формулу Кардана, при этом корень уравнения, имеющий физический смысл, найдется в виде

$$\bar{P} = \sqrt[3]{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \left(\frac{\bar{V}}{3}\right)^3}} - \sqrt[3]{\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} + \left(\frac{\bar{V}}{3}\right)^3}}.$$

Что касается КПД идеального пропеллера, то он будет равен

$$\eta = \frac{P V_0}{N} = \frac{P V_0}{P_0 \Delta V_{01}} = \bar{P} \bar{V}.$$

На рис. 4.3 приведены графики зависимости  $\bar{P}$  и  $\eta$  от  $\bar{V}$ .

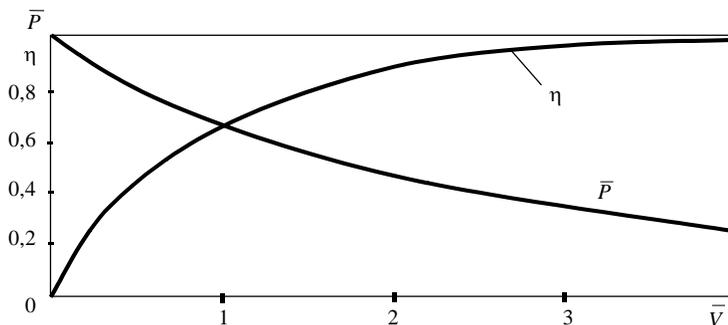


Рис. 4.3. Зависимости относительной тяги и КПД от относительной скорости

Из графиков видно, что пропеллер дает достаточно высокий идеальный КПД ( $\eta \approx 0,9$  и выше) при относительной скорости  $\bar{V}$  не меньше чем 2. В этом случае действительный КПД будет близок к 0,8, что практически является хорошим значением.

Относительная скорость  $\bar{V}$  будет тем больше, чем больше при заданной мощности будет диаметр винта  $d_b$ :

$$\bar{V} = \frac{V_0}{\Delta V_{01}} = \frac{V}{C} \sqrt[3]{\frac{d_b^2}{N}}.$$

Иногда для уменьшения диаметра увеличивают характеристическую скорость до  $\Delta V_{01} = 0,6V_0$ , т. е. уменьшают значение  $\bar{V}$  до 1,6. При этом идеальный КПД составляет  $\eta \approx 0,85$ , действительный — около 0,75. На быстроходных самолетах делают характеристическую скорость  $\Delta V_{01} < 0,5V_0$ . Хотя в этом случае идеальный КПД и выше 0,9, однако за счет увеличенного диаметра начинает играть большую роль профильное сопротивление лопастей, поэтому реальный КПД увеличится незначительно.

#### 4.4. ТЕОРИЯ ИДЕАЛЬНОГО ВИНТА

В теории идеального винта предполагается, что воздух является идеальной средой без вязкости. Считается, что в струе такого винта имеются вызванная им постоянная по сечению струи осевая скорость и изменяющаяся прямо пропорционально радиусу окружная скорость.

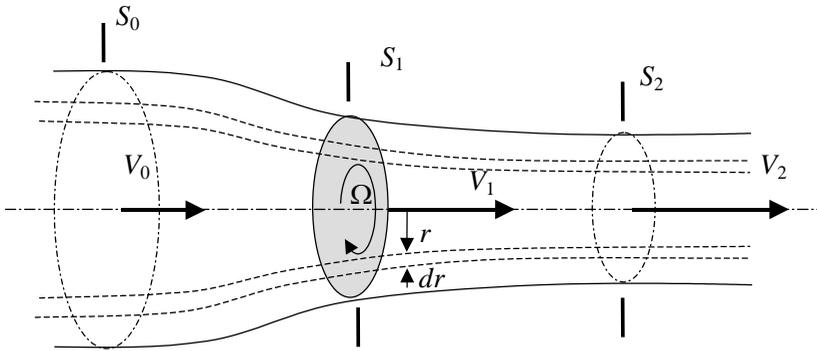


Рис. 4.4. Параметры в струе идеального винта

На рис. 4.4 показана струя идеального винта. Обозначим осевую скорость в струе далеко перед винтом (в сечении  $S_0$ ) – через  $V_0$ , в плоскости винта  $S_1$  – через  $V_1$  и далеко за винтом  $S_2$  – через  $V_2$ . Соответственно этому обозначим вызванную винтом угловую скорость вращения воздуха в плоскости винта через  $\omega_1$  и в струе далеко за винтом – через  $\omega_2$ . Сам винт вращается с угловой скоростью  $\Omega$ . По отношению к струе он вращается со скоростью  $(\Omega - \omega_1)$  в плоскости винта и со скоростью  $(\Omega - \omega_2)$  – в сечении струи далеко за винтом.

Выделим в струе на радиусе  $r$  кольцевой элемент толщиной  $dr$ . Осевая скорость между сечениями  $S_0$  и  $S_2$  изменяется под воздействием импульса силы, приложенной к массе воздуха в струе со стороны винта. Эта сила равна по модулю силе тяги сечений винта  $dP$ , проходящих через рассматриваемый кольцевой элемент струи, но направлена в противоположную сторону. Следовательно, можно записать, что элементарная сила тяги

$$dP = dm(V_2 - V_0) = dm\Delta V_2,$$

здесь  $dm$  – секундная масса воздуха, проходящая через кольцевой элемент струи винта;  $\Delta V_2$  – приращение осевой скорости в струе (скорость отбрасывания).

Полагая струю винта слабо сжатой ( $r \approx r_2$ ), найдем мощность, потребляемую кольцевым элементом струи идеального винта, которая

будет равна секундному изменению кинетической энергии воздуха в закрученной струе. Обозначим эту мощность через  $dN$ , тогда

$$\begin{aligned} dN &= dm \frac{V_2^2 - V_0^2 + \omega_2^2 r^2}{2} = dm \frac{(V_0 + \Delta V_2)^2 - V_0^2}{2} + dm \frac{\omega_2^2 r^2}{2} = \\ &= dm V_0 \Delta V_2 + dm \frac{\Delta V_2^2}{2} + dm \frac{\omega_2^2 r^2}{2}. \end{aligned}$$

Учитывая соотношение для элементарной тяги, полученное выше, перепишем выражение для мощности:

$$dN = dPV_0 + dm \frac{\Delta V_2^2}{2} + dm \frac{\omega_2^2 r^2}{2}.$$

В этом выражении первый член – это полезная мощность кольцевого элемента струи, связанная с поступательным перемещением винта со скоростью  $V_0$ , второй – потерянная мощность, затраченная на увеличение осевой скорости в струе. Ее нельзя превратить в полезную мощность, так как при  $\Delta V_2 = 0$  тяга также обращается в ноль. Третий член представляет собой элементарную мощность, затраченную на закрутку струи.

Элементарную мощность можно также записать через параметры в сечении винта:

$$dN = dM\Omega = dPV_1 + dM\omega_1,$$

здесь  $dM$  – элементарный момент вращения в сечении кольцевого элемента струи.

Сопоставим члены обоих выражений для мощности, которые связаны с приращением осевой скорости:

$$dPV_0 + dm \frac{\Delta V_2^2}{2} = dPV_0 + dP \frac{\Delta V_2}{2} = dPV_1 = dP(V_0 + \Delta V_1).$$

Отсюда получим  $\Delta V_1 = \frac{\Delta V_2}{2}$  или  $\Delta V_2 = 2\Delta V_1$ .

Этот результат ранее был нами получен в теории идеального пропеллера: «Скорость отбрасывания равна удвоенной скорости подсаживания».

Второй член правой части последнего выражения для мощности представляет элементарную мощность, затраченную на закрутку струи. Поэтому его можно приравнять соответствующему члену предыдущего выражения:

$$dM\omega_1 = dm \frac{\omega_2^2 r^2}{2} = dJ \frac{\omega_2^2}{2},$$

где  $dJ = dmr^2$  представляет собой момент инерции кольцевого элемента струи относительно оси. Согласно теореме о моменте количества движения *момент в струе винта равен секунднему приращению момента количества движения*, т. е.

$$dM = dm\omega_2 r^2 = dJ\omega_2.$$

Подставляя этот результат в предыдущее выражение, находим после сокращений

$$\omega_2 = 2\omega_1.$$

*Вызванная винтом угловая скорость в «горле» струи в два раза больше, чем в плоскости винта.*

Проинтегрируем выражение для элементарной мощности вдоль радиуса винта и получим, что

$$N = M\Omega = PV_1 + M\omega_1.$$

Из этого уравнения находим отношение тяги к моменту идеального винта:

$$\frac{P}{M} = \frac{\Omega - \omega_1}{V_1}.$$

#### **4.5. КОЭФФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ ИДЕАЛЬНОГО ВИНТА**

Под коэффициентом полезного действия идеального винта понимают отношение полезной (тяговой) мощности к затраченной:

$$\eta_{\text{ид}} = \frac{PV_0}{N} = \frac{PV_0}{M\Omega} = \frac{V_0}{V_1} \frac{\Omega - \omega_1}{\Omega}.$$

С учетом найденного соотношения между тягой и моментом получим:

$$\eta_{\text{ид}} = \frac{PV_0}{M\Omega} = \frac{V_0}{V_1} \frac{\Omega - \omega_1}{\Omega}.$$

Идеальный КПД меньше единицы ( $\eta_{\text{ид}} < 1$ ), так как всегда  $V_0 < V_1$ ,  $\Omega > (\Omega - \omega_1)$ . При работе винта «на месте» ( $V_0 = 0$ )  $\eta_{\text{ид}} = 0$ .

Первый множитель в выражении для КПД называют осевым КПД:

$$\eta_{\text{ос}} = \frac{V_0}{V_1}.$$

Он учитывает затраты на ускорение воздуха в струе и полностью совпадает с полученным ранее КПД идеального пропеллера. Для винта осевой КПД меняется в широких пределах – от 0 при  $V_0 = 0$  до 0,9...0,95 на высоких скоростях полета.

Второй множитель учитывает потери энергии, связанные с закручиванием струи; его называют окружным КПД:

$$\eta_{\text{окр}} = \frac{\Omega - \omega_1}{\Omega}.$$

Вклад потерь на закрутку струи в общий энергетический баланс винта обычно относительно невелик. Окружной КПД на малых скоростях полета обычно составляет 0,95...0,98. Лишь для винтов с большой нагрузкой на ометаемую площадь, для которых характерны большие частоты вращения и малые диаметры, эта величина может достигать 0,9...0,92. По мере роста скорости полета  $V_0$  окружной КПД несколько увеличивается.

С учетом этих обозначений КПД идеального винта записывается в виде

$$\eta_{\text{ид}} = \eta_{\text{ос}} \eta_{\text{окр}}.$$

КПД идеального винта всегда выше, чем у реального, так как он не учитывает затрат мощности на преодоление сопротивления трения лопастей винта, а также ряд других потерь, которые оцениваются дополнительным множителем, называемым **профильным КПД**  $\eta_{\text{проф}}$ :

$$\eta = \eta_{\text{ид}} \eta_{\text{проф}} = \eta_{\text{ос}} \eta_{\text{окр}} \eta_{\text{проф}}.$$

На расчетном режиме профильный КПД может достигать 0,9...0,92.

#### 4.6. СКОРОСТИ В СТРУЕ ИДЕАЛЬНОГО ВИНТА

В теории идеального винта не присутствует его геометрия. Поэтому данную теорию нельзя использовать для конструирования винта. Однако она позволяет достаточно точно определять скорости в струе винта, что оказывается весьма полезным при определении влияния обдува от винта на подъемную силу и сопротивление крыла, при расчете обдува винтом радиаторов и в ряде других задач. Учитывая практическую потребность этого, получим расчетные формулы для скоростей.

Сначала проинтегрируем вдоль радиуса выражение для элементарного момента количества движения:

$$dM = dJ\omega_2 \Rightarrow M = J\omega_2 = 2J\omega_1.$$

Подставим полученную формулу для момента в уравнение для мощности, потребляемой винтом:

$$N = M\Omega = 2J_1\omega_1\Omega = PV_1 + 2J\omega_1^2.$$

Момент инерции относительно оси вращения массы воздуха, проходящей через диск винта в единицу времени, определяем, интегрируя вдоль радиуса выражение для  $dJ = dmr^2$  и учитывая при этом, что  $dm = 2\pi r dr V_1$ :

$$J = \int_0^{r_B} r^2 dm = 2\pi\rho V \int_0^{r_B} r^3 dr = \frac{\pi}{2}\rho V_1 r_B^4.$$

Подставим это значение в предыдущее выражение; получим после очевидных сокращений

$$P = \frac{2J\omega_1(\Omega - \omega_1)}{V_1} = \pi\rho\omega_1 r_B^4 (\Omega - \omega_1),$$

или

$$\omega_1^2 - \Omega\omega_1 + \frac{P}{\pi\rho r_B^4} = 0.$$

Отсюда получаем выражение для угловой скорости вращения струи в плоскости винта:

$$\omega_1 = \frac{\Omega}{2} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{4P}{\pi\rho r_B^4 \Omega^2}} \right).$$

Если выразить тягу винта через мощность  $\left(P = \frac{N\eta_{\text{ид}}}{V_0}\right)$ , то

$$\omega_1 = \frac{\Omega}{2} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{4N\eta_{\text{ид}}}{\pi\rho r_{\text{в}}^4 \Omega^2 V_0}} \right).$$

Окружная скорость в сечении винта записывается через угловую скорость как  $\Delta U_1 = \omega_1 r$ .

Для нахождения вызванных винтом осевых скоростей проинтегрируем выражение для элементарной тяги :

$$dP = dm\Delta V_2 \Rightarrow P = m\Delta V_2 = 2m\Delta V_1.$$

Учитывая, что  $m = \rho V_1 S_1$  – секундная масса, протекающая через диск винта, имеем

$$P = \rho V_1 S_1 2\Delta V_1 = 2\rho V_1 \Delta V_1 \frac{\pi d_{\text{в}}^2}{4} = \frac{\pi}{2} \rho \Delta V_1 d_{\text{в}}^2 (V_0 + \Delta V_1).$$

Сравнивая далее правые части выражений для тяги, получаем

$$\frac{\pi}{2} \rho \Delta V_1 d_{\text{в}}^2 (V_0 + \Delta V_1) = \pi \rho \omega_1 r_{\text{в}}^4 (\Omega - \omega_1).$$

После необходимых сокращений получаем связь между приращением осевой скорости  $\Delta V_1$  и угловой скоростью  $\omega_1$  в плоскости вращения винта:

$$\Delta V_1^2 + V_0 \Delta V_1 - \omega_1 (\Omega - \omega_1) \frac{d_{\text{в}}^2}{8} = 0,$$

$$\Delta V_1 = -\frac{V_0}{2} \pm \sqrt{\frac{V_0^2}{4} + \omega_1 (\Omega - \omega_1) \frac{d_{\text{в}}^2}{8}}.$$

Перед радикалом выбирается знак «+», так как на режиме работы тянущего винта  $\Delta V_1 > 0$ .

Получив величины  $\Delta V_1$  и  $\omega_1$ , находим скорости  $\Delta V_2 = 2\Delta V_1$  и  $\omega_2 = 2\omega_1$ . Окружная скорость найдется, как  $\Delta U_2 = \omega_2 r$ .

Таким образом, выведенные формулы позволяют определить осевую и окружную составляющие скорости в плоскости вращения и в «горле» струи, если заданы мощность и КПД идеального винта, его диаметр и угловая скорость.

#### 4.7. ИДЕАЛЬНЫЙ ВИНТ, РАБОТАЮЩИЙ НА МЕСТЕ

Перед винтом воздух движется по направлению к нему со скоростью, возрастающей от нуля ( $V_0 = 0$ ) до скорости  $V_1$  в плоскости винта  $S_1$ . В струе за диском винта частицы воздуха приобретают окружную скорость, направленную в сторону вращения винта. Окружная и осевая скорости возрастают по мере удаления от винта до сечения  $S_2$  струи.

Угловые скорости вращения струи в сечениях  $S_1$  и  $S_2$  определяются по формулам предыдущего раздела, в которые подставляется значение тяги винта, работающего на месте. Осевая скорость в сечении струи  $S_1$  равна приращению скорости  $\Delta V_1$  и записывается в виде

$$V_1 = \Delta V_1 = \frac{d_{\text{в}}}{2} \sqrt{\frac{\omega_1}{2} (\Omega - \omega_1)} .$$

Осевая скорость в плоскости горла струи  $S_2$  равна приращению скорости в этом сечении и в два раза превышает значение скорости  $V_1$ :

$$V_2 = \Delta V_2 = 2\Delta V_1 .$$

С помощью записанной ранее формулы для КПД винта невозможно определить степень его совершенства при работе на месте, так как при  $V_0 = 0$   $\eta = 0$ . Поэтому для данного случая вводят понятие **относительного коэффициента полезного действия**  $\eta_0$ . Он равен отношению **индуктивной мощности**, необходимой для создания кинетической энергии в отброшенной струе без учета потерь на закручивание струи  $N_i$ , ко всей мощности, потребляемой винтом  $N$ :

$$\eta_0 = \frac{N_i}{N} .$$

Согласно сделанному определению, мощность может быть записана в виде

$$N_i = \frac{mV_2^2}{2} .$$

Учитывая равенство  $V_2 = \Delta V_2$ , можно записать тягу винта, работающего на месте, в виде

$$P = m\Delta V_2 = mV_2 = 2mV_1 = 2\rho S_1 V_1^2,$$

откуда  $V_1 = \sqrt{\frac{P}{2\rho S_1}}$ .

С учетом этого перепишем выражение для индуктивной мощности:

$$N_i = \frac{mV_2^2}{2} = \frac{PV_2}{2} = PV_1 = \sqrt{\frac{P^3}{2\rho S_1}}$$

Подставим в выражение для относительного КПД; получим, что

$$\eta_0 = \frac{\sqrt{\frac{P^3}{2\rho S_1}}}{N}.$$

Заменим далее тягу и мощность выражениями через соответствующие коэффициенты, а площадь – ее выражением через диаметр винта. В результате получим значение КПД винта, работающего на месте, записанное через коэффициенты тяги и мощности:

$$\eta_0 = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\alpha^{-3/2}}{\beta} \approx 0,8 \frac{\alpha^{-3/2}}{\beta}.$$

Для хорошо спроектированных винтов КПД достигает значений  $\eta_0 \approx 0,65 \dots 0,75$ .

#### 4.8. ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ ПО ТЕОРИЯМ ИДЕАЛЬНОГО ПРОПЕЛЛЕРА И ВИНТА

Как видно из материала данной главы, указанные теории основываются на приложении общих теорем механики к струе, создаваемой пропеллером или винтом. В результате их использования устанавливается связь между развиваемой тягой и потребляемой мощностью, с одной стороны, и наведенными идеальным пропеллером или винтом скоростями в струе – с другой. В этих теориях мы не получаем связи между

конструкцией движителя и вызываемым им потоком. При определении пропеллера мы не определяли даже, каким образом пропеллер гонит воздух через свой диск, в теории идеального винта – не устанавливаем, как возникает вращение струи. Поэтому конструировать по этим теориям воздушный винт нельзя; эти теории могут дать лишь общие соображения о струе, создаваемой винтом.

Среда, в которой работает идеальный пропеллер или винт, – невязкая и несжимаемая. Недоучет этих факторов приводит, с одной стороны, к тому, что КПД реального винта будет всегда ниже, чем идеального. С другой стороны, вызванные винтом скорости в реальном потоке будут отличаться от тех величин, которые мы определили в идеальном случае. Однако, как показывают эксперименты и расчеты по более точным теориям, разница эта не очень велика, и во многих случаях ею можно пренебречь.

По теориям идеального пропеллера и винта можно вычислить, например, следующее:

- предельные для данного режима значения осевого и окружного КПД;

- осевые скорости в плоскости винта и за ним;

- окружные скорости в плоскости винта и за ним.

Знание последних величин дает возможность, например, исследовать взаимное влияние струи винта и элементов планера (крыла или оперения), обдувку радиаторов и решать ряд других задач практического характера.

Кроме перечисленного выше, необходимо отметить, что основные результаты теорий идеального пропеллера и винта широко используются в более сложных аэродинамических теориях воздушного винта.

## **Глава 5. ТЕОРИЯ ВИНТА САБИНИНА–ЮРЬЕВА**

### **5.1. УРАВНЕНИЕ СВЯЗИ**

В теории Сабинина–Юрьева используется гипотеза плоских сечений, но рассматривается более сложная и точная схема обтекания профилей винта, чем в теории изолированного элемента лопасти.

Кроме того, в ней используются основные результаты теории идеального винта.

Для винта, вращающегося с угловой скоростью  $\Omega$ , рассмотрим обтекание элемента лопасти, расположенного на радиусе  $r$  (рис. 5.1).

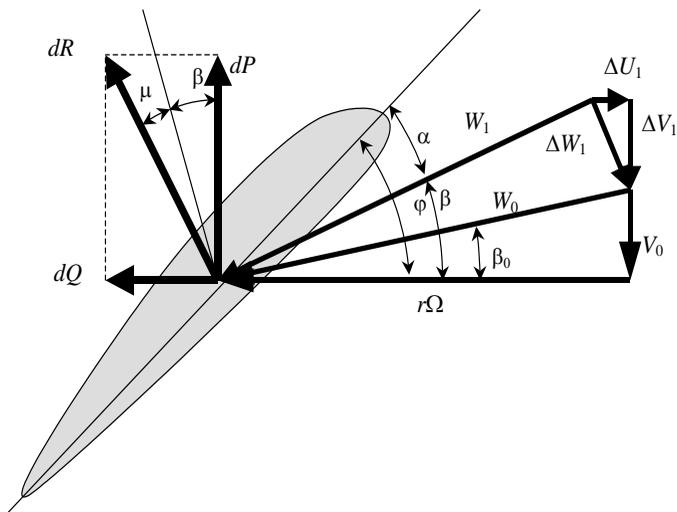


Рис. 5.1. Схема обтекания элемента лопасти по теории Сабинина–Юрьева

Как видно из схемы, кроме скоростей  $V_0$  и  $U_0$  скоростной многоугольник включает в себя вызванные самим винтом в потоке осевую  $\Delta V_1$  и окружную скорости  $\Delta U_1$ . Согласно теории идеального винта, вызванные скорости в плоскости вращения будут в два раза меньше вызванных скоростей в удаленном сечении:

$$\Delta V_1 = \frac{\Delta V_2}{2}, \quad \Delta U_1 = \frac{\Delta U_2}{2}.$$

Отсюда следует, что и результирующая вызванная скорость  $\Delta W_2$  в сечении струи  $S_2$  будет в два раза больше, чем в сечении  $S_1$ .

$$\overline{\Delta W_2} = \overline{\Delta V_2} + \overline{\Delta U_2} = 2\overline{\Delta W_1}.$$

Напомним, что появление этой скорости происходит под воздействием силы, приложенной со стороны  $i$  лопастей винта к секундной массе

воздуха  $dm$ , проходящей через кольцевой элемент струи шириной  $dr$ , в котором вращается рассматриваемое сечение лопасти. Полная аэродинамическая сила, приложенная к элементу одной лопасти  $dR$ , будет равна по модулю этой силе, деленной на число лопастей  $i$ , и направлена в противоположную сторону по отношению к вектору скорости  $\Delta W_2$ :

$$dR = \frac{dm}{i} \Delta W_2 = 2 \frac{dm}{i} \Delta W_1 .$$

Вектор полной аэродинамической силы отклонен от направления оси вращения винта на угол  $(\beta + \mu)$ , где, в свою очередь, угол  $\mu$  равен обратному аэродинамическому качеству. Отметим также, что в отличие от  $\alpha_0$  и  $\beta_0$  на рис. 2.1 здесь углы  $\alpha$  и  $\beta$  – это истинные значения углов атаки и притекания струй.

Подставим вместо секундной массы ее выражение  $dm = 2\pi r dr \rho V_1$  и перепишем предыдущее соотношение в виде  $dR = 4\pi r V_1 \Delta W_1 r dr$ .

С другой стороны, силу  $dR$  можно записать через коэффициент полной аэродинамической силы:

$$dR = C_R \frac{\rho W_1^2}{2} b dr .$$

Коэффициент  $C_R$  берется для крыла бесконечного размаха, так как скорость  $W_1$  получена с учетом индуктивных (вызванных) скоростей и направлена под истинным углом атаки.

Приравниваем правые части двух выражений для элементарной полной аэродинамической силы  $dR$ , откуда после необходимых сокращений приходим к уравнению связи теории Сабинина–Юрьева:

$$\frac{V_1 \Delta W_1}{W_1^2} = C_R \frac{ib}{8\pi r} .$$

Данное уравнение связывает геометрические и аэродинамические параметры элемента лопасти с компонентами скоростного многоугольника.

## 5.2. ПОВЕРОЧНЫЙ РАСЧЕТ ВИНТА

Теория Сабинина–Юрьева позволяет проводить поверочный расчет винта заданной формы, вращающегося с оборотами  $n$  и движущегося со скоростью  $V_0$ , т. е. определять тягу, мощность, момент, КПД винта и величину скоростей в его струе.

Пусть дан чертеж винта, и в любом сечении, проведенном на расстоянии  $r$  от оси, известны хорда  $b$ , угол установки  $\varphi$ , форма профиля. Для каждого профиля известны аэродинамические характеристики  $C_R = f(\alpha)$  и  $\mu = f(\alpha)$  (рис. 5.2).

Решение проводим для ряда значений радиуса  $r$  в следующем порядке.

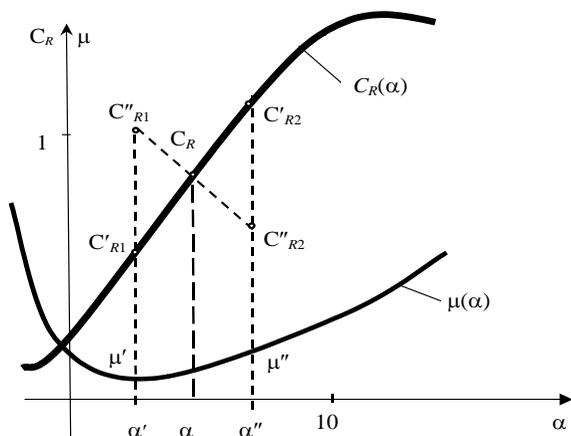


Рис. 5.2. Аэродинамические характеристики профиля сечения лопасти

- Сначала произвольно задаемся первым приближением угла  $\alpha'$  и находим по графикам  $C_R = f(\alpha)$  и  $\mu = f(\alpha)$  соответствующие значения  $C'_{R1}$  и  $\mu'$ .

- Строим скоростной многоугольник (рис. 5.3), аналогично рис. 5.1. Для этого, откладывая в некотором масштабе отрезки  $r\Omega$  и  $V_0$  из точки  $O$ , получаем точки  $A$  и  $B$ . Затем для заданных углов  $\varphi$  и  $\alpha'$  из точки  $O$  проводим прямую в направлении скорости  $W_1$ , а из точки  $B$  под углом  $(\beta + \mu') = (\varphi - \alpha' + \mu')$  проводим прямую в направлении ско-

рости  $\Delta W_1$ . Точка пересечения этих прямых В определит величину векторов скоростей  $W_1'$  и  $\Delta W_1'$ . Проектируя  $W_1'$  на ось вращения винта, получаем величину осевой скорости  $V_1$  как длину отрезка ДА.

- Далее из уравнения связи находим новое значение коэффициента  $C_{R1}''$  и откладываем его на графике, как показано на рис. 5.2.
- После этого задаемся новым значением угла атаки  $\alpha''$  и повторяем все перечисленные операции. В результате находим новое значение  $C_{R2}''$  и откладываем его на графике.
- Затем соединяем  $C_{R1}''$  и  $C_{R2}''$  прямой линией, которая пересечет кривую  $C_R = f(\alpha)$ . Точка пересечения дает истинное значение коэффициента  $C_R$  и угла атаки  $\alpha$ . Для этого угла атаки находим истинное значение обратного аэродинамического качества  $\mu$  и вновь повторяем все операции по построению многоугольника скоростей. В процессе этой работы находятся истинные значения скоростей и угол  $\beta$ . Расчет повторяется для всех сечений лопасти винта.

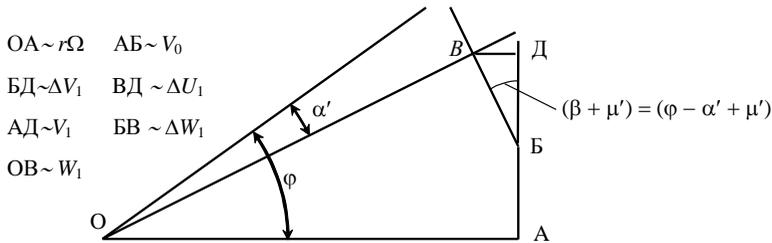


Рис. 5.3. Схема скоростного многоугольника

- В заключение находятся тяга, мощность и момент винта по формулам:

$$P = \frac{i\rho}{2} \int_{r_{BT}}^{r_B} C_R \cos(\beta + \mu) W_1^2 b dr ,$$

$$M = \frac{i\rho}{2} \int_{r_{BT}}^{r_B} C_R \sin(\beta + \mu) W_1^2 b r dr ,$$

$$N = \frac{i\rho\Omega}{2} \int_{r_{вт}}^{r_{в}} C_R \sin(\beta + \mu) W_1^2 b r dr .$$

Интегралы вычисляются численно или графически. Зная  $P$ ,  $V_0$  и  $N$ , по известной формуле можно вычислить КПД винта. Описанный метод позволяет проводить расчет при любых значениях углов атаки сечений винта, включая закритические.

## **Глава 6. ВИХРЕВАЯ ТЕОРИЯ ВИНТА Н.Е. ЖУКОВСКОГО**

### **6.1. ВИХРЕВАЯ СХЕМА ВИНТА Н.Е. ЖУКОВСКОГО**

Вихревую систему лопасти винта можно представить по аналогии с вихревой системой крыла при помощи несущего присоединенного вихревого жгута, проходящего вдоль лопасти, и сходящей с задней кромки вихревой пелены, состоящей из свободных вихревых нитей (рис. 6.1). Циркуляция скорости вдоль присоединенного вихревого жгута изменяется из-за того, что отходящие от него свободные вихревые нити уносят свою циркуляцию скорости  $\Delta\Gamma$ .

В силу вращательного движения винта свободные вихри будут навиваться на поверхности тока, которые для сильнонагруженного винта из-за сжатия струи имеют сложную форму, показанную на рис. 6.2.

Исследователю, наблюдающему за вращением вихревой системы, будет казаться, что в струе образовались поверхности, сотканые из вихревых нитей. В плоскости вращения винта эти поверхности замыкаются вихревым донышком, образованным вращающимся вихревым жгутом.

Н.Е. Жуковский предложил действие вращающегося винта на поток заменить воздействием на него вихревой системы, состоящей из вихревого донышка и набора замкнутых цилиндрических вихревых слоев. В отличие от реального винта такой винт называют дисковым. В теории рассматриваются скорости в абсолютном движении. Эти скоро-

сти усредняются по окружности, оставаясь функциями радиальной координаты. Наиболее полно Н.Е. Жуковский изучил вихревую систему

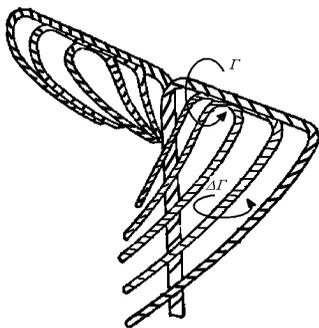


Рис. 6.1. Вихревая система винта

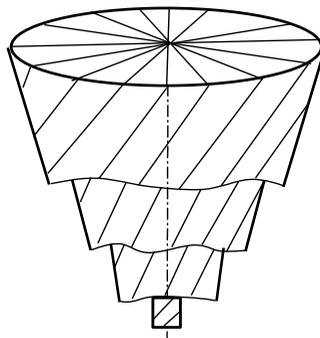


Рис. 6.2. Схема вихревой системы винта

винта с постоянной вдоль радиуса циркуляцией скорости, состоящую из вихревого доньшка, одной вихревой цилиндрической поверхности и центрального вихревого жгута (рис. 6.3). Такой винт назвали **винтом НЕЖ** (по инициалам Н.Е. Жуковского). Эта вихревая схема не учитывает сжатия струи, поэтому она достаточно точно моделирует работу слабонагруженных винтов.

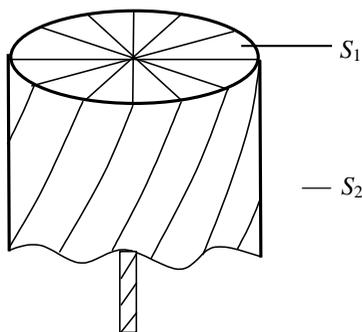
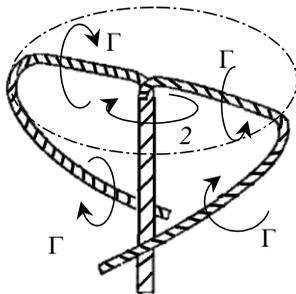


Рис. 6.3. Вихревая система винта Жуковского и ее схема

Рассмотренные вихревые системы индуцируют дополнительные скорости. Поэтому задача теории – выразить их через циркуляцию

скорости, связать циркуляцию скорости с конструктивными параметрами лопасти, а также тягой и мощностью винта.

## 6.2. СКОРОСТИ В СТРУЕ ВИНТА

В общем случае циркуляция скорости дискового винта является переменной вдоль радиуса величиной (см. рис. 6.1). В сечении далеко за винтом ( $S_2$ ) в соответствии с определением она может быть подсчитана по контуру какой-либо промежуточной поверхности тока в струе как произведение длины окружности на усредненную по длине окружности окружную скорость:  $\Gamma_{\text{вихр}} = 2\pi r_2 \Delta U_2$ .

Поскольку дисковый винт моделирует работу реального  $i$  – лопастного винта, у которого циркуляция скорости каждой лопасти равна  $\Gamma$ , в качестве  $\Gamma_{\text{вихр}}$  следует брать величину суммарной циркуляции всех лопастей:  $\Gamma_{\text{вихр}} = i\Gamma$ .

Приравнивая правые части и разрешая результат относительно  $\Delta U_2$ , получаем выражение для осредненной окружной скорости в сечении:

$$\Delta U_2 = \frac{i\Gamma}{2\pi r_2}.$$

Для слабонагруженного винта поверхности тока имеют цилиндрическую форму ( $r_2 = r$ ), поэтому и окружная скорость в сечении  $S_2$  будет выражаться аналогичной формулой

$$\Delta U_2 = \frac{i\Gamma}{2\pi r}.$$

Так же как в теории идеального винта, окружная скорость в плоскости вращения  $S_1$  будет в два раза меньше, чем скорость в плоскости  $S_2$ , и равна

$$\Delta U_1 = \frac{i\Gamma}{4\pi r}.$$

Причиной этого, как следует из формулы Био–Савара, является то, что индуктивная скорость в плоскости  $S_1$  вызывается полубесконечными свободными вихрями, начинающимися на вихревом доньшке, а в плоскости  $S_2$  индуктивные скорости вызываются вихрями, простирающимися по обе стороны от этой плоскости. По этой причине осевая

индуктивная скорость  $\Delta V_1$  в плоскости  $S_1$  также будет в два раза меньше осевой индуктивной скорости в плоскости  $S_2$ :  $\Delta V_2 = 2\Delta V_1$ .

Во вращающейся струе на частицы воздуха действуют центробежные силы, направленные от центра к периферии. В результате давление в струе получается ниже, чем давление снаружи. Для того чтобы найти связь между давлением  $p_0$  и циркуляцией скорости, выделим в сечении  $S_2$  элементарный объем воздуха (рис. 6.4). Вдоль радиуса он имеет протяженность  $dr$ . Площадь его основания перпендикулярна радиусу и равна  $df$ . Слева на выделенный объем действует сила давления  $p_2 df$ , а справа навстречу ей – сила  $(p_2 + dp) df$ .

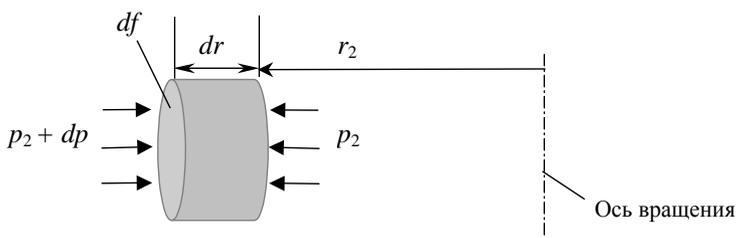


Рис. 6.4. Равновесие элементарного объема воздуха в струе винта

Условие равновесия сил, действующих на массу воздуха внутри выделенного объема в направлении радиуса, запишется как равенство центробежных сил и сил давления:  $\sum P_{\text{давл}} = P_{\text{инерц}}$ .

$$[(p_2 + dp) - p_2] df = dm \frac{\Delta U_2^2}{r_2} = \rho df dr_2 \frac{\Delta U_2^2}{r_2}.$$

После сокращений получаем выражение

$$dp_2 = \rho \frac{\Delta U_2^2}{r_2} dr_2.$$

Подставим в него выражение  $\Delta U_2$  через циркуляцию скорости и затем проинтегрируем в пределах от  $r_2$  до  $R_2$ :

$$p_2 = p_0 - \rho \int_{r_2}^{R_2} \frac{\left(\frac{i\Gamma}{2\pi}\right)^2}{r^3} dr,$$

где  $p_0$  – статическое давление невозмущенного потока.

Для слабонагруженного винта  $r_2 = r$ ,  $R_2 = r_b$  и формула принимает вид

$$p_2 = p_0 - \rho \int_r^{r_b} \frac{\left(\frac{i\Gamma}{2\pi}\right)^2}{r^3} dr.$$

Далее найдем связь осевой скорости в сечении  $S_2$  с циркуляцией. Для этого запишем уравнение Бернулли для элементарной кольцевой струйки в сечениях  $S_0$  (невозмущенный поток) и  $S_2$  («горло» струи). Все члены уравнения отнесем к единице массы:

$$\frac{V_0^2}{2} + \frac{p_0}{\rho} = \frac{V_2^2 + \Delta U_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} - \zeta.$$

Здесь  $\zeta$  – удельные потери энергии. Знак «минус» указывает на то, что в нашем случае струйка в сечении не отдала, а получила энергию от винта:

$$\zeta = \frac{dN}{dm} = \frac{\Omega dM}{dm}.$$

Момент вращения  $dM$ , приложенный к сечению кольцевой струйки шириной  $dr$ , будет равен секунднему изменению момента количества движения:  $dM = dm\Delta U_2 r_2$ . Тогда удельные потери примут вид

$$\zeta = \frac{\Delta U_2 r_2 \Omega dm}{dm} = \Delta U_2 r_2 \Omega.$$

Подставим это значение в уравнение Бернулли. Одновременно распишем в нем квадрат скорости и подставим выражение для давления. В результате получим соотношение

$$\frac{V_0^2}{2} + \frac{p_0}{\rho} = \frac{V_0^2 + 2V_0\Delta V_2 + \Delta V_2^2}{2} + \frac{\Delta U_2^2}{2} + \frac{p_0}{\rho} - \int_{r_2}^{R_2} \frac{\left(\frac{i\Gamma}{2\pi}\right)^2}{r_2^3} dr_2 - \Delta U_2 r_2 \Omega.$$

В случае слабонагруженного винта ( $r_2 = r$ ,  $R_2 = r_b$ ) это уравнение принимает более простой вид:

$$\Delta V_2 \left( V_0 + \frac{\Delta V_2}{2} \right) = \frac{i\Gamma}{2\pi r} \left( \Omega r - \frac{i\Gamma}{4\pi r} \right) + \int_r^{r_b} \frac{\left(\frac{i\Gamma}{2\pi}\right)^2}{r^3} dr.$$

Это уравнение позволит при заданном законе  $\Gamma = f(r)$  найти приращение осевой скорости  $\Delta V_2$ , а затем и осевую скорость  $V_2 = V_0 + \Delta V_2$ .

Для винта НЕЖ при  $\Gamma = \text{const}$  интеграл в правой части уравнения легко вычисляется:

$$\int_r^{r_b} \frac{\left(\frac{i\Gamma}{2\pi}\right)^2}{r^3} dr = \left(\frac{i\Gamma}{2\pi}\right)^2 \left[ -\frac{1}{2r^2} \right]_r^{r_b} = \left(\frac{i\Gamma}{2\pi}\right)^2 \left[ -\frac{1}{2r_b^2} + \frac{1}{2r^2} \right].$$

В результате правая часть принимает вид

$$\begin{aligned} & \frac{i\Gamma}{2\pi r} \left( \Omega r - \frac{i\Gamma}{4\pi r} \right) + \int_r^{r_b} \frac{\left(\frac{i\Gamma}{2\pi}\right)^2}{r^3} dr = \\ & = \frac{i\Gamma}{2\pi r} \Omega r - \left(\frac{i\Gamma}{2\pi}\right)^2 \frac{1}{2r^2} - \left(\frac{i\Gamma}{2\pi}\right)^2 \frac{1}{2r_b^2} + \left(\frac{i\Gamma}{2\pi}\right)^2 \frac{1}{2r^2} = \\ & = \frac{i\Gamma}{2\pi r_b} \left( \Omega r_b - \frac{i\Gamma}{4\pi r_b} \right). \end{aligned}$$

В итоге получаем квадратное уравнение относительно  $\Delta V_2$ :

$$\frac{\Delta V_2^2}{2} + V_0 \Delta V_2 - \frac{i\Gamma}{2\pi r_B} \left( \Omega r_B - \frac{i\Gamma}{4\pi r_B^2} \right) = 0.$$

Его корень будет

$$\Delta V_2 = -V_0 + \sqrt{V_0^2 + \frac{i\Gamma}{\pi r_B} \left( \Omega r_B - \frac{i\Gamma}{4\pi r_B^2} \right)}.$$

Перед радикалом сохраняется знак «плюс», так как при нормальной работе винта  $\Delta V_2 > 0$ . Из уравнения следует, что для винта НЕЖ приращение осевой скорости  $\Delta V_2$  и, следовательно, осевая скорость  $V_2$  не зависят от радиальной координаты  $r$ , т.е. осевая скорость постоянна по сечению струи.

### **6.3. СКОРОСТНОЙ МНОГОУГОЛЬНИК И СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА ЭЛЕМЕНТ ВИНТА**

Полученные в предыдущих параграфах формулы позволяют построить скоростной многоугольник в любом сечении лопасти винта, взятом на расстоянии  $r$  от оси вращения. В дальнейших рассуждениях винт считается слабонагруженным. Построение выполняется в следующей очередности (рис. 6.5).

Сначала, откладывая скорости  $\Omega r$  и  $V_0$ , находим точки А и Б так, как показано на схеме. Затем находим приращение осевой скорости  $\Delta V_1$  как половину скорости  $\Delta V_2$ . Откладывая ее, получаем точку В.

Определяем далее индуцированную окружную скорость  $\Delta U_1$ . Откладывая ее влево от точки В, получаем точку Д.

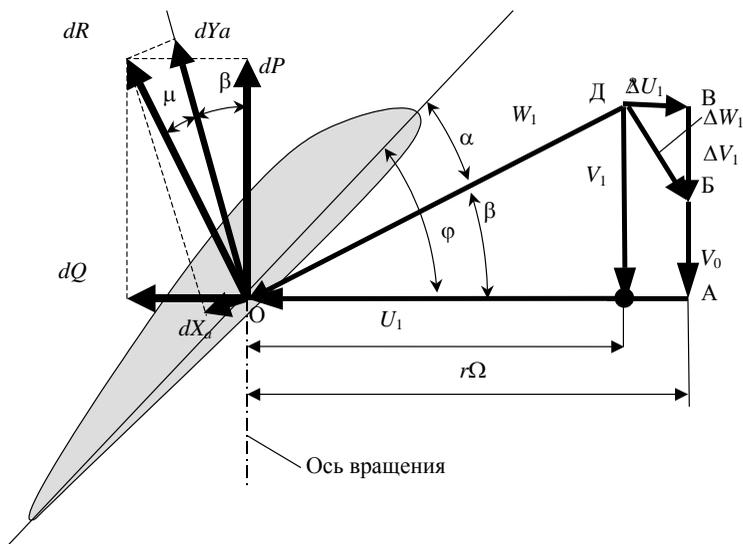


Рис. 6.5. Схема обтекания элемента лопасти по вихревой теории винта

Выполненные расчеты и построения позволяют определить скорости, а также углы притекания струй и углы атаки в соответствии с формулами

$$\Delta V_1 = \frac{\Delta V_2}{2}, \quad V_1 = V_0 + \Delta V_1, \quad U_1 = \Omega r - \Delta U_1 = \Omega r - \frac{i\Gamma}{4\pi r},$$

$$W_1 = \sqrt{V_1^2 + U_1^2}, \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{V_1}{U_1} \quad \alpha = \varphi - \beta.$$

По теореме Н.Е. Жуковского, на рассматриваемое сечение лопасти винта действует подъемная сила:

$$dY_a = \rho W_1 \Gamma dr.$$

Эта сила перпендикулярна к скорости  $W_1$ . Лобовое сопротивление определяется через подъемную силу и обратное аэродинамическое качество  $\mu = C_{xa} / C_{ya}$ :

$$dX_a = \mu dY_a = \mu \rho W_1 \Gamma dr.$$

Величину  $\mu$  следует брать для крыла бесконечного размаха, так как скорость  $W_1$  получена с учетом скоса потока и направлена под истинным углом атаки.

Проектируя подъемную силу и лобовое сопротивление, возникающие во всем кольцевом элементе струи и включающие  $i$  лопастей, на направления оси вращения винта и плоскость его вращения, получаем выражения для элементарной тяги  $dP$  и окружного усилия  $dQ$ :

$$dP = ip\Gamma(U_1 - \mu V_1)dr ,$$

$$dQ = ip\Gamma(V_1 + \mu U_1)dr ,$$

где  $V_1 = W_1 \sin \beta$ ;  $U_1 = W_1 \cos \beta$  – истинные осевая и окружная скорости.

Элементарная мощность записывается через окружное усилие:

$$dN = dQr\Omega = ip\Gamma(V_1 + \mu U_1)r\Omega dr .$$

#### 6.4. КОЭФФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ СЕЧЕНИЯ ВИНТА

Коэффициент полезного действия сечения винта записывается через выражения для тяги и мощности элемента лопасти:

$$\eta_r = \frac{V_0 dP}{dN} = \frac{V_0}{r\Omega} \frac{U_1 - \mu V_1}{V_1 + \mu U_1} = \frac{V_0}{V_1} \frac{U_1}{r\Omega} \frac{1 - \mu \frac{V_1}{U_1}}{1 + \mu \frac{U_1}{V_1}} = \eta_{oc} \eta_{окр} \eta_{проф} .$$

Первый и второй множители этого выражения так же, как в теории идеального винта, называют соответственно осевым КПД

$$\eta_{oc} = \frac{V_0}{V_1} = \frac{V_0}{V_0 + \Delta V_1} = \frac{V_0}{V_0 + \frac{\Delta V_2}{2}}$$

и окружным КПД

$$\eta_{окр} = \frac{U_1}{r\Omega} = \frac{r\Omega - \Delta U_1}{r\Omega} .$$

Третий множитель связан с профильным сопротивлением, входящим в величину обратного аэродинамического качества  $\mu$ . Поэтому его называют профильным КПД:

$$\eta_{\text{проф}} = \frac{1 - \mu \frac{V_1}{U_1}}{1 + \mu \frac{U_1}{V_1}} = \frac{1 - \mu \operatorname{tg} \beta}{1 + \mu \operatorname{ctg} \beta},$$

где согласно рис. 6.5  $\operatorname{tg} \beta = \frac{V_1}{U_1}$ .

Для винта НЕЖ скорость  $V_1$  не зависит от радикальной координаты  $r$ . Следовательно, не изменяется вдоль лопасти и  $\eta_{\text{ос}}$ . Два других КПД ( $\eta_{\text{окр}}$  и  $\eta_{\text{проф}}$ ) являются функциями координаты  $r$ . Осевой КПД оценивает потери мощности, затраченные на увеличение осевой скорости в струе за счет появления индуктивной скорости  $\Delta V_1 = \Delta V_2 / 2$ . Окружной КПД учитывает затраты мощности, идущие на закручивание струи и появление в ней окружных скоростей  $\Delta U_1 = \Delta U_2 / 2$ . Профильный КПД оценивает потери мощности на преодоление трения и сопротивления, связанного с другими эффектами вязкости. Этот коэффициент может быть оптимизирован так же, как это было сделано в разделе 2.3, где проводился упрощенный анализ без учета вызванных окружной и осевой скоростей в струе, т. е. при  $\beta = \beta_0$ . Вследствие этого имели место равенства  $\eta_{\text{ос}} = \eta_{\text{окр}} = 1$ .

## 6.5. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ ВИХРЕВОЙ ТЕОРИИ ВИНТА, ЗАПИСАННЫЕ В БЕЗРАЗМЕРНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЯХ

Весьма удобным для вычислительной работы является использование в уравнениях и формулах теории винта безразмерных (или **отвлеченных**) обозначений, предложенных в 1913 г. В.П. Ветчинкиным:

- Линейные размеры обезразмериваются по радиусу винта:

$$\bar{r} = \frac{r}{r_{\text{в}}}, \quad \bar{b} = \frac{b}{r_{\text{в}}}.$$

- Скорости обезразмериваются по окружной скорости на концах лопастей:

$$\bar{V} = \frac{V}{r_B \Omega}, \quad \Delta \bar{V} = \frac{\Delta V}{r_B \Omega}, \quad \Delta \bar{U} = \frac{\Delta U}{r_B \Omega}.$$

- Отвлеченная циркуляции скорости определится в виде

$$\bar{\Gamma} = \frac{i\Gamma}{4\pi r_B^2 \Omega}.$$

- Отвлеченные тяга, момент и мощность:

$$\bar{P} = \frac{P}{2\pi r_B^4 \Omega^2}, \quad \bar{M} = \frac{M}{2\pi r_B^5 \Omega^2}, \quad \bar{N} = \frac{N}{2\pi r_B^5 \Omega^3}.$$

Определим соотношение между отвлеченными моментом и мощностью:

$$\bar{N} = \frac{M\Omega}{2\pi r_B^5 \Omega^3} = \frac{M}{2\pi r_B^5 \Omega^2} \Rightarrow \bar{N} = \bar{M}.$$

Выразим в новых обозначениях относительную поступь винта:

$$\lambda = \frac{V_0}{n_c d_B} = \frac{\pi V_0}{\Omega r_B} \Rightarrow \lambda = \pi \bar{V}_0.$$

Найдем связи между безразмерной тягой и коэффициентом тяги,

$$\bar{\alpha} = \frac{P}{\rho n_c^2 d_B^4} = \frac{\bar{P} \pi r_B^4 \Omega^2}{\rho \left(\frac{\Omega}{2\pi}\right)^2 (2r_B)^4} = \frac{\pi^3}{2} \bar{P},$$

безразмерной мощностью и коэффициентом мощности:

$$\bar{\beta} = \frac{N}{\rho n_c^3 d_B^5} = \frac{\bar{N} \pi r_B^5 \Omega^3}{\rho \left(\frac{\Omega}{2\pi}\right)^3 (2r_B)^5} = \frac{\pi^4}{2} \bar{N}.$$

Запишем в безразмерных обозначениях выражения для окружной и осевой скоростей для винта НЕЖ ( $\bar{\Gamma} = \text{const}$ ):

$$\Delta \bar{U}_1 = \frac{\Delta U_1}{r_B \Omega} = \frac{i\Gamma}{4\pi r r_B \Omega} \frac{r_B}{r} = \frac{\bar{\Gamma}}{r},$$

$$\bar{U}_1 = \frac{U_1}{r_B \Omega} = \frac{r\Omega - \Delta U_1}{r_B \Omega} = \bar{r} - \frac{\bar{\Gamma}}{\bar{r}},$$

$$\Delta \bar{V}_1 = \frac{\Delta V_1}{r_B \Omega} = \frac{1}{r_B \Omega} \left( -\frac{V_0}{2} + \sqrt{\frac{V_0^2}{4} + \frac{i\Gamma}{4\pi r_B} \left( \Omega r - \frac{i\Gamma}{4\pi r_B} \right)} \right) =$$

$$= -\frac{\bar{V}_0}{2} + \sqrt{\frac{\bar{V}_0^2}{4} + \bar{\Gamma}(1 - \bar{\Gamma})}.$$

Последнюю формулу можно использовать из-за ее простоты и для расчета винтов с переменной циркуляцией скорости. В этом случае заметная погрешность возникает только при  $\bar{r} < 0,3$ . Эта часть винта играет малую роль в создании силы тяги, так как площадь, ометаемая ею, относительно невелика ( $< 10\%$ ). Кроме того, здесь располагаются втулка и кок винта.

Результирующая скорость набегающего на винт потока и угол притекания струй

$$\bar{W}_1 = \sqrt{\bar{V}_1^2 + \bar{U}_1^2}, \quad \text{tg } \beta = \frac{\bar{V}_1}{\bar{U}_1} = \frac{\bar{V}_0 + \Delta \bar{V}_1}{\bar{r} - \frac{\bar{\Gamma}}{\bar{r}}}.$$

Выражения для элементарной тяги, окружного усилия и мощности через циркуляцию скорости запишутся в безразмерных обозначениях следующим образом:

$$d\bar{P} = \frac{dP}{2\pi \rho r_B^4 \Omega^2} = \frac{i\rho \Gamma (U_1 - \mu V_1) dr}{2\pi \rho r_B^2 \Omega r_B} = 2\bar{\Gamma}(\bar{U}_1 - \mu \bar{V}_1) d\bar{r},$$

$$d\bar{Q} = \frac{dQ}{2\pi \rho r_B^4 \Omega^2} = \frac{i\rho \Gamma (V_1 + \mu U_1) dr}{2\pi \rho r_B^2 \Omega r_B} = 2\bar{\Gamma}(\bar{V}_1 + \mu \bar{U}_1) d\bar{r},$$

$$d\bar{N} = \frac{dN}{2\pi \rho r_B^5 \Omega^3} = \frac{dQ r \Omega}{2\pi \rho r_B^5 \Omega^3} = \frac{i\rho \Gamma (V_1 + \mu U_1) r \Omega dr}{2\pi \rho r_B^2 \Omega r_B \Omega r_B} = 2\bar{\Gamma}(\bar{V}_1 + \mu \bar{U}_1) \bar{r} d\bar{r}.$$

## 6.6. СИЛА ТЯГИ, МОЩНОСТЬ И КПД ВИНТА Н.Е. ЖУКОВСКОГО

Как отмечалось в разделе 6.2, для винта НЕЖ при  $\bar{\Gamma} = \text{const}$  осевая скорость  $\bar{V}_1$  также не зависит от радиальной координаты. Учитывая это и выразив в формулах для  $d\bar{P}$  и  $d\bar{N}$  окружную скорость  $\bar{V}_1$  через отвлеченную циркуляцию  $\bar{\Gamma}$ , проинтегрируем их в пределах от радиуса втулки  $\bar{r}_{\text{вТ}}$  (нерабочей части винта) до  $\bar{r} = 1$ , считая  $\mu = \text{const}$  вдоль радиуса. В результате получим выражения для тяги и мощности винта НЕЖ:

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \int_{\bar{r}_{\text{вТ}}}^1 d\bar{P} = \int_{\bar{r}_{\text{вТ}}}^1 2\bar{\Gamma}(\bar{U}_1 - \mu\bar{V}_1)d\bar{r} = 2\bar{\Gamma} \int_{\bar{r}_{\text{вТ}}}^1 \left( \bar{r} - \frac{\bar{\Gamma}}{\bar{r}} \right) - \mu\bar{V}_1 \, d\bar{r} = \\ &= 2\bar{\Gamma} \left[ \frac{\bar{r}^2}{2} - \bar{\Gamma} \ln \bar{r} - \mu\bar{V}_1 \bar{r} \right]_{\bar{r}_{\text{вТ}}}^1, \end{aligned}$$

$$\bar{P} = \bar{\Gamma} \left[ 1 - \bar{r}_{\text{вТ}}^2 + 2\bar{\Gamma} \ln \bar{r}_{\text{вТ}} - 2\mu\bar{V}_1 (1 - \bar{r}_{\text{вТ}}) \right],$$

$$\begin{aligned} \bar{N} &= \int_{\bar{r}_{\text{вТ}}}^1 d\bar{N} = \int_{\bar{r}_{\text{вТ}}}^1 2\bar{\Gamma}(\bar{V}_1 + \mu\bar{U}_1)\bar{r}d\bar{r} = 2\bar{\Gamma} \int_{\bar{r}_{\text{вТ}}}^1 \left( \bar{V}_1 \bar{r} + \mu \left( \bar{r} - \frac{\bar{\Gamma}}{\bar{r}} \right) \bar{r} \right) d\bar{r} = \\ &= 2\bar{\Gamma} \left[ \bar{V}_1 \frac{\bar{r}^2}{2} + \mu \frac{\bar{r}^3}{3} - \mu\bar{\Gamma} \right]_{\bar{r}_{\text{вТ}}}^1, \end{aligned}$$

$$\bar{N} = \bar{\Gamma} \left[ \bar{V}_1 (1 - \bar{r}_{\text{вТ}}^2) + \frac{2\mu}{3} (1 - \bar{r}_{\text{вТ}}^3) - 2\mu\bar{\Gamma} (1 - \bar{r}_{\text{вТ}}) \right].$$

КПД винта в отвлеченных обозначениях записывается в виде

$$\eta = \frac{\bar{P}\bar{V}_0}{\bar{N}}.$$

Подставим вместо  $\bar{P}$  и  $\bar{N}$  полученные выше выражения и одновременно умножим и разделим правую часть на  $\bar{V}_1$ . В результате будем иметь зависимость КПД от циркуляции скорости в виде

$$\eta = \frac{\bar{V}_0}{\bar{V}_1} \frac{\bar{V}_1 \left( 1 - \bar{r}_{\text{вт}}^2 + 2\bar{\Gamma} \ln \bar{r}_{\text{вт}} - 2\mu \bar{V}_1 (1 - \bar{r}_{\text{вт}}) \right)}{\left[ \bar{V}_1 \left( 1 - \bar{r}_{\text{вт}}^2 \right) + \frac{2\mu}{3} \left( 1 - \bar{r}_{\text{вт}}^3 \right) - 2\mu \bar{\Gamma} \left( 1 - \bar{r}_{\text{вт}} \right) \right]}.$$

Первый множитель этого выражения был назван осевым КПД:

$$\eta_{\text{ос}} = \frac{\bar{V}_0}{\bar{V}_1}.$$

Он учитывает потери мощности, связанные с увеличением осевой скорости в струе.

Положив во втором множителе  $\mu = 0$ , искусственно исключим из него потери мощности, расходуемые на преодоление трения при вращении винта. Оставшееся выражение будет учитывать только потери мощности на закручивание струи. Этот множитель называется окружным КПД:

$$\eta_{\text{окр}} = 1 + \frac{2\bar{\Gamma} \ln \bar{r}_{\text{вт}}}{1 - \bar{r}_{\text{вт}}^2}.$$

Остальные потери мощности, входящие в общее выражение для КПД, будут потерями на преодоление трения. КПД, учитывающий эти потери, называется профильным. С учетом предыдущих выражений он имеет вид

$$\eta_{\text{проф}} = \frac{\bar{V}_1 \left( 1 - \bar{r}_{\text{вт}}^2 + 2\bar{\Gamma} \ln \bar{r}_{\text{вт}} - 2\mu \bar{V}_1 (1 - \bar{r}_{\text{вт}}) \right) \left( 1 - \bar{r}_{\text{вт}}^2 \right)}{\left[ \bar{V}_1 \left( 1 - \bar{r}_{\text{вт}}^2 \right) + \frac{2\mu}{3} \left( 1 - \bar{r}_{\text{вт}}^3 \right) - 2\mu \bar{\Gamma} \left( 1 - \bar{r}_{\text{вт}} \right) \right] \left( 1 - \bar{r}_{\text{вт}}^2 + 2\bar{\Gamma} \ln \bar{r}_{\text{вт}} \right)}.$$

Полный КПД будет определяться как произведение

$$\eta = \eta_{\text{ос}} \eta_{\text{окр}} \eta_{\text{проф}}.$$

## Глава 7. РАСЧЕТ ВИНТОВ ПО ВИХРЕВОЙ ТЕОРИИ

### 7.1. ПОДБОР ЦИРКУЛЯЦИИ СКОРОСТИ ВИНТА НЕЖ

При расчете винта НЕЖ обычно бывают заданы мощность мотора  $N$ , число оборотов винта  $n$ , скорость полета  $V_0$ , плотность воздуха  $\rho$ , диаметр винта  $d_v$  и диаметр его втулки  $d_{вт}$ . Кроме того, задаются величиной обратного аэродинамического качества  $\mu$ , считая его постоянным вдоль лопасти винта. Необходимо найти величину циркуляции и связать ее с геометрическими параметрами сечений лопасти – хордой и углом установки. Решение проводится в следующем порядке.

1. Задаются рядом произвольных значений циркуляции  $\bar{\Gamma}_i$ . Обычно величина отвлеченной циркуляции колеблется в пределах от 0,003 до 0,007.

2. Для каждого из избранных значений  $\bar{\Gamma}_i$  по соответствующим формулам вычисляются скорость и отвлеченная мощность:

$$\bar{V}_{li} = \bar{V}_0 + \Delta\bar{V}_1 = \frac{\bar{V}_1}{2} + \sqrt{\frac{\bar{V}_0}{4} + \bar{\Gamma}_i(1 - \bar{\Gamma}_i)},$$
$$\bar{N}_i = \bar{\Gamma}_i \left[ \bar{V}_{li}(1 - \bar{r}_{вт}^2) + \frac{2\mu}{3}(1 - \bar{r}_{вт}^3) - 2\mu\bar{\Gamma}_i(1 - \bar{r}_{вт}) \right].$$

3. По найденным значениям мощности строят график  $\bar{N}_i = f(\bar{\Gamma}_i)$ , показанный на рис. 7.1. На оси ординат откладывают значение мощности мотора:

$$\bar{N}_m = \frac{N_m}{2\pi\rho r_b^5 \Omega^3},$$

где  $\Omega = 2\pi n$  – угловая частота вращения винта. Правильно подобранный винт должен поглощать всю мощность мотора. Поэтому циркуляция  $\bar{\Gamma}$  на рис. 7.1, соответствующая  $\bar{N}_m$ , будет искомой величиной.

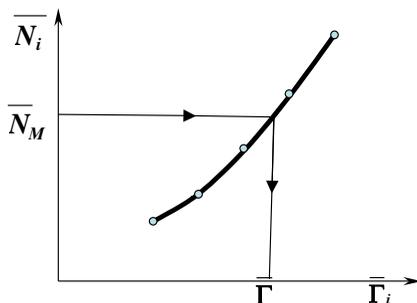


Рис. 7.1. Зависимость мощности от циркуляции скорости

4. Для найденного значения циркуляции скорости  $\bar{\Gamma}$  по соответствующим формулам рассчитывают безмерную тягу винта  $\bar{P}$  и его КПД  $\eta$ . Этот расчет выполняют несколько раз для различных значений  $\bar{d}_в$ ,  $\bar{d}_{вт}$ ,  $\mu$  с тем, чтобы выбрать наилучший винт. После этого можно переходить к его компоновке.

## 7.2. КОМПОНОВКА ВИНТА НЕЖ

Расчет проводится для ряда сечений лопасти винта с радиальными координатами  $\bar{r}_i$  в пределах от  $r_{вт}$  до 1. В этих сечениях подсчитываются значения скоростей  $\bar{U}_1$ ,  $\bar{W}_1$  и угла притекания струй  $\beta$  по соответствующим формулам. (Циркуляция  $\bar{\Gamma}$  и осевая скорость  $\bar{V}_1$  найдены в предыдущем разделе.) Затем подбирают формы сечений лопасти винта, которые обеспечивали бы при наивыгоднейшем угле атаки величину обратного качества  $\mu$ , использованную в расчетах. При этом должны быть учтены требования прочности лопасти, нагруженной распределенной инерционной и аэродинамической нагрузкой. Очевидно, что в сечениях у комля лопасти относительная толщина профилей должна быть больше, чем у концов.

По этой причине выбираемые значения углов атаки  $\alpha$ , коэффициентов подъемной силы  $C_{ya}$  в сечениях лопасти с разными радиусами  $\bar{r}_i$  могут различаться между собой. Указанные величины выбираются обычно по результатам экспериментальных аэродинамических исследова-

дований профилей. Такие данные обобщены и опубликованы в атласах аэродинамических характеристик профилей.

После того как подсчитан угол  $\beta$  и выбран угол  $\alpha$ , определяется угол установки сечений при выбранных значениях  $\bar{r}_i$ :

$$\varphi = \alpha + \beta.$$

Чтобы найти хорды этих сечений, используется уравнение связи, которое получается из выражений для подъемной силы, первое из которых записано в соответствии с теоремой Н.Е. Жуковского, а второе – через коэффициент подъемной силы:

$$Y_a = \rho W_1 \Gamma dr, \quad Y_a = C_{ya} \frac{\rho W_1^2}{2} b dr.$$

Приравнивая правые части этих выражений, найдем величину циркуляции:

$$\Gamma = C_{ya} \frac{W_1}{2} b.$$

Переходя к отвлеченным обозначениям, получаем уравнение связи

$$\bar{\Gamma} = \frac{i}{8\pi} C_{ya} \bar{b} \bar{W}_1.$$

Разрешая его относительно  $\bar{b}$  и подставляя для каждого  $\bar{r}_i$  найденные ранее значения  $\bar{\Gamma}$ ,  $C_{ya}$ ,  $\bar{W}_1$ , находим величину хорды каждого сечения.

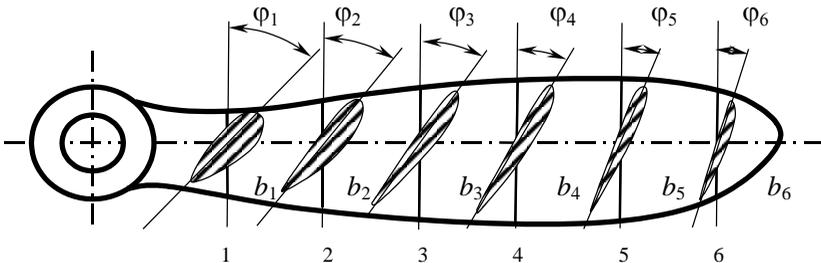


Рис. 7.2. Чертеж лопасти винта

Расчеты обычно сводят в таблицу. Данные этой таблицы позволяют вычертить лопасть винта, размещая при каждом значении  $r_i$  выбранный профиль с хордой  $b$  и углом установки  $\varphi$  (рис. 7.2). Из формулы видно, что при уменьшении скорости, наблюдаемом по направлению от конца лопасти к втулке, и уменьшении окружной скорости сильно увеличивается ширина лопасти. Чтобы этого избежать, приходится увеличивать углы атаки сечений лопасти около втулки и тем самым увеличивать коэффициент  $C_{ya}$ . При этом, как правило, растет также величина  $\mu$  и снижается КПД винта.

### 7.3. ПОВЕРОЧНЫЙ РАСЧЕТ ВИНТА

Вихревая теория Н.Е. Жуковского позволяет определять развиваемую тягу, потребляемую мощность, КПД и величину скоростей в его струе, если известна форма винта. Выше указывалось, что такой расчет называется поверочным.

Циркуляция скорости, за исключением винта НЕЖ на расчетном режиме, является переменной величиной вдоль лопасти. Поэтому циркуляцию скорости необходимо определять во всех сечениях при различных значениях координаты  $\bar{r}$ .

Перед началом расчета считаются заданными форма профилей во всех сечениях лопасти и, следовательно, зависимости  $\bar{b} = f(\bar{r})$ ,  $\varphi = f(\bar{r})$ . Известны также зависимости коэффициента подъемной силы и обратного аэродинамического качества от угла атаки:  $C_{ya} = f(\alpha)$ ,  $\mu = f(\alpha)$ .

Расчет проводится в следующем порядке.

1. Для выбранного значения  $\bar{r}$  задаемся произвольно рядом значений циркуляции скорости  $\bar{\Gamma}_i$ .
2. Для каждой  $\bar{\Gamma}_i$  вычисляются следующие величины:

$$\bar{V}_1 = \frac{\bar{V}_0}{2} + \sqrt{\frac{\bar{V}_0^2}{4} + \bar{\Gamma}_i(1 - \bar{\Gamma}_i)}, \quad \bar{U}_1 = \bar{r} - \frac{\bar{\Gamma}_i}{r},$$

$$\bar{W}_1 = \sqrt{\bar{V}_1^2 + \bar{U}_1^2}, \quad \beta = \arctg \frac{\bar{V}_1}{\bar{U}_1}, \quad \alpha = \varphi - \beta.$$

3. По найденному значению угла атаки и результатам аэродинамических испытаний профилей сечения лопасти винта определяются коэффициенты  $C_{ya}$  и  $\mu$ .

4. Из уравнения связи находится новое значение циркуляции:

$$\bar{\Gamma}'_i = \frac{i}{8\pi} C_{ya} \bar{b} \bar{W}_1.$$

5. Расчет по пунктам 1–4 повторяется несколько раз.

6. По результатам расчета строится график, показанный на рис. 7.3, на котором точками нанесены значения циркуляции скорости.

Вертикальные координаты каждой точки равны заданным значениям  $\bar{\Gamma}_i$ , а горизонтальные равны значениям  $\bar{\Gamma}'_i$ , полученным из уравнения связи. Точка пересечения кривой  $\bar{\Gamma}'_i = f(\bar{\Gamma}_i)$ , соединяющей эти точки с прямой, проведенной из начала координат под углом  $45^\circ$ , дает искомое значение циркуляции скорости  $\bar{\Gamma}$  для выбранного значения координаты  $\bar{r}$ .

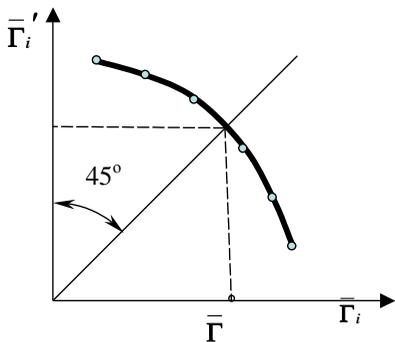


Рис. 7.3. Определение циркуляции скорости

В таком же порядке отыскиваются значения циркуляции скорости в других сечениях лопасти винта со своими радиальными координатами.

После этого для каждого сечения лопасти вновь отыскиваются значения скоростей  $\bar{V}_1, \bar{U}_1, \bar{W}_1$  и углов  $\alpha$  и  $\beta$ , соответствующих найденному закону изменения циркуляции скорости вдоль лопасти винта.

Далее по экспериментальным данным в каждом сечении лопасти находится величина  $\mu$  и рассчитываются производные по радиальной координате от тяги и мощности:

$$\frac{d\bar{P}}{dr} = 2\bar{\Gamma}(\bar{U}_1 - \mu\bar{V}_1), \quad \frac{d\bar{N}}{dr} = 2\bar{\Gamma}(\bar{V}_1 + \mu\bar{U}_1)r.$$

Интегрируя эти выражения в пределах от  $\bar{r}_{\text{вт}}$  до 1, определяют безразмерные тягу и мощность:

$$\bar{P} = \int_{\bar{r}_{\text{вт}}}^1 \left( \frac{d\bar{P}}{d\bar{r}} \right) d\bar{r}, \quad \bar{N} = \int_{\bar{r}_{\text{вт}}}^1 \left( \frac{d\bar{N}}{d\bar{r}} \right) d\bar{r}$$

и по этим значениям рассчитывают КПД винта:

$$\eta = \frac{\bar{P}\bar{V}_0}{\bar{N}}.$$

Если проделать расчеты для ряда значений отвлеченной скорости

$$\bar{V}_0 = \frac{\lambda}{\pi},$$

то можно построить график нормальных характеристик винта, аналогичный графику, показанному на рис. 3.1.

#### 7.4. ПОНЯТИЕ О НАИВЫГОДНЕЙШЕМ ВИНТЕ

Будем считать **наивыгоднейшим** такой винт, который при заданных скорости полета  $\bar{V}_0$ , диаметрах винта  $d_{\text{в}} = 2r_{\text{в}}$  и втулки  $d_{\text{вт}} = 2r_{\text{вт}}$ , высоте полета и мощности мотора обеспечивает максимальную тягу.

Свойства винта зависят от многих геометрических факторов, прежде всего, от распределения хорд и углов установки сечений, которые в свою очередь связаны с законом изменения циркуляции скорости вдоль лопасти.

Наилучший закон  $\bar{\Gamma} = f(\bar{r})$  должен обеспечить совместное выполнение следующих условий:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{N} = 2 \int_{\bar{r}_{\text{вт}}}^1 \bar{\Gamma} (\bar{V}_1 + \mu \bar{U}_1) \bar{r} d\bar{r} = \text{const}, \\ \bar{P} = 2 \int_{\bar{r}_{\text{вт}}}^1 \bar{\Gamma} (\bar{U}_1 - \mu \bar{V}_1) d\bar{r} = \text{max}. \end{array} \right.$$

В теории вариационного исчисления показано, что максимум второго интеграла при равенстве константе первого можно найти, если вычислить дифференциальное уравнение следующего вида:

$$\frac{\frac{\partial}{\partial \Gamma} [2\Gamma(\bar{V}_1 + \mu\bar{U}_1)\bar{r}]}{\frac{\partial}{\partial \Gamma} [2\Gamma(\bar{U}_1 - \mu\bar{V}_1)]} = \Lambda.$$

Здесь  $\Lambda$  – постоянный множитель Лагранжа. Применительно к винту такую задачу впервые в 1916 г. решил В.П. Ветчинкин, считая обратное аэродинамическое качество  $\mu$  величиной постоянной.

При расчетах отметим, что  $\bar{\Gamma} \ll 1$  и поэтому формулу для осевой скорости можно упростить:

$$\bar{V}_1 = \frac{\bar{V}_0}{2} + \sqrt{\frac{\bar{V}_0^2}{4} + \bar{\Gamma}(1 - \bar{\Gamma})} \approx \frac{\bar{V}_0}{2} + \sqrt{\frac{\bar{V}_0^2}{4} + \bar{\Gamma}}.$$

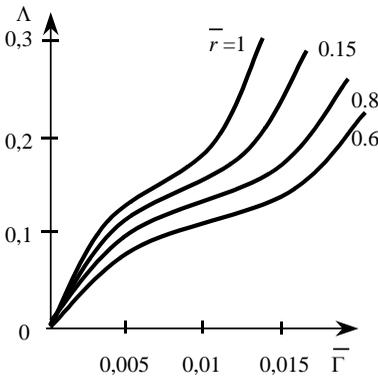


Рис. 7.4. Зависимость  $\Lambda$  от циркуляции для разных радиусов

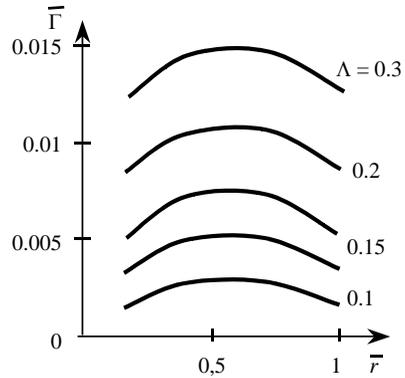


Рис. 7.5. Зависимость циркуляции от радиуса для разных  $\Lambda$

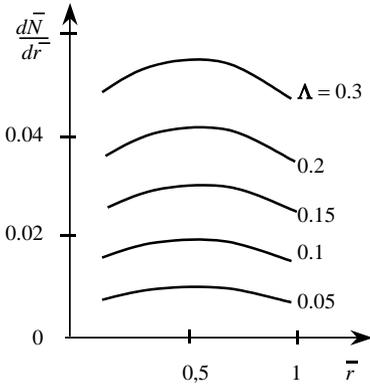


Рис. 7.6. Распределение мощности вдоль радиуса винта

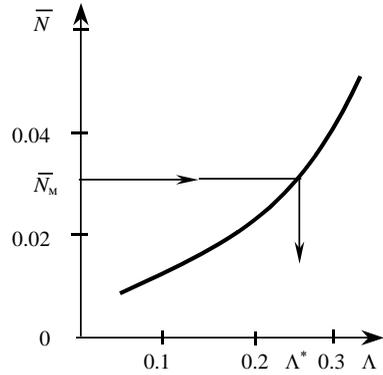


Рис. 7.7. Зависимость мощности от множителя Лагранжа

Окружная скорость определяется формулой

$$\bar{U}_1$$

Подставляя эти значения и производя дифференцирование, получаем следующее уравнение:

$$\frac{\sqrt{\frac{\bar{V}_0^2}{4} + \bar{\Gamma}} (\bar{V}_0 \bar{r} + 2\mu \bar{r}^2 - 4\mu \bar{\Gamma}) + \bar{\Gamma} \bar{r} + 2\bar{r} \left( \frac{\bar{V}_0^2}{4} + \bar{\Gamma} \right)}{\sqrt{\frac{\bar{V}_0^2}{4} + \bar{\Gamma}} \left( 2\bar{r} + 4 \frac{\bar{\Gamma}}{\bar{r}} - 2\mu \bar{V}_0 \right) - \mu \bar{\Gamma} - 2\mu \left( \frac{\bar{V}_0^2}{4} + \bar{\Gamma} \right)} = \Lambda.$$

Решение этого уравнения производится следующим образом.

1. Для заданной скорости  $\bar{V}_0$  вычисляется значение  $\Lambda$  при ряде значений  $\bar{\Gamma}$  и  $\bar{r}$ . Результаты расчетов представляются в виде графика, изображенного на рис. 7.4.

2. График рис. 7.4 перестраивается в виде зависимости циркуляции скорости от радиальной координаты для различных значений  $\Lambda$  (рис. 7.5).

3. С помощью графика рис. 7.5 и соответствующей формулы из предыдущего раздела можно построить графики производной от мощности по радиусу при различных значениях  $\Lambda$  (рис. 7.6).

4. Находя далее площади под кривыми  $\frac{d\bar{N}}{dr} = f(\bar{r})$ , т.е. выполняя графическое интегрирование, находим мощность и строим график зависимости  $\bar{N}$  от  $\Lambda$ , показанный на рис. 7.7.

5. Отмечая на этом графике значение  $\bar{N}_m$ , заданное в начальных условиях, находим соответствующее значение  $\Lambda^*$ .

6. Затем для полученного значения  $\Lambda^*$  на рис. 7.5 находим соответствующий закон  $\bar{\Gamma} = f(\bar{r})$  для искомого винта.

Знание закона распределения циркуляции позволяет рассчитать искомый оптимальный винт, определить его тягу, КПД и параметры струи. Оптимальный винт позволяет получать существенный прирост тяги по сравнению с винтом НЕЖ.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Александров В.А. Воздушные винты. – М.: Оборонгиз, 1951.
2. Ветчинкин В.П. Теория и расчет воздушного гребного винта. – М.: Оборонгиз, 1940.
3. Бураго С.Г. Воздушные винты и компрессоры аэродинамических труб. – М.: МАИ, 1981.
4. Аэродинамика летательных аппаратов / под ред. Г.А. Колесникова. – М.: Машиностроение, 1993.
5. Аэродинамика. Лабораторный практикум / под ред. А.А. Кураева. – Новосибирск, НГТУ, 2008.

# ПРИЛОЖЕНИЕ

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ВОЗДУШНЫХ ВИНТОВ

#### Цель работы

1. Изучение влияния режима работы винта на параметры его эффективности.
2. Закрепление навыков проведения экспериментов в аэродинамической трубе.

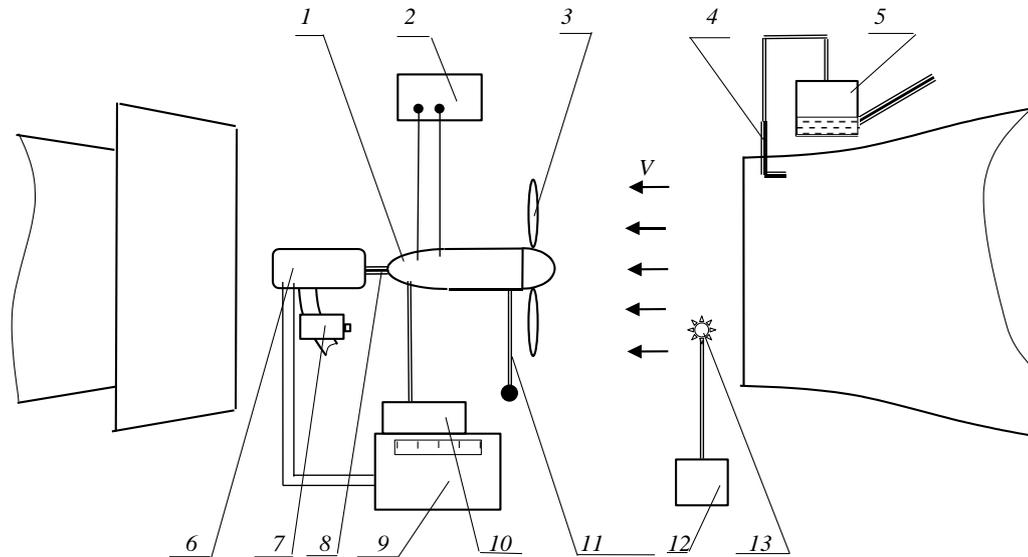
#### Описание экспериментальной установки

Модель исследуемого винта находится на валу электродвигателя постоянного тока, который закреплен на трехкомпонентных тензовесах, установленных в рабочей части аэродинамической трубы (рис. П1).

Частота вращения винта регулируется изменением напряжения питания на обмотках электродвигателя и измеряется с помощью оптико-электронного тахометра. Тахометр, установленный за плоскостью вращения винта, реагирует на световые импульсы, отделяемые друг от друга лопастью винта в момент пересечения ею луча от источника.

Крутящий момент на валу винта измеряется балансирным методом. Маятник жестко присоединен к корпусу электродвигателя, который крепится к державке тензовесов на подшипниках таким образом, чтоб иметь возможность поворачиваться относительно продольной оси. При вращении винта корпус, закрепленный шарнирно, стремится повернуться в противоположную сторону, при этом маятник отклоняется от исходного положения и уравнивает момент на валу моментом от своего веса. Угол отклонения маятника определяется потенциометрическим датчиком, находящимся в шарнирной державке.

Сила тяги, развиваемая винтом, измеряется продольным компонентом тензовесов, конструкция которых подробно описана в [5].



*Рис. III.* Схема экспериментальной установки для определения аэродинамических характеристик воздушного винта:

*1* – электродвигатель; *2* – блок питания электродвигателя; *3* – воздушный винт; *4* – приемник полного давления; *5* – контрольный манометр; *6* – тензосесы; *7* – тахометр; *8* – шарнирная державка; *9* – самописец весов; *10* – индикатор канала момента; *11* – маятник; *12* – блок питания источника света; *13* – источник света

## Порядок проведения экспериментов

Перед началом продувок необходимо провести градуировку, т. е. установить связь между измеряемыми величинами и показаниями приборов. Методика градуировки тензовесов с помощью гирь подробно описана в [1].

Градуировочная зависимость по каналу продольной силы носит линейный характер. Ее коэффициент определится по методу наименьших квадратов:

$$K_{\pi} = \frac{\sum(N_{\pi i} G_i)}{\sum N_{\pi i}^2}.$$

Здесь  $N_{\pi i}$  – показания по продольному каналу весов при  $i$ -м нагружении;  $G_i$  – вес гирь при  $i$ -м нагружении.

Канал момента также градуируется с помощью веса гирь  $G$ , которые вызывают поворот корпуса электродвигателя относительно державки весов и соответствующее отклонение маятника от исходного состояния (рис. П2). Градуировочную зависимость удобно представить в виде графика  $M = f(N_M)$  (рис. П3). Здесь  $M = Gl_r$ , где  $l_r$  – плечо градуировочного груза;  $N_M$  – показания индикатора канала момента.

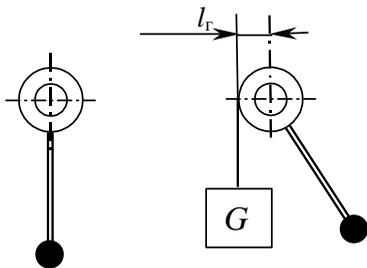


Рис. П2. Схема градуировки канала момента, вид вдоль потока (слева – исходное состояние, справа – подвешен градуировочный груз)

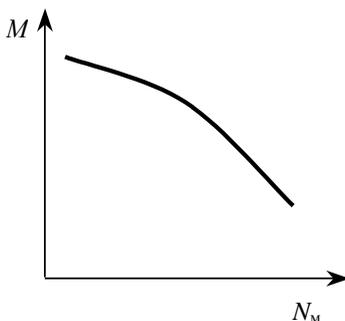


Рис. П3. Градуировочный график канала момента

Результаты градуировки заносятся в табл. П1.

Т а б л и ц а П I I

$G, Н$	2	4	6	8	10	Примечание
$N_{п}$						
$N_{м}$						
$M, Нм$						$l_{г} =$

Особенность измерения тяги состоит в том, что на весы, кроме нее, действует также сила лобового сопротивления корпуса винтового прибора. Наибольшая погрешность при этом возникает на больших скоростях потока в трубе, когда лобовое сопротивление максимально, а тяга падает до нуля и ниже.

Полагая, что коэффициент лобового сопротивления винтового прибора не зависит от числа Маха в исследуемом диапазоне скоростей, считаем, что сила сопротивления, действующая на весы, пропорциональна скоростному напору в аэродинамической трубе. Тогда влияние лобового сопротивления на показания весов можно учесть с помощью поправки:

$$\Delta N_{ci} = N_c \frac{\Delta h_{ki}}{\Delta h_c}.$$

Здесь  $N_c, \Delta h_c$  – показания весов и контрольного манометра при продувке винтового прибора со снятым винтом (желательно – при скоростях, близких к максимальным);  $\Delta h_{ki}$  – показания контрольного манометра при  $i$ -й зачетной продувке с работающим винтом.

После выполнения подготовительных действий проводится зачетная продувка, включающая серию из 8...10 отсчетов в диапазоне скоростей потока от 0 до максимальной. На стартовом режиме устанавливаются требуемые обороты винта (около 6000 об/мин), после чего частота его вращения не регулируется. При каждом отсчете регистрируются следующие величины:

- $N_{п}$  – показания продольного канала весов;
- $N_{м}$  – показания канала момента;
- $\Delta h_{к}$  – показания контрольного манометра, мм;
- $n_{м}$  – показания тахометра, об/мин.

Результаты измерений заносятся в четыре верхних строки табл. П I I.

Т а б л и ц а П 2

	1	2	3	4
$N_{\Pi}$				
$N_{\text{М}}$				
$\Delta h_{\text{к}}$ , мм				
$n_{\text{м}}$ , ОБ/МИН				
$V$ , м/с				
$n$ , об/с				
$\Delta N_{\text{с}}$				
$\lambda$				
$\alpha$				
$\beta$				
$\eta$				

### Обработка результатов экспериментов

Величина относительной поступи определится по формуле

$$\lambda = \frac{V}{nd},$$

где  $d$  – диаметр винта, м;  $n = n_{\text{м}}/60$  – частота вращения винта, об/с;  $V$  – скорость невозмущенного потока, м/с,

$$V = \sqrt{\frac{2\xi\mu K_{\text{к}}\Delta h_{\text{к}}}{\rho}}.$$

Здесь  $\xi = 1,0$  – коэффициент насадка;  $\mu = 0,98$  – коэффициент поля;  
 $K_{\text{к}} = 1,96 \text{ Н/м}^2\text{мм}$  – коэффициент контрольного манометра;  
 $\Delta h_{\text{к}}$  – показания контрольного манометра, мм;  
 $\rho = 1,22 \text{ кг/м}^3$  – плотность воздуха.

Коэффициент тяги находится из показаний продольного канала весов с поправкой на лобовое сопротивление винтового прибора:

$$\bar{\alpha} = \frac{P}{\rho n^2 d^4} = \frac{K_{\Pi}(N_{\Pi} + \Delta N_{\text{с}})}{\rho n^2 d^4},$$

где  $K_n$  – градуировочный коэффициент продольного канала;

$N_n$  – показания весов по продольному каналу;

$\Delta N_c$  – поправка на лобовое сопротивление.

Коэффициент мощности находится через момент на валу винта, определяемый по градуировочному графику через показания  $N_m$ :

$$\bar{\beta} = \frac{2\pi M}{\rho n^3 d^5}.$$

Найдя коэффициенты тяги  $\bar{\alpha}$ , мощности  $\bar{\beta}$  и относительную попутку  $\lambda$ , определим величину КПД винта:

$$\eta = \frac{\bar{\alpha}}{\bar{\beta}} \lambda.$$

Полученные результаты заносим в соответствующие строки таблицы П2. Строим характеристики винта в виде зависимостей  $\bar{\alpha} = f(\lambda)$ ,  $\bar{\beta} = f(\lambda)$  и  $\eta = f(\lambda)$ .

Для режима работы винта «на месте» (при  $V = 0$ ) определяем величину относительного КПД:

$$\eta_0 \approx 0,8 \frac{\bar{\alpha}^{3/2}}{\bar{\beta}}.$$

### Содержание отчета по лабораторной работе

- Цель работы.
- Схема экспериментальной установки.
- Градуировочная таблица, расчет градуировочного коэффициента по каналу продольной силы, градуировочный график канала момента.
- Результаты экспериментов и расчетов в виде таблиц.
- Основные расчетные формулы и пример вычислений по ним.
- Графики итоговых зависимостей.
- Выводы по работе.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое аэродинамические характеристики воздушного винта?
2. Что понимается под коэффициентами тяги и мощности?
3. Что такое относительная поступь?
4. Что такое КПД винта?
5. Каков характер зависимостей коэффициентов тяги, мощности и КПД от относительной поступи?
6. Опишите основные режимы работы винта.
7. В чем состоит особенность определения КПД винта, работающего на месте?
8. Как устроен экспериментальный стенд для определения характеристик воздушного винта?
9. Как измеряются тяга винта и момент на валу?

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение .....	3
<b>ГЛАВА 1. Общие сведения о винтах</b> .....	<b>4</b>
1.1. Воздушный винт и его применение на летательном аппарате. Виды воздушных винтов .....	4
1.2. Геометрические параметры винта .....	6
1.3. Картина обтекания и кинематические характеристики воздушного винта .....	8
<b>ГЛАВА 2. Теория изолированного элемента лопасти</b> .....	<b>11</b>
2.1. Характерные скорости и силы, действующие на элемент ...	11
2.2. Понятие об аэродинамических характеристиках винта.....	14
2.3. Коэффициент полезного действия винта .....	15
<b>ГЛАВА 3. Аэродинамические характеристики винтов</b> .....	<b>17</b>
3.1. Экспериментальные методы исследований винтов .....	17
3.2. Нормальные характеристики и режимы работы винта.....	19
3.3. Подбор винта к самолету.....	20
3.4. Энергетическое качество воздушного винта .....	22
3.5. Влияние сжимаемости воздуха на работу винта .....	25
<b>ГЛАВА 4. Элементарные теории струи винта</b> .....	<b>26</b>
4.1. Теория идеального пропеллера .....	26
4.2. Коэффициент нагрузки пропеллера.....	29
4.3. Идеальный КПД как функция мощности, скорости и диаметра .....	31
4.4. Теория идеального винта.....	34
4.5. Коэффициент полезного действия идеального винта .....	37
4.6. Скорости в струе идеального винта.....	39
4.7. Идеальный винт, работающий на месте .....	41
4.8. Общие замечания по теориям идеального пропеллера и винта .....	42

<b>ГЛАВА 5. Теория винта Сабинина–Юрьева .....</b>	<b>43</b>
5.1. Уравнение связи .....	43
5.2. Поверочный расчет винта .....	46
<b>ГЛАВА 6. Вихревая теория винта Н.Е. Жуковского .....</b>	<b>48</b>
6.1. Вихревая схема винта Н.Е. Жуковского .....	48
6.2. Скорости в струе винта.....	50
6.3. Скоростной многоугольник и силы, действующие на элемент винта .....	54
6.4. Коэффициент полезного действия сечения винта .....	56
6.5. Основные формулы вихревой теории винта, записанные в безразмерных обозначениях .....	57
6.6. Сила тяги, мощность и КПД винта Н.Е. Жуковского .....	59
<b>ГЛАВА 7. Расчет винтов по вихревой теории .....</b>	<b>61</b>
7.1. Подбор циркуляции скорости винта НЕЖ.....	61
7.2. Компоновка винта НЕЖ .....	63
7.3. Поверочный расчет винта.....	64
7.4. Понятие о наивыгоднейшем винте .....	67
Библиографический список .....	70
Приложение.....	71

**Обуховский Александр Дмитриевич**

**АЭРОДИНАМИКА ВОЗДУШНОГО ВИНТА**

**Учебное пособие**

2-е издание

Редактор *И.Л. Кескевич*  
Выпускающий редактор *И.П. Брованова*  
Корректор *И.Е. Семенова*  
Дизайн обложки *А.В. Ладыжская*  
Компьютерная верстка *В.Ф. Ноздрева*

---

Подписано в печать 08.11.2016. Формат 60×84 1/16. Бумага офсетная. Тираж 50 экз.  
Уч.-изд. л. 4,65. Печ. л. 5,0. Изд. № 289. Заказ № 1561. Цена договорная

---

Отпечатано в типографии  
Новосибирского государственного технического университета  
630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20